

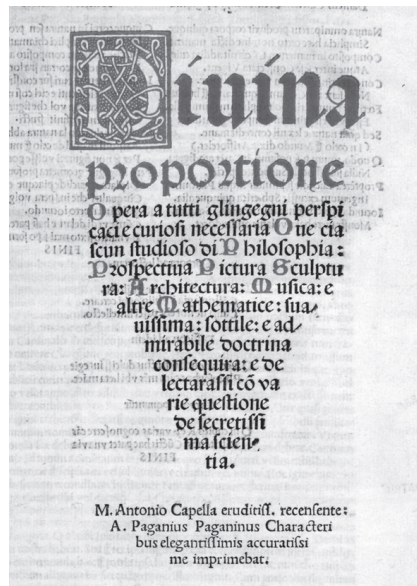
CELEBRAZIONI CINQUECENTENARIO *DE DIVINA PROPORZIONE*
1509-2009

PACIOLI
500 ANNI DOPO

Ricerca e Didattica



PACIOLI 500 ANNI DOPO



a cura di
Enrico Giusti e Matteo Martelli

ATTI
CONVEGNO DI STUDI – SANSEPOLCRO – 22/23 MAGGIO 2009

Con il contributo di **ABOCA** S.p.A.



Aboca Museum - Presidente - Valentino Mercati
Via Nicolò Aggiunti 75 - 52037 Sansepolcro (AR) - www.abocamuseum.it

Si pubblicano gli interventi degli studiosi che hanno partecipato al Convegno promosso dal Centro Studi "Mario Pancrazi" in occasione delle Celebrazioni del Cinquecentenario della pubblicazione del *De Divina Proportione* (1509-2009) – Sansepolcro, Auditorium S. Chiara 22 maggio e Fondazione "Piero della Francesca" 23 maggio 2009.

Hanno partecipato ai lavori preparatori

- la Redazione di Aboca Edizioni

- la Redazione dei Quaderni del Centro Studi "Mario Pancrazi".

Copertina e supervisione:

Michelangelo Rossi.

Curatori:

Enrico Giusti e Matteo Martelli

Composizione ed impaginazione:

Tipografia **l'Artistica**

In copertina:

Frontespizio dell'edizione del *De Divina Proportione*

Paganino de' Paganini - Venezia - 1509.

Supplemento al Quaderno n. 3 della Serie "R&D" - Ricerca e Didattica - pubblicata dal Centro Studi "Mario Pancrazi" di Sansepolcro e diretta da Francesca Giovagnoli.

Autorizzazione N. 6/10 del Tribunale di Arezzo.

Con il patrocinio di:

Presidente della Repubblica, Presidente del Consiglio dei Ministri, Senato della Repubblica, Camera dei Deputati, Regione Toscana, Provincia di Arezzo, Camera di Commercio Industria Artigianato e Agricoltura di Arezzo, Comunità Montana Valtiberina Toscana, Assessorato Lavoro e Istruzione della Provincia di Perugia, APT di Arezzo

le Celebrazioni del Cinquecentenario della pubblicazione del *De Divina Proportione* (1509-2009) sono state promosse dal Centro Sudi "Mario Pancrazi" di Sansepolcro in collaborazione con:

Liceo "Città di Piero" di Sansepolcro
ISA "G. Giovagnoli" di Sansepolcro
Scuola Media Unificata di Sansepolcro
IPA "A. Camaiti" di Pieve Santo Stefano
Ufficio Scolastico Provinciale di Arezzo
Liceo Classico "Plinio il Giovane" di Città di Castello
ITIS "Leopoldo e Alice Franchetti" di Città di Castello
Istituto "Ippolito Salviani" di Città di Castello
IISS "Leonardo da Vinci" di Umbertide
Università di Firenze
Università di Pisa
Università di Perugia
Fondazione "Piero della Francesca"
Istituzione Museo Biblioteca Archivi di Sansepolcro
Associazione Culturale "Agorà" di Sansepolcro
Associazione Storica Alta Valle del Tevere
Provincia di Arezzo
Provincia di Perugia
Comune di Sansepolcro
Comunità Montana Valtiberina Toscana
ABOCA S.p.A.
Impresa Appennino Centrale – Sindacato di Territorio
Cose di Lana
Kemon
SITA
Milena - Del Siena
Giorni Aldo

Le Celebrazioni sono state articolate in tre momenti:

1. Il Convegno scientifico (22/23 maggio 2009)
coordinato da Enrico Giusti, di cui si pubblicano gli Atti: *Pacioli 500 anni dopo*, a c. di Enrico Giusti e Matteo Martelli, Sansepolcro, 2010
2. La Mostra (4 aprile - 23 maggio 2009) di strumenti scientifici e tecnici, ospitata nel Palazzo Collacchioni, a cura di Fausto Casi e Giorgio Boninsegni, di cui è stato edito il Catalogo: *A scuola di scienza e tecnica*, a c. di Fausto Casi, Aboca Museum Edizioni, Sansepolcro, 2009
3. Il Seminario (22 maggio 2009) con la partecipazione di studiosi, docenti e studenti, i cui elaborati sono stati editi nel Quaderno n. 2 del Centro Studi "Mario Pancrazi": *Pacioli fra Arte e Geometria*, a cura di Matteo Martelli, Tip. L'Artistica, Selci-Lama, 2010

INDICE

Matteo Martelli, <i>Prefazione</i>	9
Enrico Giusti, <i>Introduzione</i>	15
Elisabetta Ulivi, <i>Nuovi documenti su Luca Pacioli</i>	19
Argante Ciocci, <i>Luca Pacioli e l'albero delle proporzioni</i>	59
Veronica Gavagna, <i>Euclide a Venezia</i>	97
Paola Manni, <i>Il De computis et scripturis e le origini della moderna terminologia economico-finanziaria</i>	125
Enzo Mattesini, <i>Scavi lessicali nel De viribus quantitatis di Luca Pacioli</i>	139
Alessandro Sanvito, <i>Luca Pacioli scacchista</i>	171
Roberto Manescalchi, <i>Alcune considerazioni circa la "forma urbis" della città di Sansepolcro al tempo di Piero della Francesca, di Luca Pacioli ed altre piccole cose.</i>	199
James R. Banker, <i>Luca Pacioli e Piero della Francesca</i>	205
Pier Daniele Napolitani, <i>Archimede nella cultura dell'abaco e nell'Umanesimo</i>	221

MATTEO MARTELLI*

Prefazione

Fin dalla sua costituzione (1995), il Centro Studi “Mario Pancrazi” si è caratterizzato come promotore di azioni e di iniziative a sostegno degli studi scientifici, tecnici e tecnologici nella Valtiberina toscana e umbra. Ha intrapreso attività ed ha organizzato eventi a supporto dell’insegnamento-apprendimento delle matematiche, delle scienze integrate, delle tecnologie. Ha favorito la collaborazione con e tra le istituzioni formative del territorio, lo sviluppo delle relazioni e degli scambi tra scuole e mondo del lavoro, tra centri di educazione, università e luoghi di ricerca. Ha coinvolto enti locali e soggetti imprenditoriali nella realizzazione di attività formative allo scopo di allargare l’area degli studenti che si dedicano a studi scientifici e tecnologici. Ha premiato con borse di studio gli studenti meritevoli con l’intento di coniugare il lavoro svolto dalle istituzioni scolastiche con quello portato avanti dalle università e dalle imprese del territorio¹.

Il Centro Studi è punto di riferimento per scuole e università, enti locali ed imprese. Si è impegnato – insieme al Comitato Organizzatore² e al Comitato

***Presidente del “Centro Studi “Mario Pancrazi”.**

¹ Con i Dipartimenti di Matematica dell’Università di Firenze, di Pisa e di Perugia il Centro ha da sempre intrattenuto proficui rapporti, partecipando anche al IX Congresso della Società di Storia delle Matematiche (26 novembre 2009). Così come ha sostenuto il Progetto “Sotto il segno di Galileo”, realizzato nell’Aretino dal 25 settembre al 22 novembre del 2009. Il 31 gennaio 2010 ha organizzato, in collaborazione con l’ITIS “L. e A. Franchetti”, con il Comune di Città di Castello, con Impresa Appennino Centrale – Sindacato di Territorio, un partecipato seminario intitolato: *Dove va l’astronomia – Dal sistema solare all’astronomia gravitazionale*. Sono intervenuti in qualità di relatori il Dr. Ruggero Stanga del Dipartimento di Fisica e Astronomia di Arcetri (Firenze) e il Dr. Carlo Bradaschia dell’I.N.F.N. Sez. di Pisa. Gli Atti del Seminario, insieme ai contributi elaborati dalle classi del Franchetti e del Liceo “Città di Piero”, saranno pubblicati nel prossimo quaderno del Centro. Intanto ha avuto successo la presentazione di un telescopio di fattura artigianale agli studenti dell’ITIS Franchetti e l’esperienza sarà riproposta in autunno agli studenti del Liceo scientifico di Sansepolcro. Nel calendario del Centro, oltre alla pubblicazione dei Quaderni, si evidenzia il Progetto “Leonardo e la Valtiberina”, che prevede una serie di ricerche sui rapporti tra il genio di Vinci e la nostra vallata, senza dire della partecipazione al VII Encuentro de Trabajo sobre Historia de la Contabilidad (10-12 novembre 2010, Università di León - Spagna) e dell’organizzazione, a Sansepolcro, di un incontro internazionale di studi pacioliani nel giugno del 2011.

² Matteo Martelli (Coordinatore), Mariangela Betti - Serena Magnani - Rossella Monini (Segreteria); Marinella Acquisti, Giampietro Cagnoli e Giandomenico Vaccarecci (Centro Studi “Mario Pancrazi”); Giorgio Boninsegni e Francesca Giovagnoli (Liceo “Città di Piero”); Paola Betti e Massimo Pecorelli (IPA “A. Camaiti”); Elia Camaiti (ISA “G. Giovagnoli”); M. Antonietta Scuderi (USP di Arezzo); Enzo Mattesini (Università di Perugia); Anna Zita Di Carlo (Aboca SpA); Ermanno Bianconi (Associazione

Scientifico³ - nella elaborazione e nella realizzazione del Progetto Pacioli, che in occasione delle celebrazioni⁴ del Centenario (2009) della pubblicazione a Venezia del *De Divina Proportione* (1509), a coronamento di studi e ricerche avviate negli anni precedenti, si è sviluppato in tre significativi momenti: la Mostra degli strumenti tecnici e scientifici del tempo di Pacioli e dei laboratori degli istituti scolastici locali; il Seminario sulla figura e sull'opera del frate di Sansepolcro a cui hanno partecipato studiosi, docenti e studenti delle scuole del territorio; il Convegno scientifico che ha esaminato l'apporto del Pacioli alla cultura del suo tempo, con una particolare attenzione allo svolgimento della sua vita e della sua opera, al contributo dato allo sviluppo delle matematiche e al rapporto di amicizia e di collaborazione con due grandi contemporanei: Piero della Francesca e Leonardo da Vinci⁵.

La Mostra "A scuola di scienza e tecnica", di cui è stato pubblicato un prezioso Catalogo,⁶ è stata allestita nel bel Palazzo Collacchioni, messo a disposizione da Valentino Mercati e da Aboca SpA, è stata visitata nei due mesi di apertura (4 aprile – 23 maggio 2009) da scolaresche, studiosi, appassionati, turisti e cittadini

Storica Alta Valle del Tevere); Paola Cardelli (Università Terza Età Sansepolcro); Paola Dindelli (Collegio "Regina Elena" INPDAP); Angela Marraghini (Provincia di Arezzo); Paolo Poli (Associazione Culturale "Agorà").

³ Enrico Giusti (Presidente), Enzo Mattesini, Roberto Manescalchi, Matteo Martelli, Pier Daniele Napolitani, Daniele Piccini, Paola Refice.

⁴ Le celebrazioni pacioliche hanno registrato la rappresentazione, al Teatro Dante di Sansepolcro, la sera del 22 maggio 2009, della farsa *Cinquant'anni.....ma non li dimostrano*, scritta e diretta da Luisanna Alvisi e rappresentata dalla Compagnia "Attori per un giorno", che ha riscosso un gran successo di pubblico, attestato anche dalle repliche effettuate nei mesi successivi a Sansepolcro e a S. Giustino Umbro. Di diversa natura lo spettacolo multimediale allestito a Urbino, il 20 giugno 2009, nel Teatro Raffaello, dall'Associazione Culturale *Bella Gerit: De Divina Proportione – Allegorie Numeriche in Musica tra Rinascimento e Contemporaneità*, frutto di un progetto di ricerca e di produzione musicale legata al periodo rinascimentale urbinato.

⁵ Quale prologo al Convegno di Sansepolcro, il 21 maggio 2009 si è svolto a Perugia, nella Sala delle Colonne del Palazzo Graziani, in collaborazione con la Fondazione Cassa di Risparmio di Perugia, un incontro internazionale che ha visto gli interventi di Carlo Colaiacovo, Presidente della Fondazione Cassa di Risparmio di Perugia, di Gianfranco Cavazzoni dell'Università di Perugia (*Luca Pacioli "Maestro dell'Ateneo Perugino"*), di Antonio Pieretti dell'Università di Perugia (*"La Divina Armonia" come principio ispiratore del pensiero di Luca Pacioli*), di Esteban Hernandez Esteva dell'Università di Madrid (*Il pensiero matematico di Luca Pacioli nel De Divina Proportione*).

⁶ Cfr. *A scuola di scienza e tecnica*, Catalogo della strumentazione tecnico-scientifica d'epoca e delle scuole della Valtiberina Toscana, a cura di Fausto Casi, Aboca Museum Edizioni, Sansepolcro, 2009. Per la catalogazione non è stato seguito integralmente il modello STS. Le schede sono state rese fruibili sia per una lettura personale, sia per un uso didattico. Più che un elenco di strumenti catalogati con la scheda standard, sono state pubblicate immagini di strumenti tecnici e scientifici, presentati con le indicazioni essenziali ed illustrati nella loro composizione e nel possibile uso didattico-scientifico. In questo modo si è promosso un approccio alla scienza e alla tecnica seguendo la "leggerezza" con cui il Pacioli illustrava gli scacchi, i giochi matematici, gli indovinelli, le regole commerciali ai cortigiani, ai mercanti delle scuole d'abaco, agli studenti delle tante università in cui ha insegnato.

riscuotendo successo di pubblico e di critica. L'esposizione è stata ammirata almeno per quattro ragioni, che ne hanno fatto un unicum nel nostro territorio. È stata apprezzata la dimensione museale della Mostra. Le sezioni, in cui era articolata, presentavano fondamentali strumenti scientifici dell'epoca di Pacioli provenienti dalle Collezioni Casi di Arezzo, volumi antichi come l'edizione del 1494 della *Summa* di Pacioli, anastatiche del *De Divina Proportione* (1509), opere provenienti dalla Biblioteca Comunale di Sansepolcro e le splendide edizioni che Aboca ha dedicato ad alcune opere di Piero della Francesca e Luca Pacioli⁷. Di grande rilievo, soprattutto per il territorio, la dimensione tecnico-scientifica dell'esposizione. Oltre agli strumenti medievali e rinascimentali, grande interesse hanno suscitato le sezioni riservate al materiale tecnico e scientifico messo a disposizione dalla Scuola Media Unificata, dal Liceo Scientifico e dal Tecnico Commerciale della città e dall'IPA "A. Camaiti" di Pieve S. Stefano. Si tratta di beni culturali che documentano l'attenzione all'insegnamento tecnico e scientifico da parte delle scuole della Vallata. A conferma che l'insegnamento tecnico-scientifico si sviluppa nei laboratori. Visto che oggi giustamente si ritiene che senza la didattica laboratoriale neppure l'insegnamento umanistico è coinvolgente ed efficace, risulta incontrovertibile che senza la sperimentazione in laboratorio si può insegnare soltanto la scienza teorica, che produce scarso entusiasmo nei ragazzi del nostro tempo, affascinati invece da attività che li coinvolgono in prima persona.

La dimensione oggetto di maggiore interesse – soprattutto da parte di studenti e docenti – è stata quella didattica. Nel Palazzo Collacchioni è stata presentata una sintesi del patrimonio tecnico-scientifico di quattro scuole della Valtiberina Toscana. Gli studenti, i tecnici e i docenti del Liceo "Città di Piero" e dell'IPA "A. Camaiti" hanno accolto i visitatori ed hanno svolto efficacemente il ruolo di "guide", come è stato brillantemente documentato dall'emittente TTV diretta da Michele Casini. È stata apprezzata la cura dedicata dal personale tecnico al materiale in esposizione, ma non poteva mancare il riferimento alle gravi carenze di cui soffrono i laboratori scientifici nelle nostre scuole, persino in quelle ad indirizzo scientifico. Non è difficile constatare che nell'ultimo ventennio sono stati allestiti laboratori tecnici, informatici e linguistici perfino nelle scuole del primo grado. Sono rari, invece, i laboratori delle scienze sperimentali sia nel primo ciclo che nel secondo ciclo degli studi. E il cosiddetto riordino, che va in vigore dal 1° settembre 2010, ha penalizzato le ore di laboratorio ed ha contratto l'orario di presenza del personale tecnico-pratico nell'insegnamento.

⁷ Cfr. nelle Edizioni Aboca il volume sugli scacchi di Pacioli (*Gli scacchi di Luca Pacioli. Evoluzione rinascimentale di un gioco matematico*, Sansepolcro, 2007) e il *De prospectiva pingendi* (2009) di Piero della Francesca (facsimile del manoscritto ginevrino), mentre si sta preparando la pubblicazione di due opere pacioliiane: *De viribus quantitatis* e *Summa*.

È stato scritto che “nella muta materialità degli strumenti è contenuta la scienza” e che gli strumenti sono “teorie materializzate”⁸. Gli strumenti sono opere e costruzioni dell’ingegno e della mano dell’uomo, sono vere e proprie opere d’arte e sollecitano un godimento estetico. E la dimensione estetica della Mostra non poteva sfuggire ai visitatori, che ne hanno evidenziato la misura e il valore nelle brevi, illuminanti note consegnate al registro d’ingresso. Tutti abbiamo provato emozione e stupore davanti alla sfera armillare di tipo tolemaico, all’astrolabio in ottone dorato (uno dei 23 astrolabi che esistono al mondo), al notturnlabio, all’orologio solare che ha la leggerezza di un uccello e la delicatezza di un richiamo naturale. Senza dire degli strumenti relativi all’elettromagnetismo, alla meccanica, all’ottica.

Il Seminario⁹ si è svolto nell’Auditorium di Santa Chiara a Sansepolcro (22 maggio 2009) ed ha visto la partecipazione di studiosi pacioliani e di studenti delle scuole medie superiori della Valtiberina toscana e umbra. Il Quaderno è la viva testimonianza della strategia seguita dal Centro Studi: favorire l’incontro, in dimensione didattica, tra gli studenti della scuola media superiore guidati dai loro professori e gli studiosi, i ricercatori universitari e no. Il volume è ricco di contributi interessanti ed originali. Leggiamo la *Lettera aperta a Luca Pacioli*, scritta da Gianfranco Cavazzoni della Facoltà di Economia dell’Università di Perugia. In essa lo studioso, in forma piacevole ed accattivante, ricostruisce il profilo intellettuale del frate del Borgo, ne evidenzia l’importanza nella storia della cultura e nella nascita della Ragioneria moderna. Pacioli è presentato come il precursore della moderna scienza computistica, il padre della contabilità, l’inventore della partita doppia, l’anticipatore di una disciplina che si apprende sui banchi di scuola: l’economia d’azienda. Il Quaderno è ricco di contributi e merita l’attenzione degli studiosi e l’interesse delle scuole che intendono coniugare insegnamento e ricerca. Si segnalano, in particolare, lo studio di Paolo Cenci in cui si rivela che Pacioli avrebbe calcolato il primo logaritmo neperiano prima di Nepero¹⁰, e l’intervento di Argante Ciocci¹¹.

⁸ Cfr. L. LIZZADRO, *Itinerario espositivo*, in IISS “Pietro Giannone” San Marco in Lamis (Foggia), *Strumenti scientifici in esposizione. Catalogo della mostra*, Quaderni del Sud, San Marco in Lamis, 2002, p. 27.

⁹ Cfr. il Quaderno n. 2 del Centro Studi “Mario Pancrazi”. Raccoglie gli interventi degli studiosi e le relazioni di ricerca degli allievi e dei docenti delle scuole partecipanti: *Pacioli fra Arte e Geometria*, a cura di Matteo Martelli, Tipografia L’Artistica, Selci-Lama (PG), 2010.

¹⁰ Cenci riconosce che al tema si è dedicato con competenza Mario Pancrazi, escludendo “in maniera recisa che Pacioli abbia anticipato Nepero”: cfr. LICEO CITTA’ DI PIERO, *Mario Pancrazi, Fra Luca Pacioli e il fascino delle matematiche*, a cura di Francesca Buttazzo, Tipografia L’Artistica, Selci-Lama (PG), 2005, pp.65-67.

¹¹ Ciocci ha studiato la vita e l’opera di Pacioli fin dagli anni universitari di Perugia. Si è interessato di storia della scienza dal Rinascimento al Settecento e nel 2003 ha dedicato la tesi di dottorato al frate di Sansepolcro: *Luca Pacioli e la matematizzazione del sapere del Rinascimento*, Cacucci Editore, Bari. Nel 2009, per conto di Aboca Museum Edizioni, su proposta del Centro Studi “Mario Pancrazi”, ha pubblicato

E, per la sezione della ricerca svolta nelle aule scolastiche, si raccomanda la lettura dei contributi delle scuole coinvolte: Liceo “Città di Piero”; Liceo “Plinio il Giovane” – ITIS “L. e A. Franchetti” – ITCG “I. Salviani” di Città di Castello; ISIS “Leonardo da Vinci” di Umbertide, che documentano – ancora una volta – quali risultati possa conseguire una didattica laboratoriale, che faccia della ricerca la leva dell’insegnamento-apprendimento e la via maestra per l’acquisizione da parte degli studenti delle competenze interdisciplinari indispensabili.

Il 22 e il 23 maggio 2009 le Celebrazioni pacioliiane hanno raggiunto l’apice. Con la regia del Professore Enrico Giusti si sono alternati sul proscenio dell’Auditorium Santa Chiara (pomeriggio del 22 maggio) e della Sala Conferenze della Fondazione Piero della Francesca (mattina del 23 maggio) alcuni dei maggiori esperti dell’opera di fra Luca Pacioli. Il Convegno ha affrontato alcuni aspetti cruciali dell’opera e della figura del frate del Borgo e gli ATTI, che pubblichiamo nella bella edizione di Aboca Museum (il cui Presidente, Valentino Mercati, è stato il principale sostenitore del Progetto Pacioli), ne sono una limpida testimonianza. Di particolare pregio la relazione di Elisabetta Ulivi, che ha scandagliato con acume documenti fondamentali riguardanti “i periodi trascorsi dal Pacioli a Borgo e alcuni anni in cui il matematico visse a Firenze”, riuscendo così a colmare “non poche lacune nella cronologia del Pacioli”. Argante Ciocci invece, dopo aver collocato il frate di Sansepolcro all’interno della storia delle matematiche, della cultura e della società del Rinascimento, si è soffermato sulla centralità del teorema delle proporzioni, studiato nell’ambito del progetto di matematizzazione del sapere ideato dal Pacioli. Al rapporto del frate del Borgo con la stampa e gli stampatori di Venezia ha dedicato la sua relazione Veronica Gavagna. Venezia alla fine del Quattrocento è l’epicentro della cultura europea, grazie allo sviluppo che nella città lagunare conobbe l’applicazione all’editoria della stampa a caratteri mobili. E Pacioli a Venezia non solo studiò, ma insegnò e pubblicò nel 1494 la *Summa* e nel 1509 il *De Divina Proportione*. L’esame del *De computis et scripturis* conduce Paola Manni a ricercare le origini del linguaggio dell’economia e della finanza e a individuare nella *Summa* il veicolo principale della diffusione a livello europeo della terminologia economica e finanziaria italiana. Sulla lingua del Pacioli interviene Enzo Mattesini con scavi lessicali su quella che si dice essere stata cronologicamente l’ultima sua opera: il *De viribus quantitatis*. Dopo aver accennato alla storia degli scacchi, Alessandro Sanvito si sofferma sul *De ludo scachorum*, il manoscritto recentemente ritrovato da Duilio Contin presso l’Archivio di Stato

il volume *Luca Pacioli tra Piero della Francesca e Leonardo* (con *Presentazione* di Matteo Martelli), un’organica monografia che ripercorre con equilibrio ed efficacia l’itinerario intellettuale del frate del Borgo.

di Gorizia (fondo Coronini) e pubblicato da Aboca Museum Edizioni¹². Sanvito illustra l'apporto di Pacioli al nuovo modo di giocare a scacchi non solo nelle corti ed accenna al suo grande fascino. Gli scacchi, grazie anche al Pacioli, sono nell'essenza divertimento, "arte e tecnica nella forma, addirittura scienza" nell'impalcatura normativa, "motivo di fiaba e mistero". Ed è per questo che il destino del gioco degli scacchi, "che solo gioco certamente non è, sembra davvero essere quello dell'immortalità". I luoghi di Pacioli illustra Roberto Manescalchi. Al rapporto Luca Pacioli – Piero della Francesca dedica la sua ricerca James R. Banker, senza rinunciare al tema del "plagio", che ha attraversato i secoli della bibliografia critica pacioliiana e sembra non voler morire. Pier Daniele Napolitani – infine – ricostruisce la "coevoluzione" di scuole d'abaco e corti, umanistiche e no, nel processo di riappropriazione della matematica classica e di Archimede, dal Medio Evo al pieno Rinascimento, quando i classici greci e l'opera di Archimede, finalmente pubblicata (Basilea, 1544), furono "letti e studiati con lo spirito nuovo della cultura di abaco". Un processo di "ibridazione culturale", che produsse una "alfabetizzazione matematica senza precedenti" e contribuì all'affermazione di una "matematica nuova per un mondo nuovo", al quale non furono estranei artisti, maestri e geni come Piero della Francesca, Luca Pacioli e Leonardo da Vinci.

¹² Cfr. *Gli scacchi di Luca Pacioli. Evoluzione rinascimentale di un gioco matematico*, Aboca Museum Edizioni, Sansepolcro, 2007.

ENRICO GIUSTI*

Introduzione

Nel 1994 un convegno e una mostra celebravano a Sansepolcro il cinquecentesimo anniversario della pubblicazione della *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalit * di Luca Pacioli¹, edita a Venezia per i tipi di Paganino de' Paganini². A quindici anni di distanza, un secondo doppio cinquecentenario   all'origine di un altro convegno dedicato a fra Luca, che nel 1509 pubblicava presso lo stesso stampatore due opere: un'edizione degli *Elementi* di Euclide e la sua *Divina Proportione*.

Il convegno del 1994 mirava soprattutto a fare il punto e riprendere le fila degli studi pacioliani, che forse anche a causa delle controversie sui "plagi" del frate avevano perso da qualche tempo di vigore. In esso, oltre a rivolgere la dovuta attenzione alle vicende biografiche, l'accento era posto sull'opera del Pacioli quale sbocco e snodo degli studi abachistici medievali. Uno snodo importante, perch  da una parte la *Summa* riprendeva e unificava in un'opera rilevante per mole e per dottrina i mille rivoli della matematica dell'abaco, e dall'altra perch , codificando con la stampa una tradizione orale o manoscritta, essa costituiva un punto di partenza e una pietra di paragone per gli studi successivi. Per tutto il Cinquecento, la *Summa* sar  fonte di ispirazione sia per i compilatori di trattati d'abaco ad uso scolastico, sia per studiosi di alto livello quali Cardano, Tartaglia e Bombelli, che nelle loro opere non potranno non confrontarsi, sia pure per criticarlo, con il trattato pacioliano. Basti per tutti il giudizio di Bombelli, che a quanti si limitavano a criticare l'opera di Pacioli, risponder :

Scrisse ... Leonardo Pisano in idioma latino, n  dopo di lui alcuno ci   stato che cosa buona habbia detto sino a Frate Luca suddetto, il quale invero (se ben fu scrittore trascurato e perch  commise qualche errore) nondimeno egli il primo fu

***Presidente Comitato Scientifico Celebrazioni Cinquecentenario *De Divina Proportione* – Professore presso il Dipartimento di Matematica dell'Universit  degli Studi di Firenze e Direttore del "Giardino di Archimede".**

¹ Gli atti del convegno sono editi in *Luca Pacioli e la Matematica del Rinascimento*, a cura di Enrico Giusti e Carlo Maccagni, Firenze, Giunti, 1994. In quella occasione fu anche pubblicata una ristampa anastatica della *Summa*, purtroppo divenuta subito irreperibile.

² Una seconda edizione, con lo stesso editore, vedr  la luce a Tuscolano nel 1523.

che luce diede a questa scientia, ancorché alcuni siano che se ne facciano cavaglieri e a sé attribuiscono tutto l'honore, malvagiamente accusando i pochi errori del Frate e tacendo l'opere sue buone³.

A differenza del convegno passato, centrato come si è detto sulla matematica dell'abaco, quello odierno tratta di una serie di argomenti diversi, ad immagine della vastità di interessi che informa le opere del Pacioli, e in particolare quelle di cui ricorre l'anniversario. Senza tralasciare ovviamente i nuovi ritrovamenti relativi alla biografia di frate Luca che sono avvenuti nel periodo trascorso tra i due convegni. Così che si può affermare che nel complesso essi facciano il punto delle ricerche pacioliiane degli ultimi decenni.

Ne vien fuori una ricostruzione della figura di frate Luca, che accantonate, si spera definitivamente, le discussioni sui plagi - polemiche sterili se si limitano, come spesso è accaduto, alla mera constatazione dei debiti del Pacioli verso vari autori a lui contemporanei, primo fra tutti Piero della Francesca - si è concentrata su aspetti importanti e in qualche caso anche minori, ma mai secondari, della poliedrica personalità e attività di uno studioso attento a quanto accade intorno a lui, capace di dare contributi di rilievo alla matematica del suo tempo ma anche di coglierne gli aspetti ludici, pronto ad approfittare delle opportunità che la stampa offriva per la diffusione della cultura.

Nelle opere di cui oggi celebriamo il centenario, e in altre rimaste inedite e ritrovate e pubblicate solo di recente, sono presenti tutti questi aspetti. Nella sua edizione degli *Elementi* di Euclide⁴, che temporalmente viene terza dopo quelle di Campano⁵ e di Zamberti⁶, Pacioli interviene nella polemica a distanza tra la correttezza matematica e la precisione filologica, prendendo posizione nettamente a favore della prima, certo che la sola filologia non possa giustificare una lezione dal dubbio contenuto matematico. Agli *Elementi* di Euclide, e in particolare ai libri XIII e XIV, fa diretto riferimento la prima parte della *Divina proporzione*⁷, in cui si elencano e si discutono sistematicamente i tredici mirabili effetti della sezione aurea.

³ *L'Algebra. Opera di Rafael Bombelli da Bologna*. Prima edizione integrale. Feltrinelli, Milano, 1966, p. 9.

⁴ Venezia, Paganino dei Paganini, 1509.

⁵ *Preclarissimus liber Elementorum Euclidis*, Venezia, Rathold, 1482. Una seconda edizione avverrà a Vicenza nel 1491.

⁶ *Euclidis megarensis ... elementorum libri XIII cum expositione Theonis ... Bar. Zamberto venetiano interprete*. Venezia, Tacuini, 1505.

⁷ Venezia, Paganino dei Paganini, 1509.

Ma il trattato si distende al di là di quanto dica il suo titolo, passando all'architettura, al disegno di caratteri per la stampa, e infine alla traduzione in volgare del trattato sui solidi regolari di Piero della Francesca.

A questa matematica "alta" fa da contraltare un interesse di Pacioli per aspetti più divulgativi e ludici della disciplina, come la serie di problemi del *De viribus quantitatis*⁸ o la raccolta di partite di scacchi contenuta nel libretto *De ludo schacorum*⁹, che il nostro tratta sempre con lo stesso impegno con il quale si era cimentato nelle opere maggiori, nella *Summa* come negli *Elementi* e nella *Divina proportione*.

Il lettore che affronterà gli interventi che si sono succeduti nel convegno di Sansepolcro troverà studi approfonditi su molti di questi argomenti, unitamente ad altri, non immediatamente legati alle opere di Pacioli, ma pure essenziali per ricostruirne la figura e l'ambiente in cui visse e operò. Troveremo allora il contributo su Archimede nella cultura dell'abaco, che consente di situare nella sua prospettiva storica il recente ritrovamento dell'autografo archimedeo di Piero della Francesca¹⁰, gli studi sulla lingua di Pacioli, il lavoro sui suoi rapporti con Piero della Francesca e le ricerche sulla biografia di Pacioli, che si arricchisce di nuovi documenti. In definitiva, un convegno ricco di studi e di spunti, che ha dato un importante contributo agli studi su uno dei più importanti matematici del Rinascimento.

⁸ *De viribus quantitatis*. Trascrizione di Maria Garlaschi Peirani dal Codice n. 250 della Biblioteca universitaria di Bologna. Milano, Ente raccolta Vinciana, 1997.

⁹ *Gli scacchi di Luca Pacioli. Evoluzione rinascimentale di un gioco matematico*, a cura di D. Contin e A. Menghini. Aboca 2007.

¹⁰ J. R. Banker, *A manuscript of the works of Archimedes in the hand of Piero della Francesca*, *The Burlington Magazine*, CXLVII, no. 1224, 2005.

ELISABETTA ULIVI*

*Nuovi documenti su Luca Pacioli*¹

INTRODUZIONE

Dopo la nascita e la prima giovinezza a Borgo Sansepolcro, quella del francescano Luca Pacioli fu una vita di continui pellegrinaggi, sia per insegnare le matematiche nelle università e nelle scuole pubbliche sia per ragioni legate alla sua attività all'interno dell'Ordine. Tappe fondamentali furono Venezia, Roma, Perugia, Zara, Napoli, Milano, Firenze, e tra le altre Padova, Assisi, probabilmente Urbino e Mantova, intervallate da frequenti ritorni nel luogo dove il frate vide i natali e dove prese i voti nel Convento minoritico di San Francesco². I documenti di cui parleremo in questo lavoro riguardano i periodi trascorsi dal Pacioli a Borgo e alcuni degli anni in cui il matematico visse a Firenze; forniscono inoltre informazioni

***Dipartimento di Matematica, Università di Firenze.**

E-mail: ulivi@math.unifi.it

¹ Il saggio che qui pubblichiamo costituisce una rielaborazione della prima parte del lavoro di E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli, Piero della Francesca e Leonardo Da Vinci, con alcuni autografi*, "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche", XXIX, 1, 2009, pp. 15-160. L'articolo era in corso di pubblicazione durante lo svolgimento del convegno cui si riferiscono i presenti Atti.

² Sulla vita e la produzione scientifica di Luca Pacioli cfr. E. ULIVI, *Luca Pacioli, una biografia scientifica*, in *Luca Pacioli e la Matematica del Rinascimento*, a cura di Enrico Giusti, Carlo Maccagni, Firenze, Giunti, 1994. Salvo diversa indicazione, rimandiamo a questo saggio ed a quello citato nella nota 1 per i riferimenti biografici, bibliografici ed archivistici. Tra le precedenti e fondamentali biografie di Luca Pacioli cfr. in particolare: B. BONCOMPAGNI, *Intorno alle vite inedite di tre matematici (Giovanni Danck di Sassonia, Giovanni de Lineriis e fra Luca Pacioli da Borgo San Sepolcro) scritte da Bernardino Baldi*, "Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche" pubblicato da B. Boncompagni", XII, 1879, pp. 352-438, 863-872; V. VIANELLO, *Luca Paciolo nella storia della ragioneria, con documenti inediti*, Messina, Libreria Internazionale Ant. Trimarchi, 1896; G. MANCINI, *L'opera "De corporibus regularibus" di Pietro Franceschi detto Della Francesca, usurpata da fra Luca Pacioli*. Segue il *Trattato di Pietro Franceschi secondo il codice urbinato vaticano*, "Atti della Reale Accademia dei Lincei. Memorie della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche", XIV, 1915, pp. 446-580; D. I. RICCI, *Fra Luca Pacioli, l'uomo e lo scienziato (con documenti inediti)*, Sansepolcro, Stab. Tip. "Boncompagni", 1940; R. E. TAYLOR, *No Royal Road: Luca Pacioli and his times*, Chapel Hill, N.C., The University of North Carolina Press, 1942. Per cenni biografici e soprattutto sull'opera del matematico borghigiano si vedano i saggi contenuti in *Luca Pacioli e la Matematica del Rinascimento. Atti del convegno internazionale di studi. Sansepolcro, 13-16 aprile 1994*, a cura di Enrico Giusti, Città di Castello, Petrucci, 1998. Per lavori più recenti cfr. A. CIOCCI, *Luca Pacioli e la matematizzazione del sapere nel Rinascimento*, Bari, Cacucci Editore, 2003; Mario Pancrazi, *Fra Luca Pacioli e il fascino delle "matematiche"*, a cura di Francesca Buttazzo, Selci Lama, L'Artistica, 2005, Supplemento al Periodico "Bibliomedia" del Liceo "Città di Piero", Quaderno n. 16 della Serie "I Quaderni della Valtiberina toscana"; A. CIOCCI, *Luca Pacioli tra Piero della Francesca e Leonardo*, Sansepolcro, Aboca Museum Edizioni, 2009.

e precisazioni in merito alla sua famiglia, alla sua nascita ed alla sua morte, colmando non poche lacune nella cronologia del Pacioli³.

La maggior parte delle notizie derivano da ben oltre centosessanta rogiti, di trenta notai, che fanno parte del Notarile Antecosimiano dell'Archivio di Stato di Firenze e che vennero per lo più redatti a Sansepolcro, in due casi a Firenze. Come indicheremo volta per volta, nove di questi atti ed il terzo testamento del frate furono a suo tempo pubblicati dal Boncompagni, dieci rogiti ed il secondo testamento furono solo resi noti dal Mancini, uno nella nostra biografia di Pacioli. Dei rimanenti è pubblicato un regesto nel nostro più recente saggio sul matematico di Borgo, assieme ad altri documenti inediti le cui fonti sono le Corporazioni religiose soppresse dal governo francese, sempre dell'Archivio di Stato di Firenze, i "Libri dei Morti" dell'Archivio Comunale di Sansepolcro, le Raccolte Piancastelli della Biblioteca Comunale di Forlì e il fondo Nouvelles acquisitions latines della Biblioteca Nazionale di Parigi⁴.

1. LA FAMIGLIA PACIOLI

Le molto scarse e talvolta imprecise notizie sui parenti di Luca Pacioli sono state fino ad oggi dedotte dai suddetti documenti reperiti dal Boncompagni e dal Mancini, dal primo testamento del frate, rintracciato dal Vianello, e da quanto lo stesso matematico riferisce nelle sue opere.

Sono ora svariati i nuovi documenti che danno importanti informazioni sulla famiglia di origine del borghigiano, su diversi suoi parenti, alcuni già noti, altri sconosciuti, permettendo una prima costruzione dell'albero genealogico dei Pacioli, nell'arco di oltre un secolo.

Il nonno di Luca era Paciolo di Bartolo che compare in un documento del 14 maggio 1412, come confinante e proprietario di beni situati nella Contrada di Sustiano. Lo ritroveremo, orma già scomparso, citato in due documenti del 25 febbraio e 13 marzo 1430⁵. Paciolo fu padre di almeno quattro maschi ed una

³ La documentazione relativa a Borgo dà ampi e nuovi contributi agli studi sulla cultura e la società di Sansepolcro in epoca medievale e rinascimentale. In proposito si vedano: J. R. BANKER, *The Culture of San Sepolcro during the Youth of Piero della Francesca*, Ann Arbor, MI, The University of Michigan Press, 2003; G. G. SCHARF, *Borgo San Sepolcro a metà del Quattrocento: istituzioni e società (1440-1460)*, Firenze, L. S. Olschki, 2003; G. G. SCHARF, *Fiscalità pubblica e finanza privata: il potere economico in un comune soggetto (Borgo San Sepolcro 1415-1465)*, pubblicazione on line, 2008.

⁴ Per ogni documento oggetto di questa relazione, oltre alla collocazione archivistica, indicheremo il numero della corrispondente trascrizione, riportata in sintesi o integralmente in E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit.

⁵ Archivio di Stato di Firenze (in seguito ASF), Notarile Antecosimiano 7135, 14 maggio 1412; 19300, 25 febbraio e 13 marzo 1430: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 1, 8 e 9.

femmina: Antonio, Simone, Ciolo e Francesca, gli zii di Luca, e Bartolomeo, il padre del Nostro. Due interessanti rogiti di Ser Francesco Sisti, entrambi del 25 luglio 1414, attestano che, in quel periodo, i fratelli Antonio, Bartolomeo e Ciolo avevano licenza di praticare la coltivazione e la pastorizia nelle terre di Cristoforo di Francesco di Ser Feo, al quale erano legati da un contratto di soccida⁶. Dal suddetto documento del febbraio 1430, si evince che la famiglia Pacioli aveva la propria abitazione in Via dei Cipolli già dal primo trentennio del Quattrocento.

Antonio, probabilmente il primogenito di Paciolo, era soprannominato Barbaglia. Ne abbiamo notizia dal gennaio 1413. Antonio sposò una non meglio identificata Piera; entrambi i coniugi morirono nel 1460, rispettivamente il 27 giugno ed il 22 marzo, e furono sepolti nella Chiesa di San Giovanni d'Affra⁷. Da Antonio nacquero Apollonio, Masso ed un figlio che morì prima di essere battezzato.

Su Simone di Paciolo, detto Savoretto, conosciamo diversi documenti datati tra il marzo 1413 ed il maggio 1453. Ne risulta che Simone, da un primo matrimonio, ebbe tre figli: Niccolò, Ulivo e Giacomina; in tarda età sembra si sia risposato con Lucia di Niccolò da Penestrina, ricevendone la dote il 14 novembre 1452. Simone fu prima affittuario di terreni nelle Contrade di Sagnone, del Trebbio e Camberna, di Tubbiolo e Affra Vecchia, e di Farneto, poi, come vedremo, divenne proprietario di altri beni assieme al figlio Ulivo⁸.

Oltre alla licenza del 25 luglio 1414, su Ciolo possediamo solo un altro documento del 17 gennaio 1426, dove viene nominato con i fratelli Antonio, Simone e Bartolomeo in relazione alla restituzione della dote della sorella Francesca, dopo la scomparsa del suo primo marito⁹.

Qui ed in seguito i documenti di cui riportiamo in nota la data sono quelli che, nel corrispondente protocollo, si trovano in carte o inserti non numerati; degli altri indicheremo generalmente solo il numero delle carte o degli inserti.

⁶ ASF, Notarile Antecosimiano 1284, 25 luglio 1414: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 5 e 6.

⁷ ASF, Notarile Antecosimiano 7013, 17 gennaio 1426; 7018, 22 luglio 1429; 7136, c. 18r; Archivio Comunale di Sansepolcro (in seguito ACS), Serie XXXII, 144, cc. 186v e 187v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 2, 13, 18, 157, 158. Cfr. anche ASF, Notarile Antecosimiano 7047, 28 ottobre 1439; 19281, c. 104v.

⁸ ASF, Notarile Antecosimiano 7009, c. 87r; 7013, 17 gennaio 1426; 7016, 23 settembre 1427; 7033, cc. 3r-3v e 14 novembre 1452; 7034, 14 maggio 1453; 7048, 19 dicembre 1448; 7136, c. 69r; 7140, 9 novembre 1416; 19297, c. 122v; ACS, Serie XXXII, 144, c. 145v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 3, 4, 7, 12, 13, 16, 23, 28, 29, 31, 35, 155. Inoltre ASF, Notarile Antecosimiano 6951, 9 giugno 1450; 7022, c. 101r; 7025, c. 30v; 7048, 4 febbraio 1450; 7052, n. 96; 7053 (anni 1440-1448), n. 34; 7136, c. 15r; 7137, 29 settembre 1415; 7139, 16 marzo 1420; 7142, 12 agosto 1418; 14042, c. 24v; 14052, c. 68r; 19303, 8 novembre 1437; 19305, cc. 33v-34r.

⁹ ASF, Notarile Antecosimiano 7013, 17 gennaio 1426: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 13.

Francesca fu sposata tre volte: anteriormente al 1426 con Angelo di Paolo di Stefano da Valle Bona, poi con un Nanni detto Ghibellino, e almeno tra il 1453 ed 1456 con Piero di Vico da Caprese. Era proprietaria di terreni e di un casolare situati a Villa Sant'Anastasio e San Giustino, in località Querceto¹⁰.

Del padre di Luca Pacioli era fino ad ora noto solo il nome di battesimo, Bartolomeo. Nato presumibilmente nell'ultimo decennio del XIV secolo, Bartolomeo si unì in matrimonio il 16 marzo 1427 con Maddalena, figlia di Francesco di Matteo Nuti da Villa Fariccio del Distretto di Borgo; la ragazza portò una dote di venti fiorini d'oro, più quattro fiorini di 'condote'. La 'confessio dotis' fu rogata nella Chiesa della Badia di Borgo, alla presenza, tra gli altri, di Folco di Giovanni di Canti dei Bofolci, mentre il successivo contratto matrimoniale fu concluso nell'abitazione di famiglia della sposa situata nella Parrocchia di San Niccolò, entrambi davanti al notaio Ser Mario Fedeli¹¹. Francesco Nuti, soprannominato Martello, aveva possedimenti nel luogo di origine e, a Sansepolcro, era stato proprietario anche di una casa nella Contrada del Rio della Parrocchia di San Giovanni¹².

Dopo avere probabilmente trascorso i primi tempi di matrimonio nella casa paterna in Via dei Cipolli, ereditata dal fratello maggiore Antonio a seguito della morte di Paciolo, il 25 aprile 1427 presso il suddetto Ser Mario Fedeli, Bartolomeo stipulò un atto per l'acquisto di un'abitazione confinante, del costo di ventuno fiorini, che apparteneva a Giovanni Venturucci da Villa San Giustino¹³; tuttavia, il 13 marzo 1430, Bartolomeo liberò Monna Biagia di Feo Gori, sorella del Venturucci, dall'impegno contrattuale, dopo che la stessa, divenuta nel frattempo proprietaria della casa, aveva venduto il sito ad un altro acquirente¹⁴. Finalmente, il 30 ottobre 1430, con un atto notarile di Ser Michelangelo di Giuliano, Bartolomeo divenne proprietario di un'altra casa sempre in Via dei Cipolli, che comprò da Teo di Antonio Vagnoli da Gragnano al prezzo di diciassette fiorini, parte della dote della moglie Maddalena. Il sito era in

¹⁰ ASF, Notarile Antecosimiano 7037, cc. 20r-20v; 7049, 21 febbraio 1453: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 32, 36.

¹¹ ASF, Notarile Antecosimiano 7016, 16 marzo 1427: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 14.

¹² Francesco ebbe due fratelli, Guasparre e Giovanna. Cfr. ASF, Notarile Antecosimiano 7009, c. 87r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 12. Inoltre ASF, Notarile Antecosimiano 6951, 24 ottobre 1445 e 23 ottobre 1447; 7010, c. 7r; 7122, c. 4065v; 7139, 5 agosto 1415.

¹³ ASF, Notarile Antecosimiano 7016, 25 aprile 1427: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 15.

¹⁴ ASF, Notarile Antecosimiano 19300, 13 marzo 1430: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 9 e 10.

dicto Burgo, in Asgio de Cipollis, iuxta rem Bardelle de Montanea et rem filiorum Angeli Rossi fabris, mediante cavina, et rem Mathei Grenetani, viam comunis et alios confines etc.¹⁵

Bartolomeo morirà ventotto anni dopo; fu sepolto il 14 gennaio 1459 nella Chiesa di San Giovanni d'Affra¹⁶. Dei non pochi documenti rintracciati che vedono la presenza del padre di Luca Pacioli a Sansepolcro tra il 25 luglio 1414 ed il 12 maggio 1453, nelle vesti di rogante, testimone o confinante, nessuno fa esplicito riferimento ad una sua attività lavorativa; forse per tutta la vita fu un modesto allevatore di bestiame ed un piccolo coltivatore, come sembra dedursi dal documento del 1414¹⁷.

Oltre a Luca, Bartolomeo ebbe altri tre figli maschi: Antonio, Ginepro e Ambrogio¹⁸.

Su Antonio di Bartolomeo ci è nota solo una testimonianza prestata a Borgo il 19 dicembre 1448 nello studio del notaio Ser Mario Fedeli¹⁹. Quasi con certezza, Antonio fu il primogenito di Bartolomeo e morì in giovane età, poco dopo la nascita di Luca, che nei suoi scritti non ne farà mai menzione.

Nella *Divina proportione* e nell'edizione degli *Elementi di Euclide* del 1509²⁰, poi nel secondo e nel terzo testamento del 1510 e 1511, il matematico ricorderà invece esplicitamente gli altri due fratelli, Maestro Ginepro e Frate Ambrogio, anche loro dell'Ordine dei Minori Francescani.

¹⁵ ASF, Notarile Antecosimiano 14044, cc. 101v-102r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 46.

¹⁶ ACS, Serie XXXII, 144, c. 181r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 156.

¹⁷ Oltre ai rogiti segnalati nelle note 6, 9, 11, 14-16, cfr. ASF, Notarile Antecosimiano 6999, 17 novembre 1427; 7020, 28 dicembre 1434; 7032, c. 32v; 7033, c. 31v; 7034, c. 22r e 12 maggio 1453; 14044, c. 21v e 10 agosto 1431; 14049, 9 maggio 1438; 14053, 2 marzo 1433; 19292, 17 febbraio 1442: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 11, 17, 20, 27, 30, 33, 34, 45, 47-49.

¹⁸ Assolutamente inesistenti sono un figlio di Bartolomeo di nome Piero ed un nipote di Bartolomeo, Dionisio di Piero, segnalati in R. E. TAYLOR, *No Royal Road: Luca Pacioli and his times*, cit., pp. 292, 374, 432-433. L'errore è dovuto a quanto si legge nella trascrizione di un documento riguardante Luca Pacioli del 14 dicembre 1497, pubblicata dal Boncompagni: nell'elenco dei testimoni lo storico italiano trascrisse "Dionisio Pieri Bartolomei Pacioli de Meglioratis", mentre il documento originale riporta "Dionisio Pieri Bartolomei de Meglioratis". Dunque tale Dionisio ed il padre Piero non erano della famiglia Pacioli. Cfr. ASF, Notarile Antecosimiano 19273, c. 132r; B. BONCOMPAGNI, *Intorno alle vite inedite di tre matematici*, cit., p. 869.

¹⁹ ASF, Notarile Antecosimiano 7048, 19 dicembre 1448: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 23.

²⁰ *Divina proportione. Opera a tutti gli ingegni perspicaci e curiosi necessaria ...*, Venezia, Paganino de' Paganini, 1509 (Riproduzione in facsimile dell'Istituto Statale d'Arte di Urbino, 1969), Parte prima, c. 23v; *Euclidis megarensis philosophi acutissimi mathematicorumque omnium sine controversia principis Opera a Campano interprete fidissimo translata ...*, Venezia, Paganino de' Paganini, 1509, c. 1r.

Maggiore di Luca, Ginepro compare per la prima volta, e già nelle vesti di frate, come testimone di un testamento stilato nello studio di Ser Francesco Pichi il 9 maggio 1463. Tra il 20 ottobre 1466 e il 27 agosto 1470 ottenne il titolo di Maestro e professore di teologia, ed almeno tra il 20 agosto 1472 e l'11 agosto 1473 fu guardiano del Convento borghigiano di San Francesco. Gli ultimi documenti del 1° febbraio e 6 agosto 1476 lo vedono presente al Capitolo dello stesso convento assieme al fratello Ambrogio²¹.

Più giovane di Ginepro ma forse anche lui maggiore di Luca, Ambrogio rimase sempre un semplice frate. Lo attestano numerosi rogiti del 7 febbraio e 22 ottobre 1466, 26 febbraio 1471, 3 e 11 agosto 1473, 1° febbraio e 6 agosto 1476, 2 aprile 1481, 28 febbraio 1483 e 21 febbraio 1488: il frate vi è spesso presente con i due fratelli per documenti familiari, per atti di procura, per lo più come testimone o partecipante al Capitolo. Su alcuni di questi rogiti ritorneremo più in dettaglio a proposito del Nostro²².

Ginepro ed Ambrogio - lo racconterò Maestro Luca nella *Divina proportione*, introducendo il *Tractato del'architettura* - ebbero il compito di assistere nelle sue ultime ore di vita il nobile condottiero Antonello Sanseverino, principe di Salerno e genero del Duca Federico da Montefeltro, colto da febbre mortale al rientro in Urbino dopo le sue imprese militari in Romagna al fianco dello stesso Duca Federico e del Conte Carlo Fortebracci da Montone. Prima di morire, Antonello ordinò la costruzione di una cappella che fu intitolata a San Francesco, nel Convento di appartenenza dei due frati.

Come abbiamo visto, Luca Pacioli ebbe almeno sei cugini. Erano i figli di Antonio Pacioli, ossia Masso, Apollonio e quello scomparso nel settembre 1430²³ prima della nascita di Luca, ed i figli di Simone Pacioli, cioè Niccolò, Ulivo e Giacoma che morì nel maggio 1451²⁴, quando Luca era ancora bambino.

Su Apollonio o Polonio di Antonio Pacioli, citato anche come Apollonio o Polonio di Barbaglia, dal soprannome paterno, abbiamo rintracciato documenti compresi tra il 28 maggio 1448 ed il 1464. Alcuni, degli anni 1459-1462,

²¹ ASF, Notarile Antecosimiano 6980, 20 agosto 1472; 7043, cc. 65r-66r; 16732, cc. 47r-47v; 16733, cc. 180v-181r; 16735, cc. 117r-117v; 16741, n. 18 cc. 352r-353r e n. 51 cc. 106v-107v, 125v-127r; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 40, 42, 56, 63, 64, 70, 80, 82, 83.

²² ASF, Notarile Antecosimiano 6961, 7 febbraio 1466; 7043, cc. 65v-66r; 7152, II, c. 31r; 16730, c. 122r; 16734, c. 76r; 16735, cc. 117r-117v; 16737, cc. 213r-213v; 16741, n. 51 cc. 106v-107v, 125v-127r; 19259, c. 9v; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 42, 54, 62, 66, 70, 73, 82, 83, 92, 103.

²³ Fu sepolto nella Badia: ACS, Serie XXXII, 144, c. 62v.

²⁴ ACS, Serie XXXII, 144, c. 145v; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 155.

c'informano che Apollonio era un sarto e che, a Borgo, svolgeva la sua attività in una bottega della Badia²⁵.

Sono particolarmente numerosi gli atti notarili che vedono il nome di Masso di Antonio Pacioli: come attore di rogiti anche assieme al fratello Apollonio ed al cugino Ulivo, quale procuratore della zia Francesca, in buona parte nel ruolo di testimone a partire dal 5 aprile 1449. In particolare, un documento del 16 aprile 1456 riferisce di una controversia tra Geronimo di Niccolò Mirabucci, da una parte, e Apollonio e Masso dall'altra, sorta a seguito di una precedente società che fecero Masso e Niccolò Mirabucci "in arte calzolarie". Il 3 luglio 1469 fece parte, con Ulivo, di una lista di abitanti di Borgo riuniti per eleggere il sindaco della cittadinanza. Masso compare per l'ultima volta il 13 gennaio 1477 nelle vesti di venditore di un terreno nella Contrada di Bocca d'Affra²⁶. Morì prima del 24 maggio 1502, quando leggiamo del figlio "Antonius quondam Massi Antonii Barbaglie"²⁷. Oltre ad Antonio, Masso ebbe Bartolomeo ed una figlia che morì poco dopo la nascita.

Nei protocolli notarili di Sansepolcro un altro nome ricorrente della famiglia Pacioli è quello di Niccolò di Simone. Anche lui religioso, a differenza dei suoi cugini e nipoti che vestirono l'abito francescano, Niccolò prese invece i voti nel Monastero Camaldolese di San Giovanni Evangelista, annesso all'omonima chiesa, la Badia del Comune di Borgo. Qui, nella Contrada di Santa Maria della Misericordia, fu testimone di un testamento già il 26 luglio 1429 col nome di "Fratre Magalao alias Nicolao Simonis Pacioli"²⁸. In seguito lo troveremo sempre come Don Niccolò, negli anni Trenta-Cinquanta priore della Chiesa di Santo

²⁵ ASF, Notarile Antecosimiano 6953, 16 aprile 1456; 6956, 29 dicembre 1459; 6957, 3 novembre 1462; 7040, c. 17r; 7048, 28 maggio 1448; 9627, 27 agosto 1457; 16741, n. 5, c. 44r; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 22, 37, 50-53, 81. Inoltre ASF, Notarile Antecosimiano 6955, 10 marzo 1459; 6957, 16 novembre 1462; 7029, c. 30r; 7040, cc. 10r, 17r, 26v, 44v, 113v, 130r; 7054, 17 novembre 1460; 12217, 21 gennaio e 2 febbraio 1461; 16741, c. 50v; 19250, fasc. 1, anno 1464.

²⁶ Su Masso, oltre ai rogiti citati nella nota 10, cfr. ASF, Notarile Antecosimiano 6953, 16 aprile 1456; 7052, c. 226r; 9627, 27 agosto 1457; 16736, c. 117r; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 25, 50, 51, 71. Inoltre ASF, Notarile Antecosimiano 6953, 27 luglio 1456; 6955, 10 marzo 1459; 6981, 30 novembre 1472; 6999, n. 9, 5 aprile 1472; 7001, c. 40r; 7049, 17 novembre 1455; 7052, c. 117v, 162v, 178v; 7053 (anni 1449-1459), n. 4; 7054 (anni 1450-1459), carta sciolta, 17 novembre 1460; 12218, cc. 79v, 80r; 12220, c. 34v; 16728, c. 57v; 16730, cc. 85r, 92v-93v (3 luglio 1469), 97r-98r, 99r-99v; 16732, cc. 8v, 42v, 51v, 63r; 16733, cc. 74r, 106r, 115r, 207r, 212r, 236v; 16734, cc. 10v, 27v, 28v, 38r, 55r, 59r, 60r, 63v-64v, 81r, 82r, 91r, 94v-95r, 96v, 98v, 116v, 162v, 163v, 169v, 172r; 16735, cc. 54r, 120v; 16736, cc. 33v, 41r; 16741, n. 54, c. 260r.

²⁷ ASF, Notarile Antecosimiano 19278, c. 59v; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 102.

²⁸ ASF, Notarile Antecosimiano 7051, c. 130r; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 19.

Stefano di Farneto, negli anni Settanta-Ottanta priore della Chiesa di Santa Lucia di Ancona, generalmente in rogiti stilati nella stessa Badia. Il 1° marzo 1447 fu Don Niccolò a concedere in affitto al padre Simone un terreno situato proprio nella Contrada di Farneto e proprietà dell'omonima chiesa. L'ultima presenza del sacerdote come testimone risale al 23 giugno 1490²⁹. Da segnalare la sua partecipazione assieme al camaldolese Don Francesco di Benedetto, fratello di Piero della Francesca, al Capitolo che si riunì il 15 febbraio 1436 in San Giovanni Evangelista³⁰.

I rogiti relativi ad Ulivo o Olivo di Simone Pacioli, iniziano il 17 maggio 1444 con una sua testimonianza a Borgo e proseguono fino alla morte. Il 5 febbraio 1450 Ulivo sposò una benestante ragazza di nome Bartolomea, detta Angelesca, figlia di Pietro Simonucci, ricevendo in dote dallo zio della sposa, Cristoforo, tutto ciò che la ragazza aveva ereditato sia dal padre sia dal fratello Bartolomeo, entrambi già scomparsi. Come era avvenuto oltre vent'anni prima per il padre di Luca Pacioli, gli atti relativi furono anche in questo caso conclusi davanti a Ser Mario Fedeli, e nella casa di Cristoforo in Via Sant'Antonio. Nel quindicennio che seguì il loro matrimonio, Ulivo, il padre Simone ed Angelesca, probabilmente sempre o in gran parte col denaro della Simonucci, acquistarono diversi possedimenti: dei terreni nella Contrada delle Croci e del Rio, una vigna nella Contrada del Ponte da Bosso nei pressi del fiume Afra, una casa nella Contrada di Sant'Antonio; vendettero a loro volta un'altra casa in Via Borgo d'Afra, e delle terre nella Contrada delle Murelle e a Villa San Giustino che dovevano far parte dei beni di famiglia di Angelesca; ebbero delle proprietà anche a Gragnano. Sull'attività di Ulivo non abbiamo informazioni; sappiamo solo che, tra il 1465 ed 1469, fu consocio di Emilio di Cristoforo Pichi. Ulivo venne sepolto nella Badia il 19 settembre 1476. Dalla consorte aveva avuto un figlio di nome Pietro ed un altro morto in tenera età³¹.

²⁹ ASF, Notarile Antecosimiano 6987, 9 dicembre 1478; 6999, (anni 1480-1481) n. 28; 7028, c. 51r; 16734, cc. 118v-119r; 19266, c. 43r. E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 21, 57, 58, 67, 93. Inoltre ASF, Notarile Antecosimiano 6951, 27 giugno 1447; 6955, 2 settembre 1459; 6963, 11 gennaio, 18 agosto e 11 dicembre 1468; 6980, 8 marzo 1472; 7001, cc. 84r, 156v; 7020, 26 settembre 1435 e 4 marzo 1436; 7021, c. 1r; 7022, c. 101r; 7025, cc. 8r, 41v; 7029, cc. 38v, 78r; 7030, c. 110v; 7031, 14 gennaio e 27 luglio 1450; 7040, c. 20r; 7049, 20 giugno 1453, 5 giugno 1456; 7051, cc. 47r, 48r, 106r; 7052, c. 295v; 10663 (anni 1482-1484); 14050, c. 29r, 31r; 14052, c. 67v; 16734, cc. 119r, 136v; 16737, c. 123v; 16741, n. 51, c. 117v; 19266, c. 43r. Per un riferimento a Don Niccolò Pacioli cfr. anche J. R. BANKER, *The Culture of San Sepolcro during the Youth of Piero della Francesca*, cit., p. 149.

³⁰ ASF, Notarile Antecosimiano 7020, c.n.n. Su Don Francesco dei Franceschi cfr. J. R. BANKER, *The Culture of San Sepolcro during the Youth of Piero della Francesca*, cit., pp. 135-136, 145-149.

³¹ ASF, Notarile Antecosimiano 7031, 5 febbraio 1450; 7033, cc. 3r-3v; 7034, 14 maggio 1453; 7040, c. 30v-31r; 7052, c. 309r; 9627, 27 agosto 1457; 16725, cc. 45v-46r, 92r-93r; 16734, cc. 178v-179r; ACS, Serie XXXII, 145, c. 54v. E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 24, 26,

La successiva generazione dei Pacioli è quella dei biscugini di Maestro Luca: Antonio e Bartolomeo di Masso, con la sorellina sepolta nel novembre 1453 in San Giovanni d'Affra³², Pietro di Ulivo ed il fratellino scomparso nel giugno del 1468³³. Antonio, la sua seconda moglie, Pietro ed alcuni loro figli sono i parenti che Luca nominerà nei propri testamenti, assieme ai suoi due fratelli. Non vi farà invece alcun cenno a Bartolomeo col quale sembra che il minorita non avesse buoni rapporti, in base a quanto si legge in un documento del 2 giugno 1512³⁴, l'unico che abbiamo individuato su Bartolomeo.

Antonio di Masso Pacioli, o più frequentemente Antonio di Masso di Barbaglia, comincia a comparire nel Notarile a partire dal 20 novembre 1497³⁵. A quel tempo, da un primo matrimonio, aveva già avuto una figlia di nome Maddalena ed un maschio di nome Masso. Due anni dopo Antonio sposerà Caterina, la figlia di Andrea di Salvestro o Vestro da Rasina. Questi, il 19 settembre 1499, nella camera di Maestro Luca del Convento francescano di Borgo, promise al futuro genero una dote di 25 fiorini ed un conveniente abito per la figlia, che il Vicario vescovile Lucantonio di Anghiari si impegnò a consegnare allo sposo entro un anno³⁶. Dal secondo matrimonio sembra che non siano nati figli. Antonio abitava con la famiglia in Via dei Cipolli, probabilmente nella vecchia casa che era stata dell'avo Paciolo, poi del nonno Antonio e del padre Masso. Come si legge in un rogito del 2 febbraio 1510, fu da Maestro Luca che Antonio di Masso ebbe in prestito 70 fiorini per la ristrutturazione della casa, oltre ad 80 fiorini per avviare un esercizio di pizzicagnolo e per l'acquisto della mercanzia³⁷. Con questo documento e con i testamenti di Luca del 1508, 1510 e 1511, un altro rogito del 7 ottobre 1503³⁸, su

28, 29, 35, 38, 39, 50, 60, 61, 68, 159. Su Ulivo e Angelesca cfr. anche ASF, Notarile Antecosimiano 298, c. 239r; 6955, 10 marzo 1459; 6959, 9 gennaio 1464; 6961, 6 agosto 1466; 6978, 11 settembre 1471; 7025, c. 68v (17 maggio 1444); 7042, c. 113v; 7054, carta sciolta, 17 novembre 1460; 12212, 1° giugno 1463 e 3 maggio 1469; 12218, cc. 17r, 22r; 16731, cc. 127v, 175v; 16726, cc. 2r, 11v-12r; 16729, c. 132r; 20709, cc. 16r, 223v, 235v e una carta sciolta tra le cc. 154 e 155.

³² ACS, Serie XXXII, 144, c. 152r.

³³ Fu sepolto nella Badia: ACS, Serie XXXII, 145, c. 28v.

³⁴ ASF, Notarile Antecosimiano 13440, c. 61v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 134.

³⁵ ASF, Notarile Antecosimiano 17896, 20 novembre 1497: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 113.

³⁶ ASF, Notarile Antecosimiano 19275, c. 78r. Cfr. B. BONCOMPAGNI, *Intorno alle vite inedite di tre matematici*, cit., p. 870; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 26.

³⁷ ASF, Notarile Antecosimiano 13439, cc. 15r-15v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 130. Cfr. G. MANCINI, *L'opera "De corporibus regularibus" di Pietro Franceschi*, cit., p. 471; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 31.

³⁸ ASF, Notarile Antecosimiano 6856 (anno 1503), n. 26: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 112.

cui torneremo, vede Antonio assieme al frate minorita. Antonio morì prima del 28 aprile 1517³⁹.

Pietro di Ulivo Pacioli, o Pietro di Ulivo Savoretti, dall'appellativo del nonno Simone, nacque tra il 1459 ed il 1464. All'inizio del 1484 sposò Caterina figlia di Giuliano Loli, residente a Borgo ma originario di Firenze, della zona di Boboli; il 31 gennaio di quell'anno, nella Chiesa della Badia, il Loli consegnò a Pietro la dote della promessa sposa. Già proprietario dei beni ereditati dal padre e dalla madre, tra cui la vigna che Angelesca aveva acquistato nella Contrada del Ponte da Bosso, nel 1490 e nel 1512 Pietro comprò altre terre nelle Contrade di Bocca di Cauli o Giardini e di Bocca d'Alfra e un orto nella Contrada di Sant'Antonio. Proprio in relazione alla vigna ed ad un suo debito di 50 fiorini, lo incontriamo in più rogiti con Maestro Luca, oltre che nelle sue disposizioni testamentarie⁴⁰. Pietro fu padre di Angiola, Ambrogio, Ginepro e Olivo.

Con i due figli di Antonio di Masso e con i quattro figli di Pietro di Ulivo arriviamo alla generazione dei cugini in terzo grado del Nostro. Di questi sei, solo Masso, sepolto nell'agosto 1495 in San Giovanni⁴¹, ed Olivo non vengono nominati nei testamenti del borghigiano.

Su Maddalena di Antonio di Masso abbiamo informazioni fino al 28 aprile 1517, quando, orfana del padre e già coniugata, elesse un procuratore che si occupasse in particolare della sua dote⁴².

Angiola di Pietro di Olivo compare solo nel primo e nel secondo testamento di Maestro Luca.

Ambrogio e Ginepro di Pietro furono anche loro frati minori nel Convento di Borgo, come gli omonimi fratelli di Maestro Luca. Più volte ricordati nelle disposizioni testamentarie del matematico, figurano entrambi in un già noto documento del 20 ottobre 1517 posteriore alla sua morte; si tratta della lettera che la Comunità di Sansepolcro scrisse a Maestro Mariotto, ministro della Provincia di San Francesco, affinché perdonasse i due giovani "fraticelli" per un'offesa da loro arrecata ad un confratello⁴³. Su Ginepro rimane un altro atto notarile del 6 luglio

³⁹ ASF, Notarile Antecosimiano 10685, c. 33v; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 151. Per altri documenti relativi ad Antonio di Masso cfr. ASF, Notarile Antecosimiano 13436, c. 123r; 13439, cc. 25v-26r; 19272, c. 58v.

⁴⁰ ASF, Notarile Antecosimiano 6993, 31 gennaio 1484; 10665, c. 57v; ; 12249, cc. 21r, 236v; 13439, cc. 15v-16v; 13440, cc. 65v-66r; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 59, 91, 131, 132, 135, 145, 146. Inoltre ASF, Notarile Antecosimiano 6190, c. 102v.

⁴¹ ACS, Serie XXXII, 145, c. 118r.

⁴² ASF, Notarile Antecosimiano 10685, c. 33v; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 151.

⁴³ ACS, Serie V, 1, p. 272. D. I. RICCI, *Fra Luca Pacioli*, cit., p. 24; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 31.

1517⁴⁴, molto importante, come preciseremo, in relazione a Maestro Luca. Il 19 agosto 1522 un “Frater Zineprus Olivi Paccioli” fece parte del Capitolo che elesse come procuratore per il Convento di San Francesco il notaio Ser Pompeo Guelfi⁴⁵; è da ritenere che il frate in questione fosse quasi sicuramente lo stesso Ginepro di Pietro di Olivo, del quale il notaio avrebbe omesso il nome del padre, dal momento che non abbiamo alcuna notizia dell’esistenza di un terzo Ginepro, figlio di Olivo.

Accanto a quello di Frate Ginepro, il documento del 6 luglio 1517 vede anche i nomi di suo fratello Olivo e del figlio di questi, Luca. Olivo di Pietro Pacioli, o Olivo di Pietro Savoretti, era già comparso col padre nel 1512, negli atti di vendita e di acquisto rispettivamente di terreni a Bocca d’Afra e in Sant’Antonio⁴⁶. Lo ritroveremo per l’ultima volta, arbitro di un compromesso, il 30 ottobre e 1° novembre del 1519⁴⁷.

Con l’unico figlio di Olivo che abbiamo incontrato nei documenti, e dunque proprio col nome Luca, si conclude la nostra costruzione dell’albero genealogico della famiglia Pacioli.

Non essendo stato possibile stabilirne l’esatta collocazione genealogica, dallo schema abbiamo escluso alcuni nomi di altri parenti del Nostro, per dichiarazione dello stesso matematico che ne parla nell’introduzione al *Tractato del’architettura*. Erano questi il capitano di ventura “Benedetto detto Baiardo mio stretto affine” ed il “suo e mio nipote Francesco Paciolo”, entrambi morti combattendo a Ragusa, dopo la battaglia di Scutari del 1478. Benedetto era stato addestrato all’uso delle armi dal condottiero Baldaccio di Anghiari ed ebbe a sua volta molti allievi e seguaci; prestò servizio al soldo di Alfonso II re di Napoli, del Pontefice Niccolò V che fu papa tra il 1447 ed il 1455, dei fiorentini e dei veneziani. Alla sua morte, aggiunge Pacioli, il Baiardo lasciò la vedova Elisabetta ed il figlio “Baldanzonio dato al viver civile”, che dunque non seguì, come il padre, la carriera militare⁴⁸.

⁴⁴ ASF, Notarile Antecosimiano 6191, c. 118r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 129.

⁴⁵ ASF, Notarile Antecosimiano 17900, n. 163: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 125.

⁴⁶ ASF, Notarile Antecosimiano 12249, cc. 21r, 236v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 145, 146.

⁴⁷ ASF, Notarile Antecosimiano 102, cc. 91r-91v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 152, 153.

⁴⁸ *Divina proportione*, cit., Parte prima, cc. 23v-24r. Incerta risulta l’appartenenza alla famiglia di Maestro Luca di altri Pacioli che incontriamo nei registri notarili di Sansepolcro dell’ASF. Un Checco “olim Pacioli” da Villa Pocaria figura il 27 luglio 1412 nel Notarile Antecosimiano 14053. Un Andrea di Giovanni Pacioli si trova come testimone di un atto del 25 gennaio 1425 riportato nel Notarile Antecosimiano 19282, c. 58r. Probabilmente lo stesso Andrea Pacioli da Borgo, già presente per una testimonianza il 25 marzo 1417 nel Notarile Antecosimiano 7141, compare l’8 febbraio 1432 nelle disposizioni testamentarie di

Su Francesco non possediamo altre informazioni; probabilmente, era un biscugino di Maestro Luca.

Di Benedetto il Boncompagni scrisse che si trattava di uno zio del Nostro⁴⁹, ma l'affermazione non è suffragata da alcun documento. Il Taylor, sulle orme del Boncompagni, aggiunse arbitrariamente che il Baiardo doveva essere uno zio materno di Luca⁵⁰. Diversi atti notarili da noi rintracciati confermano parte di quanto riferisce su di lui il Pacioli, aggiungendo ulteriori notizie. Benedetto, di fatto soprannominato Baiardo, era figlio di Antonio Baiardi⁵¹ o di Baiardo. Il 15 gennaio 1469 il valoroso e già noto condottiero si unì in matrimonio con Isabetta o Elisabetta, figlia di un Maestro Iacopo da Padova: il notaio era il solito Ser Mario Fedeli che rogò anche gli atti matrimoniali di Bartolomeo Pacioli e di suo nipote Olivo di Simone. Poco dopo lo spozalizio, nell'ottobre dello stesso anno, il Baiardo, già capitano al servizio della Signoria di Firenze, comprò un orto nella Contrada dell'Ospedale di Santa Maria del Fondaccio, mentre nel 1474 permutò una casa situata in Via degli Abbarbagliati con un'altra casa ed un casolino nella zona ad est del Quartiere di San Giovanni. L'anno prima sua moglie Elisabetta aveva acquistato anche un terreno probabilmente nella Villa di Gricignano del Distretto di Borgo⁵². Il figlio che Benedetto ebbe da Elisabetta si chiamava Baldantonio. Lo troviamo a Borgo come testimone di tre atti notarili riguardanti Maestro Luca, il 21 ottobre 1490, il 17 febbraio 1503 e l'11 dicembre 1506, e per una testimonianza prestata il 30 giugno 1500 ad una "Tregua" tra Pierfrancesco di Giuliano Ciaci ed i figli di Conte di Folco dei Bofolci⁵³.

Lorenzo di Niccolò Bercordati, come lavoratore delle sue terre di Villa Pocaria: Notarile Antecosimiano 7053 (anni 1414-1439), n. 25, cc. 12v-13r; 14047, cc. 11v, 47v; 19282, c. 96v. Iacopo o Iacopuccio Pacioli, i suoi fratelli Matteo e Biagio Pacioli, tutti da Rocca Cinghiata, la moglie di Iacopo, Angela di Santi da Roncalone e Nesa di Biagio Pacioli, sono presenti in diversi atti rogati tra il 1389 ed il 1416: Notarile Antecosimiano 7112, cc. 2698r-2698v, 2772r; 7122, c. 4098v; 7127, c. 4293r; 7136, 5 febbraio 1413; 7137, 21 luglio 1414; 7140, 6 agosto 1416. Iacopo Pacioli, Fabrizio e Iacopo di Marco Pacioli da Sigliano, figurano negli anni 1409 e 1497 nel Notarile Antecosimiano 7149 (anni 1405-1409), n. 30 e nel 19273, cc. 52r-52v.

⁴⁹ B. BONCOMPAGNI, *Intorno alle vite inedite di tre matematici*, cit., p. 415.

⁵⁰ R. E. TAYLOR, *No Royal Road: Luca Pacioli and his times*, cit., pp. 11, 77, 155, 270-271.

⁵¹ Potrebbe trattarsi di Antonio di Paolo Baiardi, un mugnaio citato in un documento del 12 agosto 1415: ASF, Notarile Antecosimiano 19282, c. 57r. Paolo ed il fratello Bartolo di Baiardo sono presenti in rogiti del 1399, 1401, 1406 e 1410: ASF, Notarile Antecosimiano 6875, 29 ottobre 1399; 7122, c. 4078v; 7128, cc. 4786v, 4816r; 7132, 26 marzo 1410. Un rogito del 13 marzo 1477 riguarda altri Baiardi di Borgo, Niccolò e Mattea figli dello scomparso Arcano Baiardi e di una Monna Marchigiana: ASF, Notarile Antecosimiano 19254, c. 17v.

⁵² ASF, Notarile Antecosimiano 6964, 23 ottobre 1469; 7045, c. 13r; 16734, cc. 40r-42v, 201r-202v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice I, documenti 44, 55, 65, 69.

⁵³ ASF, Notarile Antecosimiano 12213, c. 419v; 19276, c. 86r; 17898, c. 186v; 17899, n. 74: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice I, documenti 89, 101, 122, 124.

La famiglia Bofolci o Bofulci fu evidentemente in relazione con i Baiardi ed ebbe come ben noto uno stretto legame con i Pacioli, anche se non sembra che fosse unita a questi da vincoli di parentela. Il padre di Conte, Folco di Giovanni di Canti, fu infatti presente all'atto del 14 marzo 1427 nel quale Bartolomeo Pacioli dichiarò di aver ricevuto la dote dal padre della promessa sposa Maddalena di Francesco Nuti. Maestro Luca, nel suo primo testamento del 1508, ricorderà con affetto la casa dei Bofolci come quella che "in pueritia me nutrì e alevò", nominando il Reverendo Messer Folco dei Bofolci, sia in quello che nei due successivi, suo esecutore testamentario.

Della famiglia Bofolci, una delle più illustri e benestanti di Sansepolcro, rimangono innumerevoli documenti nel Notarile Antecosimiano, individuati a partire da un rogito del 1394⁵⁴ relativo a Giovanni di Canti, la cui scomparsa si colloca prima del 1421. Giovanni ebbe un maschio di nome Folco ed una figlia di nome Bianca che sposò Don Andronico dei Malatesti da Rimini e che morì verso 1458⁵⁵. Come si deduce da un documento del 1401, Folco nacque verso il 1387/89; fece testamento il 10 febbraio 1456 lasciando eredi i figli Piergentile e Conte, e la moglie Nicolosa di Lorenza di Nanni; morì tra la primavera del 1458 e la primavera del 1460, mentre la sua vedova era ancora in vita nel 1469⁵⁶. Folco di Giovanni di Canti ed il padre di Luca Pacioli, dunque, forse pressoché coetanei, morirono a poco tempo di distanza l'uno dall'altro. Folco di Giovanni, Piergentile e Conte di Folco rivestirono a Borgo importanti uffici pubblici. Folco fece parte del gruppo dirigente della città e ne fu anche ambasciatore tra il 1440 ed il 1444⁵⁷. Piergentile fu tra i Conservatori di Borgo nel marzo del 1469⁵⁸. Conte, che morì tra il febbraio ed il maggio del 1499, almeno nell'ultimo periodo della sua vita ebbe l'incarico di Priore della Confraternita di San Bartolomeo⁵⁹; fu anche tra i Gonfalonieri di Giustizia di Sansepolcro, come sarà durante la prima metà del Cinquecento per i suoi figli Camillo, Bernardo o Bernardino, Piergentile e Giovannicanti⁶⁰. Oltre a questi, Conte ebbe altri tre figli: Alessandro, Geronimo e Folco.

⁵⁴ ASF, Notarile Antecosimiano 11187, 19 dicembre 1394.

⁵⁵ ASF, Notarile Antecosimiano 75, c. 19r.

⁵⁶ ASF, Notarile Antecosimiano 75, cc. 19r-19v, 21r, 26r, 39v, 43r; 6875, 17 marzo 1401; 7038, c. 119r; 7039, 30 maggio e 9 giugno 1460; 7052, n. 71 (testamento di Folco di Giovanni Canti); 7054 (anni 1450-1459), n. 13; 16731, cc. 95v, 131r.

⁵⁷ G. G. SCHARF, *Borgo San Sepolcro a metà del Quattrocento*, cit., pp. 182, 218, 235, 246-247, 264, 271, 275, 291.

⁵⁸ ASF, Notarile Antecosimiano 7050, 1° marzo 1469.

⁵⁹ ASF, Notarile Antecosimiano 12236, c. 36r.

⁶⁰ F. VILLANI, *Le vite d'uomini illustri fiorentini*, Firenze, Sansoni Coen, 1847: "Appendice alla Cronaca di Alessandro Goracci", pp. 256, 260, 262-266.

Don Folco di Conte, il Bofolci citato da Maestro Luca nei suoi testamenti e presente in diversi atti notarili del francescano, seguì la carriera religiosa come “presbiter secularis et sacrorum canonum professor”⁶¹. Tra il 1479 ed il 1516 lo incontriamo più volte in rogiti familiari assieme al padre ed ai fratelli, spesso nelle vesti di priore e rettore delle Chiese di Santa Lucia di Celle, Sant’Angelo a Latignano, San Biagio a Gricignano e Santa Trinita di Bulciano, tutte nel Distretto di Città di Castello; fu inoltre priore della Compagnia di Santa Caterina di Borgo. Di Folco, che sopravvisse a Luca Pacioli, abbiamo notizia fino all’ottobre del 1518⁶².

2. LUCA PACIOLI A SANSEPOLCRO

LA NASCITA E LA PRIMA GIOVINEZZA (1446/48-1466)

La data di nascita di Luca Pacioli a Sansepolcro è stata fino ad oggi collocata attorno al 1445/50 sulla base di alcune informazioni biografiche in gran parte riferite dallo stesso frate e legate agli anni della sua giovinezza.

La mancanza dei relativi Registri battesimali di Borgo non permette la precisa individuazione di quella data, ma due atti notarili ora reperiti, e ricordati anche da Banker nel corso di questo Convegno, ne forniscono l’approssimativa conoscenza con un margine di due anni, ossia tra l’ottobre del 1446 e l’ottobre del 1448. Tali documenti, i primi attualmente noti su Luca, risalgono al 20 e 22 ottobre 1466 e furono rogati nella cancelleria del Palazzo comunale di Borgo da un notaio di famiglia dei Pacioli, Ser Mario Fedeli. Il 20 ottobre, il giovane Luca “adultus maior annorum XVIII minor tamen XX annorum”, alla presenza e con il consenso del fratello maggiore Frate Ginepro, trasferì al conterraneo Barfuccio di Iacopo Cecchi

⁶¹ ASF, Notarile Antecosimiano 6847, 9 maggio 1507, 29 ottobre 1513.

⁶² Cfr. in particolare ASF, Notarile Antecosimiano 6191, cc. 12r, 13r, 21r, 28v, 32v, 35r-38r, 46r-46v, 117r, 137v-138v, 161r-163r; 7157, cc. 74v-75r, 76v-77r; 12724, c. 160r; 16738, c. 88r; 16740, 26 gennaio 1488; 17900, n. 69; 19255, c. 20v. Per altri documenti riguardanti la famiglia Bofolci si vedano: ASF, Notarile Antecosimiano 75, c. 14v; 6190, cc. 106r, 112v; 6951, 6 giugno 1442, 9 ottobre 1450; 7005, c. 11v; 7010, cc. 96r, 100r; 7044, c. 56r; 7048, 21 marzo 1446; 7138, 3 settembre 1415; 7156, c. 35v; 12222, c. 53v; 12225, c. 87r; 12227, n. 105; 12233, c. 249r; 12243, c. 215r; 12248, cc. 155r-155v; 12251, c. 233r; 12724, cc. 18r-18v, 87r-87v, 100v, 124v-125r, 194v, 259v; 12731, n. 68; 12736, c. 28r; 13436, c. 137r; 13439, cc. 52v-53v, 97v, 105v-106r; 13440, cc. 52v-53v; 14049, 18 ottobre 1437; 16724, cc. 10r-10v, 18v, 100r, 115v-117v; 16736, cc. 127v-128r; 16737, c. 110v; 16738, cc. 33r, 38v, 69v, 70v-71r, 73r, 161v-162r; 17896, 2 gennaio 1501, 12 dicembre 1513; 19262, cc. 17r-17v; 19267, c. 56v; 19272, c. 64v; 19276, c. 40v; 19277, c. 104r; 19281, cc. 64r-65r; 19290, 24 maggio 1422; 19294, 22 novembre 1424; 19296, 11 maggio 1426; 19298, 10 gennaio e 16 giugno 1428; 19299, 31 maggio 1429; 19303, 5 dicembre 1436; 19307, cc. 36r-36v; 19312, 10 ottobre 1441.

“omnia iura et actiones ... in domo dicti Luce”, a suo tempo appigionata al defunto Maestro Antonio di Piero di Bartolo di Pace⁶³; il Barfuccio si dichiarò successivamente debitore di Luca in ragione di sei lire cortonesi⁶⁴. Due giorni dopo, questa volta col consenso e la presenza anche dell'altro fratello Frate Ambrogio, al prezzo di trentadue fiorini e mezzo, Luca vendette a Francesco di Meo Rossi

unam domum sitam in Burgo, in Asgio de Cipollis, iuxta rem dicti emptoris et rem Gori Mei de Cipollis et rem Antonii Laurentii Mathei Marci et viam publicam, vel alio fines ...⁶⁵ (Cfr. Fig. 1).

Era forse la stessa casa che il padre di Luca, Bartolomeo Pacioli, aveva acquistato nel 1430, dopo tre anni di matrimonio, con 17 fiorini della dote della moglie Maddalena di Francesco Nuti, oppure era una vicina e più ampia abitazione comprata in tempi successivi. Fu in ogni caso in Via dei Cipolli che avvenne la nascita del futuro matematico e dei suoi fratelli, e fu lì che Luca trascorse la sua infanzia⁶⁶. Rimane invece un dubbio sul fatto che Maddalena sia stata la madre del Nostro, che le sarebbe nato dopo circa vent'anni di unione con Bartolomeo. Non siamo peraltro a conoscenza di un secondo matrimonio del padre di Luca.

Bartolomeo morì nel gennaio del 1459, quando Luca aveva attorno agli undici-tredici anni. Fu così che il ragazzo, probabilmente orfano di entrambi i genitori, dovette essere affidato alla tutela dei ricchi Bofolci, Folco di Giovanni di Canti e i suoi figli Piergentile e Conte. Non è improbabile che Bartolomeo avesse lavorato alle loro dipendenze. A Sansepolcro rimane ancora una strada intitolata ai Bofolci, proprio nei pressi di Via dei Cipolli; la casa di Conte e dei suoi eredi, che “nutrì e allevò” il Pacioli, da due atti notarili, risultava alla fine del Quattrocento e nel primo Cinquecento nella Contrada della Palazzetta e nella Strada del Rio⁶⁷.

L'atto di vendita della casa di famiglia nell'ottobre del 1466, quando i fratelli erano già frati nel convento di Borgo, è posteriore ad una presenza di Luca a Ferrara il 23 aprile 1466 durante la festa di San Giorgio, e si colloca o precedentemente al

⁶³ ASF, Notarile Antecosimiano 7043, cc. 65r-65v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 40.

⁶⁴ ASF, Notarile Antecosimiano 7043, c. 65v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 41.

⁶⁵ ASF, Notarile Antecosimiano 7043, cc. 65v-66v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 42; cfr. anche il documento 43.

⁶⁶ In accordo con quanto si è spesso scritto e tramandato senza tuttavia nessun riferimento documentario: cfr. ad esempio M. PANCAZZI, *Luca Pacioli, la "Summa" e la matematica del '400*, Sansepolcro, Arti Grafiche, 1992, ripubblicato in *Mario Pancrazi, Fra Luca Pacioli e il fascino delle "matematiche"*, cit., p. 31. All'inizio di Via dei Cipolli è stata apposta una lapide che ricorda l'illustre concittadino.

⁶⁷ ASF, Notarile Antecosimiano 7156, c. 132v; 12730, cc. 132r-132v.

primo soggiorno del Pacioli a Venezia o con maggiore probabilità in una parentesi di quegli anni giovanili in cui il borghigiano fu presso la Serenissima ospite e al servizio del facoltoso mercante Antonio Rompiasi. A Venezia, Luca ebbe modo di viaggiare su navi mercantili, per conto del Rompiasi, forse già dal 1464 e con la funzione di contabile; allo stesso tempo approfondì i propri studi matematici alla Scuola di Rialto, sotto la guida di Domenico Bragadin, occupandosi anche dell'educazione dei figli del mercante, Bartolomeo, Francesco e Paolo. A questi dedicò nel 1470 la sua prima opera di aritmetica ed algebra, un trattato a noi sconosciuto.

FRATE E MAESTRO DI TEOLOGIA (1471-1490)

Lasciata la città lagunare, prima o dopo alcuni mesi trascorsi a Roma al tempo del pontificato di Paolo II, e in casa di Leon Battista Alberti, il Pacioli ritornò a Borgo per prendere i voti nel Convento di San Francesco. Qui, il 26 febbraio 1471, incontriamo infatti Frate Luca assieme al fratello Frate Ambrogio testimone nell'elezione dei Consoli dell'Arte della Lana, che si svolse nel refettorio⁶⁸. Si tratta del più antico documento a tutt'oggi noto che vede il Pacioli già in abito francescano davanti al notaio Ser Francesco Pichi. Nei primi anni Settanta, ritroveremo Luca a Borgo altre due volte: nella camera del fratello Ginepro, allora guardiano del convento minoritico, come testimone di un atto di donazione fatto dalla Società delle Laudi e rogato il 20 agosto 1472 da Ser Leonardo Fedeli⁶⁹; in una cella del convento, presente, ancora con Maestro Ginepro e Frate Ambrogio, alla redazione del testamento di un Salvo di Santi di Giovanni, che fu stilato dal Pichi l'11 agosto 1473⁷⁰.

I successivi rogiti si riferiscono ai periodi trascorsi dal Pacioli a Sansepolcro negli anni Ottanta.

L'11 luglio 1480 Frate Luca fu testimone di un rogito stilato nel chiostro del convento di Borgo⁷¹. Il matematico aveva appena concluso il suo primo incarico presso lo Studio di Perugia come insegnante pubblico di abaco, ossia di aritmetica e geometria, che svolse dal novembre 1477 al giugno 1480. Risale a quel periodo

⁶⁸ ASF, Notarile Antecosimiano 16730, c. 122r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 62.

⁶⁹ ASF, Notarile Antecosimiano 6980, 20 agosto 1472: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 56.

⁷⁰ ASF, Notarile Antecosimiano 16741, n. 51 cc. 106v-107v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 82.

⁷¹ ASF, Notarile Antecosimiano 16737, c. 119v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 72.

la stesura del *Tractatus mathematicus ad discipulos perusinos*, compilato tra il 12 dicembre 1477 e il 29 aprile 1478 e conservato manoscritto presso la Biblioteca Apostolica Vaticana⁷². La testimonianza del luglio 1480 precede il viaggio di Pacioli a Zara, in Dalmazia, dove nel 1481 il frate compose una terza opera di aritmetica ed algebra, anche questa non pervenutaci, e che sembra fosse più ampia e completa delle due precedenti.

Tra l'estate del 1480 e l'estate del 1484 Luca conseguì il titolo di professore di teologia.

Risalgono infatti al 1484 e 1485 due rogiti di Ser Ranieri Boddi e quattro rogiti del Pichi dove il matematico e teologo francescano è ormai citato come "Magister sacre pagine professor". Il 20 settembre e 19 dicembre 1484 Maestro Luca compare col ruolo di guardiano del suo convento, nei testamenti di due vedove, Nera di Pietro di Veltre e Checca di Vieri Giontini, entrambe terziarie francescane laiche⁷³. L'8 gennaio 1485, Maestro Luca e gli operai del convento si occuparono dell'affitto a Francesco di Paolo Savelli di alcuni terreni appartenente ai frati di San Francesco⁷⁴. Il 7 febbraio, assieme ai confratelli e ancora nelle vesti di loro guardiano, Pacioli concesse a Bartolomeo di Iacopo dei Rossi il patronato dell'Altare di San Bonaventura, già intitolato a San Cristoforo, ed il suolo antistante per il suo sepolcro, annullando poi un atto di donazione fatto agli stessi frati da tale Leonarda di Piero Bencivenni, un'altra pinzochera del terzo ordine⁷⁵. Il 15 maggio 1485 il frate partecipò, con voto contrario, all'elezione di due sindaci del convento, Ser Iacopo di Tommaso Guelfi e Bernardo di Niccolò Mercati⁷⁶. I documenti del 1485 si collocano prima di un soggiorno del Pacioli a Firenze, che precede a sua volta la seconda condotta del matematico nello Studio perugino, dove Maestro Luca insegnò dal maggio 1487 all'aprile 1488.

Il 16 febbraio 1488, il Nostro si trovava tuttavia di nuovo nella vicina Sansepolcro davanti al notaio Ser Ranieri Lucarini, con la testimonianza di Conte di Folco dei Bofolci, per effettuare un deposito di 44 fiorini e sei ducati veneti presso i Priori della Società delle Laudi di Santa Maria della Notte, che Maestro Luca nominò poi suoi

⁷² Nel codice Vat. lat. 3129. Cfr. LUCA PACIOLI, *Tractatus mathematicus ad discipulos perusinos*, a cura di Giuseppe Calzoni, Gianfranco Cavazzoni, Perugia, Delta Grafica, 2007.

⁷³ ASF, Notarile Antecosimiano 3039, (anni 1482-1484), nn. 11, 12 e 14: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice I, documenti 84 e 85.

⁷⁴ ASF, Notarile Antecosimiano 16737, cc. 163r-163v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice I, documento 74.

⁷⁵ ASF, Notarile Antecosimiano 16737, cc. 168v-170r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice I, documenti 75 e 76.

⁷⁶ ASF, Notarile Antecosimiano 16738, cc. 137r-138r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice I, documento 77.

procuratori⁷⁷. Un successivo atto rogato da Ser Bartolomeo Manfredini il 5 luglio 1489 parlerà ancora di quel deposito, precisando che una parte di esso, 30 fiorini, dopo la scomparsa del Pacioli, avrebbe dovuto essere consegnato ai frati di San Francesco per l'acquisto di paramenti, calici ed altre masserizie utili al convento⁷⁸.

Nel 1489 il borghigiano ricoprì un incarico come pubblico lettore di matematica a Roma, dove nell'aprile di quell'anno, durante una visita al palazzo del Cardinale Giuliano della Rovere, Luca ebbe occasione di mostrare alcuni modelli di solidi da lui costruiti a Guidobaldo I, duca di Urbino, giunto nella città eterna per rendere omaggio al nuovo pontefice Innocenzo VIII. Cinque anni dopo sarà lo stesso Pacioli a raccontare questi episodi nella *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalità*, la cui lettera dedicatoria a Guidobaldo riferisce anche di un altro suo incarico didattico nel Ginnasio di Napoli, pur senza indicarne il relativo periodo⁷⁹. Considerando le presenze di Maestro Luca a Borgo, Perugia e Roma, le sue frequentazioni ed il suo insegnamento a Napoli "per più mesi", è verosimile che il matematico abbia occupato la cattedra partenopea quanto meno in un periodo compreso tra l'aprile 1488 e l'aprile 1489, oppure dopo la stesura del rogito del 5 luglio 1489 e prima di un successivo documento del 21 ottobre 1490, quando il frate, ancora nelle vesti di guardiano del Convento di San Francesco, fu convocato da Ser Bartolomeo Lucarini per concedere una licenza alla pinzochera del Terzo Ordine Margherita di Giovanni Rondoli⁸⁰.

"NUMPTIUM SPETIALEM" (1491-1500)

Sono diversi i documenti su Pacioli a Sansepolcro relativi agli anni 1491-1493 e 1497-1500.

Per il primo triennio, alcuni documenti conservati presso l'Archivio generale dei Minori francescani attestano una controversia tra il frate ed il ministro generale del suo ordine⁸¹. Gli altri sono atti notarili.

In due rogiti del 23 giugno e 30 settembre 1491, fatti da Ser Niccolò Fedeli nel Convento di San Francesco, Luca figura prima come testimone poi tra i partecipanti

⁷⁷ ASF, Notarile Antecosimiano 12223, c. 25v; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 86 e 87.

⁷⁸ ASF, Notarile Antecosimiano 12274, 5 luglio 1489; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 90.

⁷⁹ Cfr. *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalità*, Venezia, Paganino de' Paganini, 1494 (Edizione promossa dalla 'Fondazione Piero della Francesca'. A cura di Enrico Giusti, Istituto Poligrafico e Zecca dello Stato, Roma, 1994): Epistola dedicatoria, c. 2v; Parte seconda, cc. 68v, 74v.

⁸⁰ ASF, Notarile Antecosimiano 12213, c. 419v; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 89.

⁸¹ Cfr. B. BONCOMPAGNI, *Intorno alle vite inedite di tre matematici*, cit., p. 406; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., pp. 24-25.

al Capitolo dei frati che elessero loro procuratore il confratello Frate Roberto di Matteo da Borgo⁸². L'anno successivo 1492 lo troviamo davanti ai notai Ser Cristoforo Sisti e Ser Francesco Pichi, il 29 maggio sempre nel Capitolo francescano per la nomina del notaio Iacopo di Tommaso Guelfi come nuovo amministratore del Convento⁸³, il 22 settembre e l'8 dicembre per due testimonianze rese nella sede dei Maestri Conservatori e nel Palazzo comunale di Sansepolcro⁸⁴. Il 18 aprile 1493, con un rogito di Ser Ranieri Lucarini, i frati del Convento di Borgo nominarono

procuratorem, actorem, factorem, negotiatorem ... et certum numptium spetialem Reverendum et sacre pagine professorem Magistrum Lucam Bartolomei de dicto Burgo ... fratrem dicti conventus, presentem et acceptantem, ad comparandum coram eorum Generali et protectore et Ministro quocunque cuiuscunque provincie Sancti Francisci et quocunque Capitulo generali et provinciali et Summo Pontifice et quocunque domino et dominio temporali et spirituali ... et ad videndum ... rationem administrationis dicti Conventus Sancti Francisci de dicto Burgo et omnium rerum et bonorum dicti conventus ...⁸⁵.

Quattro giorni dopo, il 22 aprile, Frate Luca comparirà assieme al Padre Simone Graziani, abate del Monastero camaldolese di San Giovanni Evangelista di Borgo, in un atto pervenutoci in forma incompleta e rogato dal Sisti nella stessa Badia⁸⁶. Infine il 27 maggio 1493 i Priori della Società delle Laudi, alla presenza di Ser Niccolò Fedeli, restituirono al Pacioli oltre 550 lire di un suo precedente deposito; l'atto fu stilato nel Convento di San Francesco "in camera de puteo suprascripti Magistri Luce, posita in dicto conventu et iuxta viridarium et alias fines"⁸⁷.

Gli atti notarili degli anni 1491-1493 precedono alcuni viaggi del Pacioli a Padova, Assisi, forse nuovamente ad Urbino, ed il secondo soggiorno di Maestro Luca a Venezia, al tempo della pubblicazione della *Summa*, edita nella città lagunare da Paganino de' Paganini il 10 novembre 1494.

⁸² ASF, Notarile Antecosimiano 7153, cc. 263r, 280v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 104 e 105.

⁸³ ASF, Notarile Antecosimiano 19268, c. 56r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 94. Cfr. G. MANCINI, *L'opera "De corporibus regularibus" di Pietro Franceschi*, cit., p. 472; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 24.

⁸⁴ ASF, Notarile Antecosimiano 16740, n. 164: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 78 e 79.

⁸⁵ ASF, Notarile Antecosimiano 12226, c. 63v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 88.

⁸⁶ ASF, Notarile Antecosimiano 19269, c. 59r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 95. Cfr. G. MANCINI, *L'opera "De corporibus regularibus" di Pietro Franceschi*, cit., p. 472; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 24.

⁸⁷ ASF, Notarile Antecosimiano 7159, c. 332v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 106.

Uno dei periodi più importanti nella vita del Pacioli fu quello trascorso a Milano tra il 1496 ed il 1499, “ali stipendi” di Ludovico Maria Sforza, detto il Moro, in qualità di pubblico lettore di matematica presso le Scuole palatine. Risale a quegli anni la stesura del *Compendio de la divina proportione*, pubblicato nel 1509. Il trasferimento di Maestro Luca a Milano è da ritenere immediatamente successivo ad una sua testimonianza prestata l’8 settembre 1496 nella residenza del Capitano di Borgo ad un atto del notaio Ser Cristoforo Sisti⁸⁸.

Durante e dopo gli anni vissuti a Milano, Frate Luca lasciò diverse testimonianze di suoi rientri a Borgo, come risulta da rogiti del medesimo Sisti, di Ser Girolamo Lucherini e di Ser Niccolò Fedeli.

Nel 1497 il matematico assegnò due procure, il 12 luglio e 14 dicembre, a Don Ambrogio di Giovanni Menci e a Luchino di Meo Luchini de Duris, e il 23 novembre concesse l’affitto a Maestro Bernardino Sensi della Cappella di San Bernardino della Chiesa di San Francesco⁸⁹. Qui, il 6 agosto ed il 4 settembre dello stesso anno, Francesco di Iacopino di Ser Francesco e sei terziarie francescane pronunciarono la loro professione di fede davanti al guardiano Maestro Luca, che il successivo 10 ottobre fu dichiarato creditore, con i frati del Convento e dell’Opera di San Francesco, di un Agostino di Biagio Ghiselli⁹⁰. Nel 1499 abbiamo ancora due procure del Pacioli, una del 10 ottobre a Giovanfrancesco di Lorenzo dei Capucci e a Ludovico di Antonio Longari e una precedente, del 19 settembre, a tale Paolo Antonio da Città di Castello; nello stesso giorno - come abbiamo già ricordato - la cella di Frate Luca nel Convento di San Francesco fu la sede di un rogito riguardante la dote di Caterina, figlia del suo biscugino Antonio di Masso Pacioli⁹¹; un documento del 7 ottobre parla di una revisione di conti che il Padre Marino da Nocera, allora guardiano del convento, avrebbe dovuto presentare al Pacioli⁹². La conseguente vertenza pecuniaria portò il 9 febbraio del 1500 alla nomina di due arbitri da parte di Maestro Luca e dello stesso Frate Marino, rappresentante del convento⁹³: erano Baldino di Don Benedetto

⁸⁸ ASF, Notarile Antecosimiano 19272, c. 62v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 96.

⁸⁹ ASF, Notarile Antecosimiano 19273, cc. 63v, 112v, 132r. B. BONCOMPAGNI, *Intorno alle vite inedite di tre matematici*, cit., p. 869; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 26.

⁹⁰ ASF, Notarile Antecosimiano 19273, cc. 69v, 94r, 97r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 97-99.

⁹¹ ASF, Notarile Antecosimiano 19275, cc. 78r-78v, 87v. B. BONCOMPAGNI, *Intorno alle vite inedite di tre matematici*, cit., p. 870; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 26.

⁹² ASF, Notarile Antecosimiano 19275, c. 85r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 100. Cfr. G. MANCINI, *L’opera “De corporibus regularibus” di Pietro Franceschi*, cit., p. 469; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 26.

⁹³ ASF, Notarile Antecosimiano 12237, cc. 13r-14r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 144.

Graziani ed il dottore in legge Bartolomeo di Antonio di Benedetto dei Franceschi. Il relativo lodo riconobbe lo stesso convento debitore di Frate Luca, al quale si stabilì pertanto che Ludovico di Iacopo di Vico e Geronimo di Checco Garzi, due affittuari dei frati francescani, pagassero per un anno i propri canoni di locazione, con due atti del 18 febbraio 1500⁹⁴, rogati nella Piazza di San Francesco e nella bottega dove si pesavano il grano e la farina. Nell'estate dello stesso anno ritroviamo più volte Maestro Luca nel palazzo del Capitano di Borgo, il 29 e 30 giugno, il 7 e 10 luglio nel ruolo di testimone di quattro rogiti⁹⁵, ancora il 29 giugno nelle vesti di Commissario del Padre generale dell'ordine come mandante di un precetto al confratello Frate Roberto di Matteo Nanni, al quale fu ordinato il rientro nel convento di Sansepolcro, pena la scomunica⁹⁶.

I PRIVILEGI APOSTOLICI (1503-1510)

Alla parentesi borghigiana e ad un nuovo presunto incarico a Perugia nel 1500, fece seguito un altro lungo periodo di attività didattica di Pacioli, questa volta a Firenze, dove tenne la cattedra di matematica presso lo Studio fiorentino e pisano dal novembre del 1500 all'ottobre del 1506. Al tempo stesso, il maestro ebbe anche una nomina, che probabilmente non accettò, per la lettura di matematica all'Università di Bologna nell'anno accademico 1501-1502, e fu poi eletto ministro provinciale di Romania il 26 maggio 1504.

Anche il soggiorno fiorentino fu intervallato e seguito da diversi momenti del francescano a Sansepolcro. Nel 1503 Luca stipulò numerosi rogiti nella residenza della Compagnia delle Laudi, con il notaio Ser Guasparri Righi. Il 16 febbraio effettuò un deposito di 130 fiorini che consegnò a due suoi procuratori, entrambi priori della stessa società, Lorenzo di Antonio Fedeli e Iacopo di Paolo da Coldarco, dando poi un'altra procura a un Don Rosello di Francesco ed a Frate Cristoforo di Ambrogio da Monte, che verrà rinominato il successivo 10 ottobre⁹⁷; il 17 febbraio Luca compare come creditore di Ludovico di Antonio Longari, Bartolomeo di

⁹⁴ ASF, Notarile Antecosimiano 19276, c. 45r. B. BONCOMPAGNI, *Intorno alle vite inedite di tre matematici*, cit., p. 870-871; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 26.

⁹⁵ ASF, Notarile Antecosimiano 7156, cc. 179r-179v, 181r, 183r; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 107-110.

⁹⁶ ASF, Notarile Antecosimiano 19276, c. 99v. B. BONCOMPAGNI, *Intorno alle vite inedite di tre matematici*, p. 871; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 26.

⁹⁷ ASF, Notarile Antecosimiano 17897, cc. 265v-267r, 344r; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 114-116, 121.

Santi Menci e dei confratelli Frate Pace di Bernardino da Monte, Frate Cristoforo da Monte e Frate Pasquasio di Iacopo Banocci⁹⁸; il 27 luglio, nella sacrestia della Chiesa di San Francesco, il maestro farà parte del Capitolo che si riunì per discutere in merito all'eredità di tale Barnabeo di Giovanni Parlanti da Città di Castello⁹⁹. Il 7 ottobre sempre del 1503 un altro notaio, Ser Angelo Fedeli, incontrerà Frate Luca ed Antonio di Masso Pacioli nella sede dei Maestri Conservatori per rogare una reciproca promessa con un Giovanfrancesco di Guidone Baldinetti¹⁰⁰.

Nel 1506 ritroveremo per due volte il Pacioli a Sansepolcro, ancora con Ser Righi e nella bottega di Princivalle dei Righi, proprietà della Badia di Borgo, poco prima dello scadere del suo incarico presso lo Studio fiorentino, e poco dopo: il 23 agosto per assegnare una procura al dottore in legge Don Ladislao e al notaio Ser Bernardino di Francesco Renovati¹⁰¹, che rogherà il secondo testamento di Pacioli; l'11 dicembre per revocare una precedente procura a Frate Cristoforo, che fu sostituito da un Frate Francesco¹⁰².

Quello compreso tra la fine del 1506 e l'agosto del 1508 rimane un periodo oscuro della vita di Luca Pacioli, del quale non possediamo documenti né a Sansepolcro né altrove.

Le notizie biografiche sul borghigiano riprendono dall'11 agosto 1508, giorno in cui il minorita, nella Chiesa di San Bartolomeo di Rialto a Venezia, lesse una prolusione al Quinto Libro degli *Elementi*, che venne poi inserita nella sua edizione latina del testo euclideo. Il matematico - forse dopo un viaggio nella sede pontificia - doveva trovarsi nella città lagunare già da qualche tempo, essendo datata 12 agosto 1508 una lettera di ringraziamento spedita al Pacioli a nome del Gonfaloniere fiorentino Pier Soderini, per aver comunicato l'ambasciata di un tale Zaccaria Contarini. Il successivo 9 novembre il borghigiano redasse a Venezia il suo primo testamento. Luca rimase ospite della Serenissima fino al 1509, anno di edizione della *Divina proporzione* e degli *Elementi*, opere per le quali aveva chiesto il privilegio di stampa al Doge il 29 dicembre 1508, come fece anche per una nuova edizione della

⁹⁸ ASF, Notarile Antecosimiano 17897, cc. 267v-268v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 117-119.

⁹⁹ ASF, Notarile Antecosimiano 17897, cc. 301r-302r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 120.

¹⁰⁰ ASF, Notarile Antecosimiano 6856, (anno 1503), n. 26: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 112.

¹⁰¹ ASF, Notarile Antecosimiano 17898, c. 143r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 123.

¹⁰² ASF, Notarile Antecosimiano 17898, c. 186v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 124.

Summa, che si avrà solo nel 1523 a Tuscolano sul Garda, per il *De viribus quantitatis* e per un *De ludo schacorum* che rimarranno invece manoscritti¹⁰³.

Tra il dicembre del 1509 e l'ottobre del 1510 diversi documenti attestano il rientro di Pacioli a Borgo. Alcuni, di già noto contenuto ed inerenti alla vita religiosa del Nostro, riguardano i privilegi personali che Giulio II concesse al minorita con una o più bolle emanate nel 1508, e la nomina di Maestro Luca a Commissario del convento di Sansepolcro, il 22 febbraio 1510, con la concessione di ulteriori privilegi, cose che gli procurarono l'opposizione e l'ostilità dei confratelli¹⁰⁴. Oltre a questi abbiamo anche diversi atti notarili, tra cui il secondo testamento del frate. Il 30 gennaio 1510, nell'ufficio del giudice del Capitano di Borgo, davanti a Ser Ugucione Dolci, Ambrogio, Andrea e Bernardino Guerra da Monte, a nome dei loro familiari tra i quali Frate Cristoforo e Frate Pace, figli rispettivamente di Ambrogio e Bernardino, due confratelli di Luca che abbiamo incontrato in precedenti documenti, fecero solenne promessa di tregua in una controversia evidentemente in atto con Maestro Luca; il frate ne respinse tuttavia la promessa il giorno successivo¹⁰⁵. Il 2 febbraio 1510, nella casa in Via dei Cipolli di Antonio di Masso Pacioli, alla presenza di Ser Bernardino Matteucci e di diversi testimoni tra cui Folco dei Bofolci, lo stesso Antonio di Masso e Pietro di Ulivo Pacioli, con tre atti notarili, si dichiararono debitori del biscugino Luca¹⁰⁶; come pegno dei cinquanta fiorini avuti in prestito, Pietro concesse in affitto a Maestro Luca la sua vigna al Ponte da Bosso, impegnandosi a sua volta a coltivarla a proprie spese, ed a consegnare ogni anno al frate quattro salme di vino. Il successivo 11 ottobre, nella piazza di Borgo, Pacioli convocherà di nuovo Ser Matteucci per nominare suo procuratore Luca di Guasparre Ciampolini¹⁰⁷.

GLI ULTIMI ANNI (1511-1516)

Dopo una nuova condotta nello Studio di Perugia, che gli fu assegnata nel novembre del 1510, Pacioli riprese dopo molti anni il suo ruolo di guardiano del Convento di Borgo, convocandone il Capitolo il 17 novembre 1511 per la stipulazione di un rogito di

¹⁰³ Cfr. le note 136 e 137.

¹⁰⁴ E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 28.

¹⁰⁵ ASF, Notarile Antecosimiano 6189, cc. 85v, 87r; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 127 e 128.

¹⁰⁶ ASF, Notarile Antecosimiano 13439, cc. 15r-16v; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 130-132, segnalati in G. MANCINI, *L'opera "De corporibus regularibus" di Pietro Franceschi*, cit., p. 471 e E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 28.

¹⁰⁷ ASF, Notarile Antecosimiano 13439, c. 104v; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 133, segnalato in E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 28.

Ser Bartolomeo Fedeli, di cui rimane purtroppo solo la parte iniziale¹⁰⁸. Quattro giorni dopo, a Borgo, avrebbe fatto il suo terzo testamento. Il 26 settembre ed il 29 dicembre 1511 Luca era sempre a Sansepolcro, come vedremo meglio in un successivo paragrafo.

All'interno dei dissidi tra Maestro Luca e i Da Monte, la controversia con Frate Cristoforo ebbe il suo epilogo il 1° gennaio 1512, quando i due francescani si presentarono davanti ai magistrati fiorentini per porre fine ai loro contrasti. L'accordo concluso tra i due confratelli venne di fatto rispettato, come dimostrano tre rogiti stilati a Borgo dal suddetto Ser Manfredini. Il 2 giugno 1512, nel chiostro della Chiesa di San Francesco, Maestro Luca elesse Frate Cristoforo suo procuratore in relazione ad un presunto debito del biscugino Bartolomeo di Masso Pacioli; il 10 novembre il Da Monte ebbe dal frate una nuova procura, assieme a Folco e Bernardino di Conte dei Bofolci ed a Marco di Antonio Longari; un curioso documento concluso il 15 novembre nella Sala magna del Palazzo comunale vedrà infine Frate Cristoforo creditore di Maestro Luca per la vendita di una mula¹⁰⁹. Troviamo Don Folco anche il 30 giugno 1512, nell'abitazione degli eredi di Don Alessandro Antonelli situata nella Piazza di Sansepolcro, dove Luca dichiarò di aver ricevuto da Pietro di Olivo Savoretti i cinquanta fiorini che il frate gli aveva prestato il 2 febbraio del 1510: diciotto ducati per mano di Ugo di Cione dei Pichi, un'altra importante famiglia di Borgo, e la parte rimanente "in illis modis ac formis, rebus et pecuniis de quibus Dominus Fulcus Contis de Bofulcis et prefatus Ughucio habent notitiam..."¹¹⁰.

Per l'anno 1513 non abbiamo rintracciato alcun documento notarile su Pacioli a Sansepolcro. La sua presenza nel paese natale sembra tuttavia attestata da un documento del 26 aprile 1513 con il quale i Capitani di Parte Guelfa di Firenze, sollecitati dal frate, dettero facoltà al Capitano di Borgo di esaminare tutti i testimoni prodotti dallo stesso francescano in rapporto ad una questione sorta fin dall'ottobre 1512 con Pietro di Niccolò da Filicaia, già provveditore delle muraglie e fortezze di Borgo¹¹¹; il Da Filicaia è noto come autore del *Libro dicto giuochi mathematici*, compilato verso il 1511¹¹², un'opera sullo stile del *De viribus quantitatis* del Pacioli.

¹⁰⁸ ASF, Notarile Antecosimiano 6888, 17 novembre 1511: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 140.

¹⁰⁹ ASF, Notarile Antecosimiano 13440, cc. 61v, 84v-85v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 134, 136 e 137. Cfr. anche G. MANCINI, *L'opera "De corporibus regularibus" di Pietro Franceschi*, cit., p. 474, che riporta però erroneamente le date del secondo e del terzo rogito, scrivendo 12 e 17 novembre; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 29.

¹¹⁰ ASF, Notarile Antecosimiano 13440, cc. 65v-66r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 135.

¹¹¹ E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 30.

¹¹² Il manoscritto dell'opera si trova alla Biblioteca Nazionale di Firenze, nel codice Magl. XI, 15. Cfr. G. Arrighi, *Il "Libro dicto giuochi mathematici" di Piero di Nicolao d'Antonio da Filicaia*, "Atti della Fondazione Giorgio Ronchi", 26, 1971, pp. 51-61.

Il 1514 fu l'anno in cui il Nostro venne ricondotto ad insegnare matematica a Roma, con un incarico che dovette precedere i mesi di agosto e settembre. Il 14 agosto 1514 Luca era infatti a Sansepolcro per annullare una procura data al solito Frate Cristoforo da Monte¹¹³; il 30 agosto nominò invece Marco di Antonio Longari suo procuratore in una vertenza con i Frati del Convento dei Servi di Santa Maria di Borgo¹¹⁴; il 1° settembre i Priori della Confraternita di San Bartolomeo ricevettero da Luca un deposito di venticinque ducati¹¹⁵; il 18 settembre Maestro Luca e Frate Cristoforo si ritrovarono di fronte all'Abate di San Giovanni Evangelista per la definitiva chiusura delle loro vertenze pecuniarie¹¹⁶; il precedente 9 settembre, lo stesso Da Monte aveva tra l'altro ricevuto dal Dottore in legge Don Niccolò Tani, a nome di Luca Pacioli, il denaro della vendita della mula avvenuta due anni prima¹¹⁷. Finalmente, il 22 settembre, nella bottega di Luca Marcolini sulla Piazza di Borgo, Luca nominò suo procuratore il notaio Ser Alessandro Fedeli¹¹⁸. Gli atti del 1514 furono rogati dal medesimo Ser Alessandro, da Ser Bernardino Matteucci, Ser Girolamo Lucherini e Ser Michelangelo Palamedi.

Il documento del 22 settembre 1514 è l'ultimo atto notarile attestante la presenza di Luca Pacioli a Sansepolcro.

Dopo o durante l'incarico presso lo Studio romano, nella città eterna la minorita doveva trovarsi anche verso la primavera del 1515, quando il 19 marzo la comunità di Sansepolcro scrisse al conterraneo affinché ottenesse dalla Santa Sede un'indulgenza per l'antica Compagnia del Crocifisso. Il 14 marzo 1516, come racconta un documento borghigiano inviato dalla medesima comunità al Ministro dell'Ordine francescano, il maestro aveva rinunciato ai propri privilegi, causa dei dissapori che erano sorti tra lui ed i frati del convento di Borgo:

¹¹³ ASF, Notarile Antecosimiano 12251, c. 259r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 147.

¹¹⁴ ASF, Notarile Antecosimiano 13440, c. 155r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 138. Cfr. G. MANCINI, *L'opera "De corporibus regularibus" di Pietro Franceschi*, cit., p. 476; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 30.

¹¹⁵ ASF, Notarile Antecosimiano 6847, 1° settembre 1514: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 142.

¹¹⁶ ASF, Notarile Antecosimiano 12251, c. 291v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 148.

¹¹⁷ ASF, Notarile Antecosimiano 15998, c. 48v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 143.

¹¹⁸ ASF, Notarile Antecosimiano 12251, c. 297v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 149.

Reverendus Pater sacre theologiae Magister Lucas Pacioli de dicto Burgo cessit bullis et privilegiis apostolicis, et se concordaverunt et pacificaverunt prout de praedictis a pluribus civibus intelleximus ...¹¹⁹

La riappacificazione era avvenuta verosimilmente in quel convento, circa un anno prima la morte del frate.

3. LUCA PACIOLI E PIERO DELLA FRANCESCA A SANSEPOLCRO

Su Piero di Benedetto della Francesca o dei Franceschi, nato verso il 1412 da una delle più importanti e benestanti famiglie di mercanti di Borgo¹²⁰, e dunque di circa trentacinque anni maggiore di Luca Pacioli, si è spesso detto che fosse colui dal quale il futuro minorita apprese le prime nozioni di matematica, conoscenze che Luca avrebbe poi approfondito sia da solo sia frequentando la Scuola di Rialto a Venezia. Se dubbia resta l'effettiva relazione maestro-discepolo tra i due borghigiani, indiscutibile è il fatto che Luca dovette conoscere personalmente il grande artista e che studiò la produzione scientifica del conterraneo, definendolo con ammirazione "monarcha ali di nostri della pictura e architectura"¹²¹

Al di là della questione del plagio e senza addentrarci nella relativa discussione, il Pacioli ebbe il merito di liberare dai confini della trattatistica manoscritta parte delle opere di Piero della Francesca, pubblicando pressoché integralmente, nella seconda parte della *Summa*, i problemi del *Trattato d'abaco* (c. 1480) di Piero sui poliedri, col titolo "Particularis tractatus circa corpora regularia et ordinaria", e solo con piccole modifiche del testo pierfrancescano, ed inserendo poi, nella seconda parte della *Divina proportione*, il *Libellus in tres partiales tractatus divisus quinque corporum regularium et dependentium*, che costituisce la versione in volgare del *Libellus de quinque corporibus regularibus* del Franceschi¹²².

¹¹⁹ ACS, Serie V, 1, p. 228. Cfr. D. I. RICCI, *Fra Luca Pacioli*, cit., pp. 22-23; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 29.

¹²⁰ Su Piero della Francesca e sulla sua famiglia si vedano E. BATTISTI, *Piero della Francesca. Nuova edizione riveduta e aggiornata con il coordinamento scientifico di Marisa Dalai Emiliani*, Milano, Electa, 1992, 2 voll.; J. R. BANKER, *The Culture of San Sepolcro during the Youth of Piero della Francesca*, cit.

¹²¹ *Divina proportione*, cit., Parte prima, c. 35r; cfr. anche *Summa*, cit., Epistola dedicatoria a Guidobaldo I, c. 3v.

¹²² Del *Trattato d'abaco* si conoscono due codici; il primo si trova alla Biblioteca Medicea-Laurenziana di Firenze ed è stato quasi interamente pubblicato in PIERO DELLA FRANCESCA, *Trattato d'abaco. Dal Codice Ashburnhamiano 280 (359*-291*) della Biblioteca Medicea Laurenziana di Firenze*, a cura e con introduzione di G. Arrighi, Pisa, Domus Galilaeana, 1970; sul secondo, che si conserva alla Biblioteca Nazionale di Firenze con la segnatura Conv. soppr. A.6.2606 e che presenta alcune lacune rispetto al primo, si veda W. VAN EGMOND, *A second manuscript of Piero della Francesca's "Trattato d'abaco"*, "Manuscripta", 24, 1980. Sul *Trattato d'abaco* cfr. anche E. GIUSTI, *L'algebra nel "Trattato d'abaco" di Piero della Francesca: osservazioni e congetture*, "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche", XI, 1991, fasc. 2, pp. 55-83. Il manoscritto

Le opere dei due borghigiani e i documenti a nostra conoscenza non forniscono prove di una loro eventuale frequentazione negli anni dell'infanzia e della giovinezza di Luca. Un atto notarile del 20 settembre 1484 è attualmente il primo documento, ed anche il solo, con la contemporanea presenza di Luca e di Piero a Borgo: il francescano aveva a quel tempo fra i trentasei e i trentotto anni, l'affermato pittore era ormai ultrasettantenne. Il rogito, presente in due copie tra le carte di Ser Ranieri Boddi, contiene le disposizioni testamentarie della terziaria francescana laica Nera di Pietro di Veltre vedova di Iacopo di Pietro Goracci; Maestro Luca, allora guardiano del Convento di San Francesco, vi figura nelle vesti di sostituto di Frate Cristoforo Antonelli, visitatore del Terzo Ordine. L'atto fu stilato nel chiostro del convento, alla presenza di sette testimoni, tra i quali "Magistro Petro olim Benedicti de Francisicis"¹²³ (Cfr. Fig. 2).

Altri documenti riguardanti il Pacioli danno interessanti indizi e conferme in merito ai rapporti tra il minorita e la famiglia Della Francesca, per la presenza in essi di tre parenti di Piero¹²⁴: Messer Bartolomeo di Antonio di Benedetto Franceschi, Lorenzo di Giovanfrancesco Capucci e suo padre Giovanfrancesco di Lorenzo. Bartolomeo, che fu dottore in legge, era un nipote di Piero della Francesca, in quanto figlio di suo fratello Antonio. Lorenzo Capucci sposò una bisnipote dell'artista, Giovanna di Francesco di Marco di Benedetto Franceschi, nipote di Marco, un altro fratello di Piero: la relativa promessa di matrimonio fu stilata il 9 febbraio 1495, con le sottoscrizioni autografe di Giovanfrancesco e di Messer Bartolomeo.

Quattro anni dopo, in un atto del 10 ottobre 1499, troviamo Giovanfrancesco Capucci con Ludovico di Antonio Longari, procuratori a Sansepolcro di Maestro Luca¹²⁵; i due borghigiani verranno entrambi rinominati dal francescano, assieme a Lorenzo Capucci, con un atto del 25 novembre 1502 durante il periodo trascorso dal Pacioli a Firenze come lettore nello Studio fiorentino¹²⁶.

del *Libellus* di Piero si conserva alla Biblioteca Apostolica Vaticana, nel codice Urb. Lat. 632: cfr. PIERO DELLA FRANCESCA, *Libellus de quinque corporibus regularibus*, corredato dalla versione volgare di Luca Pacioli, a cura di C. Grayson, M. Dalai Emiliani e C. Maccagni, Firenze, Giunti, 1995, 2 voll., con facsimile del codice vaticano; il trattato è stato precedentemente pubblicato in G. MANCINI, *L'opera "De corporibus regularibus" di Pietro Franceschi detto Della Francesca*, cit. Per un raffronto tra le opere di Piero e di Pacioli si veda M. DALY DAVIS, *Piero della Francesca's Mathematical Treatises: the "Trattato d'abaco" and "Libellus de quinque corporibus regularibus"*, Ravenna, Longo, 1977.

¹²³ ASF, Notarile Antecosimiano 3039, (anni 1482-1484), nn. 11 e 12; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 84.

¹²⁴ Per i rapporti tra i Pacioli ed i Franceschi ricordiamo anche l'appartenenza allo stesso ordine camaldolese ed allo stesso convento borghigiano di San Giovanni Evangelista del cugino di Luca, Don Niccolò di Simone Pacioli, e del fratello di Piero, Don Francesco.

¹²⁵ ASF, Notarile Antecosimiano 19275, c. 87v. B. BONCOMPAGNI, *Intorno alle vite inedite di tre matematici*, cit., p. 870; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 26.

¹²⁶ ASF, Notarile Antecosimiano 16838, c. 448r; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 111. Giovanfrancesco di Lorenzo di Angelo Capucci ed il figlio Lorenzo sono citati in

Messer Bartolomeo di Antonio Franceschi fu con Baldino di Don Benedetto Graziani l'arbitro del lodo relativo ad una vertenza pecuniaria tra Luca ed i confratelli, di cui si parla in due rogiti del 9 febbraio 1500 e del 17 febbraio 1503¹²⁷.

Il suddetto Ludovico di Antonio Longari, che abbiamo incontrato anche come debitore di Maestro Luca in un altro atto notarile del 17 febbraio 1503¹²⁸, era fratello di Marco Longari al quale il Pacioli assegnò la nomina di esecutore delle sue volontà nel secondo testamento del 2 febbraio 1510, e quella di procuratore sia il 10 novembre 1512 sia il 30 agosto 1514, per rappresentarlo in una questione con i frati del Convento dei Servi di Santa Maria¹²⁹. Marco Longari doveva essere il borghigiano che, da piccolo, sembra conducesse amorevolmente per mano, tra le strade del paese natale, il vecchio Piero della Francesca negli anni della sua cecità, che ne precedono di qualche tempo la morte. Piero fu sepolto il 12 ottobre 1492 nel sepolcro di famiglia della Badia di Borgo, dove furono tumulati, oltre che nella Chiesa di San Giovanni d'Apra, anche alcuni parenti di Maestro Luca.

4. LUCA PACIOLI E LEONARDO DA VINCI A FIRENZE

Oltre a Piero della Francesca, un'altra figura particolarmente significativa nella vita di Luca Pacioli fu Leonardo da Vinci.

Gli anni tra il 1496 e il 1499 videro a Milano, alla splendida corte di Ludovico Sforza, l'incontro e la nascita di un importante sodalizio tra il Pacioli e il Da Vinci, il cui rapporto di amicizia e di reciproca ammirazione e collaborazione è più volte testimoniato da citazioni leonardesche e da riferimenti contenuti negli scritti del frate. Leonardo lesse e studiò l'opera del borghigiano, approfondendo grazie a lui le proprie conoscenze matematiche; egli stesso nel *Codice atlantico* dichiara, tra l'altro, di avere speso "119 [soldi] in aritmetica di maestro Luca", ossia la *Summa*, e scrive "Impara la multiplicatione de le radice da Maestro Luca"¹³⁰. A sua volta il

diversi atti rogati a Sansepolcro negli anni 1490-1495, 1500, 1506-1507, 1509-1514 e 1518-1519: ASF, Notarile Antecosimiano 102, cc. 108v, 113r-114v; 6189, cc. 9r, 110v, 152r, 153r, 159v; 6855 (anni 1495-1497), nn. 29 e 30; 6889, 14 aprile 1511; 7154, cc. 339v, 410v; 10685, cc. 156v-157r; 12237, cc. 94r-95r; 12247, c. 134v; 12249, c. 48r; 12250, cc. 41r, 60v, 228r, 255r-255v; 12251, c. 383v; 13437, cc. 85v, 155r-156r; 15998, cc. 22r-22v; 16740, n. 164; 19250, fasc. 3.

¹²⁷ ASF, Notarile Antecosimiano 12237, cc. 13r-14r; 17899, n. 74; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 122 e 144. Già il 16 settembre 1488 Bartolomeo era stato arbitro di un lodo della Società delle Laudi: ASF, Notarile Antecosimiano 12223, c. 100v.

¹²⁸ ASF, Notarile Antecosimiano 17897, cc. 267v-268r; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 117.

¹²⁹ ASF, Notarile Antecosimiano 13440, cc. 84v-85r, 155r; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 136 e 138.

¹³⁰ *Codice atlantico*, cc. 288r, 331r. Cfr. LEONARDO DA VINCI, *Il Codice Atlantico della Biblioteca Ambrosiana di Milano*. Trascrizione diplomatica e critica di Augusto Marinoni, Firenze, Giunti Barbera, IV, 1976, pp. 68, 210.

Da Vinci fu di ausilio al Pacioli con le sue competenze artistiche, eseguendo gli splendidi disegni dei poliedri che adornano la *Divina proportione*.

Pubblicata a Venezia da Paganino de' Paganini nel 1509 e complessivamente dedicata a Pier Soderini, l'opera si compone di due parti: la prima contiene il *Compendio de la divina proportione*, offerto a Ludovico il Moro, ed il breve *Tractato del'architettura*, dedicato dal Pacioli ad alcuni "suoi carissimi discipuli e alievi ... del Borgo San Sepolcro", con l'*Alphabeto dignissimo antico*; la seconda il *Libellus in tres partiales tractatus divisus quinque corporum regularium et dependentium*, rivolto in particolare al Soderini.

Il *Compendio* venne compiuto a Milano nel 1498. Oltre all'edizione a stampa, dove i solidi sono raffigurati in cinquantanove silografie, ne rimangono due codici manoscritti presso la Biblioteca Pubblica e Universitaria di Ginevra¹³¹ e presso la Biblioteca Ambrosiana di Milano¹³²: entrambi presentano alcune ma non sostanziali varianti rispetto al testo pubblicato e contengono sessanta figure policrome dei poliedri¹³³. Nell'epistola dedicatoria al Moro, il Pacioli riferisce sul grande progetto di Leonardo della statua equestre a Francesco Sforza, padre di Ludovico, informandoci sulle sue misure e sul suo peso; accenna al compimento del *Cenacolo* nella Chiesa di Santa Marie delle Grazie, iniziato nel 1495; dà notizia di un trattato di Leonardo "de pictura e movimenti humani" e di un'altra sua "opera inextimabile del moto locale de le percussioni e pesi e de le forze tutte cioè pesi accidentali"¹³⁴, probabilmente ricollegabile con un progettato libro di "elementi macchinali".

Così, nel *Compendio*, Frate Luca ricorda l'esecuzione da parte di Leonardo dei "corpi regolari e dependenti", il suo incontro con il genio alla corte sforzesca, la loro partenza da Milano ed il loro successivo soggiorno a Firenze:

Comme apien in le dispositioni de tutti li corpi regolari e dependenti di sopra in questo vedete, quali sonno stati facti dal degnissimo pictore prospectivo architecto musico e de tutte le virtù doctato Lionardo da Vinci fiorentino nella città de Milano quando ali stipendii delo Excellentissimo Duca di quello Ludovico Maria Sforza Anglo ci ritrovavamo nelli

¹³¹ Nel codice Langues Etrangères 210.

¹³² Nel codice & 170 sup. (ex S.P.6). Cfr. LUCA PACIOLI, *De divina proportione*, Milano, Fontes Ambrosiani XXXI, 1956, a cura di Giovanni Mardersteig; L. PACIOLI, *De divina proportione*, Milano, Fontes Ambrosiani LXXII, 1982, con la riproduzione in facsimile del manoscritto, a cura e con una *Introduzione* in fascicolo di Augusto Marinoni.

¹³³ Il manoscritto ginevrino venne donato dal Pacioli al Moro, quello ambrosiano a Giangaleazzo Sanseverino, generale dello stesso duca di Milano; un terzo manoscritto, perduto, sembra sia stato offerto dall'autore a Pier Soderini ed è probabilmente quello su cui venne condotta l'edizione del 1509 della *Divina proportione*, il che spiegherebbe la dedica al Soderini del volume a stampa.

¹³⁴ *Divina proportione*, cit., Parte prima, c. 1r.

anni de nostra Salute 1496 fin al '99 donde poi d'asiemi per diversi successi in quelle parti ci partemmo e a Firenze pur insieme trahemmo domicilio et cetera¹³⁵.

Così nella dedicatoria del manoscritto *De viribus quantitatis* (ca 1496-1508), dove Pacioli parla delle

supraeme et legiadristime figure de tutti li platonici et mathematici corpi regolare et dependenti che in prospectivo disegno non è possibile al mondo farli meglio ... facte et formate per quella ineffabile sinistra mano a tutte discipline mathematici acomodatissima del principe oggi fra mortali pro prima fiorentino Lionardo nostro da Venci, in quel foelici tempo che insieme a medesimi stipendij nella mirabilissima città di Milano ci trovammo¹³⁶.

Come abbiamo visto, lasciata Milano dopo la cacciata del Moro nel 1499, e prima di raggiungere Firenze, Luca rientrò per qualche tempo a San Sepolcro; Leonardo si recò a Mantova e a Venezia¹³⁷.

¹³⁵ Ivi, c. 28v. Sempre sulla realizzazione delle figure poliedriche da parte di Leonardo cfr. le cc. 22r, 30v.

¹³⁶ Il manoscritto del *De viribus* si trova alla Biblioteca Universitaria di Bologna, nel codice 250. Cfr. L. PACIOLI, *De viribus quantitatis*, trascrizione di Maria Garlaschi Peirani, prefazione e direzione di Augusto Marinoni, Milano, Ente Raccolta Vinciana, 1997, p. 21. (Per un altro riferimento in proposito cfr. anche p. 305). Un'edizione critica del *De viribus*, a cura di Furio Honsell, Giorgio Bagni ed Enzo Mattesini, è in corso di pubblicazione da parte di Aboca Museum.

¹³⁷ L'opinione comune secondo la quale Leonardo e Pacioli si sarebbero recati insieme a Mantova e poi a Venezia, subito dopo aver lasciato Milano, non è in realtà suffragata da documenti specifici. I soggiorni mantovano e veneziano di Leonardo, tra la fine del 1499 e i primi mesi del 1500, sono attestati da una lettera del liutaio Lorenzo Gusnaso del 13 marzo 1500, inviata da Pavia a Mantova, ad Isabella d'Este, sorella di Beatrice, la defunta moglie di Ludovico il Moro; cfr. P. C. MARANI, *Leonardo a Venezia e nel Veneto: documenti e testimonianze*, in *Leonardo & Venezia*, a cura di P. C. Marani e G. Nepi Sciré, Milano, Bompiani, 1992, pp. 24-26. Il Da Vinci si trovava ancora a Milano il 14 dicembre 1499, quando fece accreditare l'ingente somma di 600 fiorini sul suo conto presso l'ospedale fiorentino di Santa Maria Nuova; ne prelevò personalmente 50 fiorini il 24 aprile del 1500. Di Pacioli sappiamo che tra il settembre del 1499 ed il luglio del 1500 fu più volte presente a Sansepolcro alla stipulazione di atti notarili: esattamente il 19 settembre, il 7 e 10 ottobre del 1499, il 9 e 18 febbraio, il 29 e 30 giugno ed il 7 e 10 luglio del 1500. Il minorita si era sicuramente recato a Venezia prima del viaggio a Milano, per occuparsi nel 1494 della pubblicazione della *Summa*; vi ritornerà verso l'estate del 1508, presentando l'11 agosto la sua prolusione al Quinto Libro degli *Elementi* e il 29 dicembre la supplica al Doge per ottenere il privilegio di stampa di alcune opere. In queste era incluso un *De ludo scachorum*, probabilmente lo stesso trattato sugli scacchi facente parte di un'opera "De ludis in genere" che nel *De viribus quantitatis* Fra Luca scrisse di aver dedicato ai marchesi di Mantova, Francesco Gonzaga e Isabella d'Este, il che fa presumere una sua precedente frequentazione degli ambienti di corte mantovani. Il breve soggiorno di Pacioli a Mantova e Venezia assieme a Leonardo dovrebbe dunque collocarsi tra la seconda metà del dicembre 1499 e la prima settimana del febbraio 1500. E' tuttavia non improbabile che il minorita abbia lasciato definitivamente Milano prima del Da Vinci, verso il settembre del 1499, senza fermarsi né a Mantova né a Venezia, ma recandosi direttamente a Sansepolcro, cosa a suo tempo ritenuta certa dal Mancini; cfr. G. MANCINI, *L'opera "De corporibus regularibus" di Pietro Franceschi*, cit., p. 469. Non è pertanto da escludere che il matematico borghigiano abbia composto l'opera "De ludis", dedicata ai signori di Mantova, durante un successivo periodo di permanenza alla corte dei Gonzaga, come potrebbe essere quello compreso tra la fine del 1506 e l'agosto del 1508, per il quale non abbiamo trovato tracce del frate a Sansepolcro, e che precede il suo ultimo soggiorno a Venezia. Ricordiamo che un manoscritto sul

Il borghigiano rimarrà a Firenze almeno dal novembre del 1500 all'ottobre del 1506, per ricoprire il suo incarico come lettore di matematica.

Il Da Vinci visse il suo secondo periodo fiorentino¹³⁸ tra l'aprile del 1500 ed il novembre del 1501, con un viaggio intermedio a Roma, e dal marzo 1503 al maggio 1506¹³⁹.

Due anni dopo l'arrivo a Firenze, il 25 novembre 1502¹⁴⁰, Frate Luca si recò proprio nello studio di Ser Piero di Antonio da Vinci, il padre di Leonardo, per eleggere suoi procuratori i tre conterranei Giovanfrancesco di Lorenzo Capucci, il di lui figlio Lorenzo e Vico o Ludovico di Antonio Longari, sui quali ci siamo già soffermati in relazione a Piero della Francesca; l'atto fu stilato con la testimonianza di Ser Giovanni di Francesco Lapucci e Ser Giovanguarberto di Antonio Salomoni, due notai tra l'altro strettamente legati alla famiglia Da Vinci.

Nel rogito del 25 novembre si precisa che il minorita era allora ospite a Firenze del Convento francescano di Santa Croce. Oltre a questo, un altro importante attestato della sua presenza in quel convento ci viene da un precedente documento contenuto in un "Libro de' consigli de' frati di Santa Croce", dove Maestro Luca risulta presente ad una "Declaratio patrum gradatorum" nell'assemblea dei religiosi, presieduta dal Padre generale Reverendo Egidio Delfin, che si riunì il 18

gioco degli scacchi attribuito a Luca Pacioli, che sembra però non essere quello citato nella supplica e nel *De viribus*, è stato recentemente ritrovato presso la Biblioteca della Fondazione Coronini Cronberg di Gorizia; i relativi disegni della scacchiera potrebbero, secondo alcuni, essere opera di Leonardo. Sul manoscritto goriziano si vedano *Gli scacchi di Luca Pacioli. Evoluzione rinascimentale di un gioco matematico*, Sansepolcro, Aboca Museum, 2007, con la riproduzione in facsimile e la trascrizione del manoscritto; E. MATTESINI, *La lingua di un trattato di scacchi attribuito a Luca Pacioli*, "Contributi di Filologia dell'Italia Mediana", XXI, 2007, pp. 47-78.

¹³⁸Dopo alcuni anni trascorsi a Vinci, Leonardo si era trasferito a Firenze tra la fine degli anni cinquanta ed i primi anni sessanta, iniziando il suo primo periodo fiorentino. Verso il 1482 si era probabilmente già recato a Milano, dove si trovava nell'aprile del 1483.

¹³⁹ Sui più volte discussi rapporti tra Luca Pacioli e Leonardo da Vinci cfr. in particolare A. MARINONI, *Introduzione* all'ed. in facsimile del *De divina proportione*, cit.; *Leonardo dopo Milano. La Madonna dei Fusi (1501)*. Catalogo a cura di Alessandro Vezzosi con il contributo di Gigetta Dalli Regoli e con una nota di Paolo Galluzzi. Introduzione di Carlo Pedretti, Firenze, Giunti Barbèra Editore, 1982, pp. 12-16, 24, 87-88; P. C. MARANI, *Leonardo a Venezia e nel Veneto*, loc. cit.; E. ULIVI, *Luca Pacioli, una biografia scientifica*, cit., pp. 25-26, 58-61; E. VILLATA, *Leonardo da Vinci. I documenti e le testimonianze contemporanee*. Milano, Castello Sforzesco, 1999, pp. 108-109, 232-233, 237-238; E. VILLATA, *Prima maturità a Milano (1482-1499) e La vita errante (1499-1503)*, in *Leonardo da Vinci. La vera immagine. Documenti e testimonianze sulla vita e sull'opera*, a cura di Vanna Arrighi, Anna Bellinazzi, Edoardo Villata, Firenze-Milano, Giunti, 2005, pp. 161-162, 172; C. VECCE, *Leonardo*, Roma, Salerno editrice, 2006, pp. 173-176, 187, 192-193, 205, 212, 220-221, 233-235, 238, 253, 385, 401-403, 433-434, 441-443; A. VEZZOSI con la collaborazione di A. SABATO, *Leonardo infinito*. Introduzione di C. Pedretti, Reggio Emilia, Scripta Manent, 2008, pp. 43, 186, 215-216, 218, 222, 309, 392.

¹⁴⁰ ASF, Notarile Antecosimiano 16838, c. 448r; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 111.

luglio 1502¹⁴¹. Come già noto, il 28 luglio 1505, il Pacioli verrà ufficialmente “incorporato” in Santa Croce¹⁴².

Risale al penultimo anno del soggiorno fiorentino del Pacioli un rogito di Ser Andrea Filiromoli, del 21 luglio 1505¹⁴³, a tutt’oggi l’unico documento che vede insieme i nomi del genio e del matematico, confermando la loro frequentazione a Firenze. Si tratta di un atto di procura di Frate Luca “sacre theologie professor”, rogato in Palazzo Vecchio, nella sede della seconda Cancelleria della Repubblica, alla presenza di due testimoni, Leonardo da Vinci ed il tessitore Giovanni di Arrigo de Alamagna, o della Magna. I procuratori nominati furono il notaio Ser Giuliano di Giovanni della Valle ed un non meglio precisato Pietro degli Strozzi (Cfr. Fig. 3). Quasi con certezza, il tessitore che testimoniò assieme al Da Vinci era tale Giovanni di Arrigo di Colonia, del Popolo di San Frediano nel Quartiere fiorentino di Santo Spirito, al quale lo stesso Ser Andrea Filiromoli aveva affittato una casa in Via di Gusciano, verso l’attuale Piazza Torquato Tasso, con un contratto del 31 ottobre 1504, mentre il procuratore membro della famiglia Strozzi poteva essere Pietro di Matteo Strozzi, che troviamo come testimone in un atto dell’8 febbraio 1503. Entrambi i rogiti vennero stilati dal suddetto Ser Giuliano della Valle¹⁴⁴; lo stesso notaio, il 23 agosto 1505, dunque solo un mese dopo la procura di Pacioli, rogherà un atto nel quale Leonardo fu nominato mundualdo di una certa Caterina, vedova di Antonio di Bastiano da Montevarchi¹⁴⁵. E’ interessante notare che proprio negli anni 1504-1506 il Da Vinci lavorò in Palazzo Vecchio alla realizzazione della Battaglia di Anghiari.

5. DUE LETTERE DI PACIOLI A NICCOLÒ MICHELOZZI

Delle due lettere di cui discutiamo in questo paragrafo abbiamo per la prima volta pubblicata la trascrizione nel nostro saggio su Luca Pacioli¹⁴⁶. La prima, che si

¹⁴¹ ASF, Corporazioni religiose soppresse dal governo francese 92, 360, *Libro de’ consigli de’ frati di Santa Croce*, c. 38r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 154.

¹⁴² B. BONCOMPAGNI, *Intorno alle vite inedite di tre matematici*, cit., p. 411; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 26.

¹⁴³ ASF, Notarile Antecosimiano 7532, c. 106r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 126.

¹⁴⁴ ASF, Notarile Antecosimiano 9915, cc. 79v, 135r.

¹⁴⁵ L’atto è seguito da una “Recognitio debiti” di Caterina e di suo figlio Francesco. Cfr. ASF, Notarile Antecosimiano 9915, cc. 165r-165v: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., pp. 63-64, e Appendice 2, documenti 2 e 3.

¹⁴⁶ Biblioteca Nazionale di Parigi, Nouvelles acquisitions latines 1520, c. 8r; Biblioteca Comunale di Forlì, Raccolte Piancastelli, Sez. Aut. secc. XII-XVIII, Busta 42, ad vocem: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documenti 160 e 161.

conserva alla Biblioteca Nazionale di Parigi, era stata solo riprodotta in due saggi di Attilio Bartoli Langeli riguardanti il *De ludo scachorum*¹⁴⁷; della seconda, che fa parte delle Raccolte Piancastelli della Biblioteca Comunale di Forlì, è riportata un'immagine nel catalogo della mostra *LEONARDO, MACHIAVELLI, CESARE BORGIA. Arte, storia e scienza in Romagna (1500-1503)*, all'interno del saggio di Antonella Imolesi, Conservatrice del Fondo Piancastelli, con una breve sintesi del contenuto della missiva¹⁴⁸.

Le lettere, scritte da Pacioli a Sansepolcro il 26 settembre e il 29 dicembre 1511 ed inviate a Firenze, risalgono ad un momento molto delicato, sia dal punto di vista storico-politico, sia in relazione alla vita del borghigiano.

A diciassette anni di distanza dalla cacciata dei Medici, avvenuta nel 1494, Firenze viveva i suoi ultimi mesi sotto il Governo popolare, con a capo il Gonfaloniere Pier Soderini; la Signoria medicea, spodestando il Soderini, riprese il comando della città il 1° settembre 1512. Tra l'agosto del 1511 e l'ottobre del 1512, diverse lettere scambiate dai magistrati di Firenze, tra cui lo stesso Soderini, con il Capitano ed il Commissario di Borgo e con il Ministro provinciale dell'Ordine di San Francesco, attestano che Luca fu più volte davanti alle autorità fiorentine per discutere delle sue personali controversie con i confratelli, in particolare con Frate Cristoforo da Monte in relazione al guardiano del convento, e con il concittadino Pietro da Filicaia a causa di tre casse di masserizie, ma anche per render conto di alcuni sospetti che aveva destato il ritiro, da parte del frate, di una missiva indirizzata a Città di Castello, residenza dei Vitelli, sostenitori dei Medici. In varie occasioni i magistrati fiorentini manifestarono al borghigiano la loro comprensione e benevolenza; in particolare, il 4 ottobre 1511, il Soderini, rispondendo al Ministro della Provincia di San Francesco "circa alle querele di Maestro Luca" contro i frati del suo convento, ebbe a scrivere di lui "che noi et e nostri amiamo come homo de scientia et per lui ci affaticheremo"¹⁴⁹. Ricordiamo

¹⁴⁷ A. BARTOLI LANGELI, *Descrizione del manoscritto*, in *Gli scacchi di Luca Pacioli*, cit., pp. 97-98; A. BARTOLI LANGELI, *Il manoscritto goriziano e la scrittura di Luca Pacioli*, "Contributi di Filologia dell'Italia Mediana", XXI, 2007, pp. 42 e 44.

¹⁴⁸ A. IMOLESI POZZI, *Le raccolte Piancastelli; documenti rinascimentali*, in *LEONARDO, MACHIAVELLI, CESARE BORGIA. Arte, storia e scienza in Romagna (1500-1503)*, Rimini, Castel Sismondo, 1° marzo-15 giugno 2003, Roma, De Luca Editori d'Arte, 2003, pp. 134, 138.

¹⁴⁹ Per i dettagli delle questioni cfr. B. BONCOMPAGNI, *Intorno alle vite inedite di tre matematici*, cit., p. 414; E. MARINI, *Alcune curiose notizie su Fra Luca Pacioli*, "L'Arte", XVII, 1914, pp. 225-226; G. MANCINI, *L'opera "De corporibus regularibus" di Pietro Franceschi*, cit., pp. 473-475; D. I. RICCI, *Fra Luca Pacioli*, cit., pp. 19-21; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., pp. 29-30 con i relativi riferimenti archivistici: ASF, Dieci di Balìa, Carteggio, Missive interne 92, cc. 32v, 142r; 93, cc. 126v, 138v; Signori, Carteggio, Minutari 20, c. 374v; Capitani di Parte, Numeri Rossi 11, c. 135v; ACS, Atti Civili 89, 24, cc. 24r-24v. Cfr. inoltre ASF, Signori, Carteggio, Missive, II Cancelleria 41, cc. 35v-36r.

che al gonfaloniere, “Excellentissimo Rei publicae florentinae principi perpetuo”, Luca aveva dedicato il volume a stampa della *Divina proportione*, donandogli una copia manoscritta del *Compendio*.

Le due lettere, di non facile lettura ed interpretazione, sono scritte la prima quasi tutta in volgare tranne nelle parole iniziali, nell'ultima parte e con qualche intercalare in latino, la seconda in un misto di volgare e latino. Furono entrambe indirizzate a Niccolò Michelozzi, al suo ufficio nella Sede dell'Arte della Lana, che si trovava a Firenze in Orsanmichele; si riferiscono ad una stessa questione riguardante i francescani della Verna, che Maestro Luca sembra aver preso molto a cuore e per la quale si recò di persona nell'ufficio del Michelozzi assieme ad un Messer Lucantonio, probabilmente nel periodo intercorso tra la stesura delle due lettere; come si legge nella prima missiva, per la delicata questione fu anche richiesta la consulenza di Messer Vincenzo dal Fregio.

Fino dal giugno del 1432, il governo, la protezione e l'amministrazione della Verna erano stati affidati all'Arte della Lana del Comune di Firenze, che aveva anche istituito un ufficio apposito, detto dei 'Conservatori della Verna'¹⁵⁰. Quando Luca, nel 1511, scrisse le sue lettere, il destinatario Ser Niccolò Michelozzi era Cancelliere dell'Arte della Lana, carica che mantenne almeno tra il 1491 ed il 1526¹⁵¹, anno della sua morte. Figlio dell'architetto e scultore Michelozzo di Bartolomeo, Niccolò studiò per diventare notaio e fu abile politico e uomo di lettere; sempre saldamente fedele ai Medici, fu più volte ambasciatore dei fiorentini in delicate missioni diplomatiche, nonché membro della prima e della seconda Cancelleria della Repubblica, di cui assumerà la direzione in sostituzione del Machiavelli, che nel novembre del 1512, dopo il rientro dei Medici, era stato destituito da tutti gli uffici pubblici¹⁵².

Il Messer Lucantonio che aveva accompagnato il Pacioli a Firenze presso la sede dell'Arte della Lana, e più volte menzionato nelle due missive, era pressoché fuori dubbio Messer Lucantonio di Anghiari, vicario generale del vescovo di Città di Castello, che il 19 settembre 1499 si trovava nella camera di Maestro Luca nel Convento di Borgo per stipulare il rogito relativo alla dote di Caterina di Antonio

¹⁵⁰ A. LENSÌ, *La Verna*, Comune di Firenze, settembre 1934, pp. 7-11.

¹⁵¹ ASF, Arte della Lana 55, cc. 1r-119r; 62, c. 26v. I libri dell'Arte della Lana contengono anche alcune delibere dei Consoli per stanziamenti a favore dei frati della Verna; cfr. ad esempio, Arte della Lana, 55, cc. 99r, 125v-126r.

¹⁵² Su Niccolò Michelozzi cfr. P. VITI, *Note su Niccolò Michelozzi*, “Archivio Storico Italiano”, CXLIV, 1986, pp. 407-421; D. MARZI, *La Cancelleria della Repubblica fiorentina*, Firenze, Le Lettere, 1987, 2 voll., pp. 312-314; *Corrispondenza degli ambasciatori fiorentini a Napoli*, a cura di Bruno Figliuolo e Sabrina Marcotti, Salerno, Carlone, 2004, pp. XVII-XXIII. Segnaliamo che una figlia di Niccolò Michelozzi, Gostanza, verso il 1520 sposò Leonardo di Antonio di Taddeo Micceri, membro di una nota famiglia di abacisti fiorentini, i maestri Antonio e Taddeo di Salvestro e Niccolò di Taddeo: cfr. BNF, Poligrafo Gargani 1304 (Michelozzi), nn. 167 e 212. Sui Micceri si veda E. ULIVI, *Scuole e maestri d'abaco in Italia tra Medioevo e*

di Masso Pacioli¹⁵³. Lo stesso vicario compare in diversi documenti degli anni 1504, 1513-1514 e 1517, conservati tra le carte di Ser Ugucione Dolci, Ser Angelo Fedeli e Ser Bartolomeo Manfredini¹⁵⁴.

Vincenzo dal Fregio era l'allora autorevole giureconsulto Vincenzo Ercolani, detto 'dal Fregio' per una cicatrice sul volto causata da un colpo di spada infertogli dal figlio di un collega suo rivale. Illustre accademico, l'Ercolani fu lettore prima di diritto canonico e poi a lungo di diritto civile a Perugia fino dal 1487, proprio l'anno in cui il Pacioli ebbe il suo secondo incarico perugino ed ebbe quindi probabilmente occasione di conoscere il Dal Fregio. Più volte impegnato in solenni ambascerie, l'Ercolani rivestì importanti incarichi politici e giuridici, fu avvocato della Camera apostolica di Perugia e avvocato concistoriale a Roma oltre che lettore di diritto civile nello Studio di Pisa, proseguendo l'insegnamento, nonostante la cecità, fino alla morte nel 1539; lasciò una vasta produzione letteraria¹⁵⁵.

Sono così chiariti e definiti i ruoli e le identità delle persone citate dal Pacioli nelle due lettere. Resta invece, almeno in parte, oscura la natura della questione in cui furono implicati i frati della Verna e che spinse il Pacioli ad intercedere calorosamente per loro.

Sembra di capire che verso la fine dell'estate del 1511, tra i frati della Verna e l'arte della Lana sia nata una controversia, non legata a motivi politici, ma forse dovuta ad un lascito ereditario fatto agli stessi francescani e destinato al sostentamento di alcuni "pupilli" tra cui due "fanciulle da marito"; i magistrati dell'Arte avrebbero reclamato i loro diritti su quei beni, in quanto amministratori della Verna. A sostegno dei frati intervennero il vicario Messer Lucantonio e l'illustre confratello Maestro Luca, notoriamente benvoluto dai magistrati fiorentini. Alla fine di settembre, i due religiosi scrissero uno al Soderini l'altro al Michelozzi, confidando nella loro comprensione e chiedendo che venisse prorogato almeno a tutto il mese di ottobre il termine entro il quale Vincenzo dal Fregio, consulente dei frati a Perugia, avesse il tempo di presentare al Michelozzi una dettagliata relazione sulla causa in corso. L'esito sembra essere stato negativo, tanto che il

Rinascimento, in *Un ponte sul Mediterraneo. Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente*, a cura di E. Giusti e con la collaborazione di R. Petti, Firenze, 2002, pp. 134, 137, 141, 145-146; R. BLACK, *Education and Society in Florentine Tuscany: Teachers, Pupils and Schools, c. 1250-1500*, Leiden-Boston, Brill, 2007, ad vocem.

¹⁵³ Cfr. la nota 91.

¹⁵⁴ ASF, Notarile Antecosimiano 6191, c. 117r; 6856 (anno 1504), nn. 4, 7, 8, 12, 18, 40; 12728, cc. 96r, 121r; 12736, cc. 63r, 64r, 65r.

¹⁵⁵ Su Vincenzo Ercolani si vedano: G. B. VERMIGLIOLI, *Biografia degli scrittori perugini e notizie delle opere loro*, Francesco Baduel, Perugia, 2 voll., 1928-1929 (ristampa anastatica, Bologna, A. Forni, 1973), vol. II, pp. 2-6; G. ERMINI, *Storia della Università di Perugia*, Bologna, Zanichelli, 1947, pp. 451, 484; *Dizionario Biografico degli Italiani*, 43, 1993, pp. 89-92.

Pacioli e Messer Lucantonio avrebbero deciso di recarsi presso la sede fiorentina dell'Arte dove incontrarono i frati e rimasero diversi giorni, ma non ebbero la possibilità di parlare col Michelozzi che "era in villa" né col Soderini, occupato "in maioribus". Rientrato a Sansepolcro, il Pacioli venne a sapere che i frati erano stati interdetti e privati del loro denaro, con la condanna a dieci tratti di corda; Messer Lucantonio, ammalato di podagra ed impotente di fronte all'interdetto, rimaneva per loro e per le due "delicate" fanciulle l'unica fonte di sostentamento. Si colloca a questo punto, alla fine di dicembre, la seconda lettera del francescano al Michelozzi¹⁵⁶, dove il Pacioli, in relazione ai fatti avvenuti, lamentava che "questo acto né appresso Dio né 'l mondo non pare sia condecenete", appellandosi nuovamente alla "Magnificentia" del cancelliere "homo a me gran tempo notissimo d'asettare altra trama che questa" e, sollecitando un suo intervento ed una sua risposta, allegava alla lettera "certi capituli circa ciò, che tutti se toglieranno senza altri litigi, perché, comme è dicto, tutto è pio". Il contenuto di quegli allegati ci è sconosciuto, non sappiamo se determinarono la fine delle controversie e la riabilitazione dei frati come auspicato dal Pacioli, né conosciamo l'epilogo della questione.

6. I TESTAMENTI E LA MORTE DI PACIOLI

Di Luca Pacioli abbiamo tre testamenti. Il primo fu rogato il 9 novembre 1508 a Venezia dal notaio Bartolomeo di Antonio Pedretti e si conserva all'Archivio di Stato della stessa città¹⁵⁷; il secondo, del 2 febbraio 1510, da Ser Bernardino Renovati, ma si trova in un protocollo di suo figlio Ser Matteo; il terzo, datato 21 novembre 1511, fu stilato da Ser Bartolomeo Fedeli¹⁵⁸. Sia il secondo che il terzo fanno parte del Notarile Antecosimiano dell'Archivio di Stato di Firenze e furono redatti a Sansepolcro. Il primo è stato pubblicato dal Vianello, il terzo dal Boncompagni, poi entrambi dal Ricci¹⁵⁹; il secondo fu solo reso noto dal Mancini, e da noi integralmente pubblicato¹⁶⁰ (Cfr. Fig. 4).

¹⁵⁶ Pervenuta il 3 gennaio 1512.

¹⁵⁷ Cfr. Archivi Notarili, Notai di Venezia, Testamenti, busta 786, n. 201.

¹⁵⁸ ASF, Notarile Antecosimiano 6938, cc. 130r-131r.

¹⁵⁹ V. VIANELLO, *Luca Pacioli nella storia della ragioneria*, cit., pp. 167-174; B. BONCOMPAGNI, *Intorno alle vite inedite di tre matematici*, cit., pp. 871-872; D. I. RICCI, *Fra Luca Pacioli*, cit., pp. 45-52. Il primo ed il terzo testamento sono stati pubblicati sia nella versione originale che in una traduzione giapponese da AKIRA NAKANISHI, [*I testamenti di Luca Pacioli*, Giappone, 1973]; una copia del lavoro si trova presso la biblioteca dell'ASF.

¹⁶⁰ ASF, Notarile Antecosimiano 17712, n. 231; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 139. Cfr. G. MANCINI, *L'opera "De corporibus regularibus" di Pietro Franceschi*, cit., p. 471; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., pp. 31-32.

I testamenti del 1508 e 1510 sono entrambi scritti per lo più in volgare e parte in latino, quello del 1511 è tutto in latino. Il testamento del 1508 è autografo, con la sottoscrizione di Ser Pedretti, e porta anche il sigillo di Luca, un ovale con due nastri intrecciati e svolazzanti; olografe sono anche le disposizioni testamentarie del 1510, seguite anche qui da una parte finale probabilmente di mano del notaio rogante.

Il documento veneziano ebbe per teatro la casa del presbitero Maestro Giorgio in Piazza San Marco; da rilevare la presenza, con gli altri testimoni, di due borghigiani, tra cui Marco di Antonio Longari. Il secondo e terzo testamento furono rogati in Via dei Cipolli, nella casa di famiglia di Antonio di Masso Pacioli.

In tutti e tre i testamenti Maestro Luca dispose che il suo corpo fosse sepolto nella chiesa francescana della località in cui si sarebbe trovato al momento della morte; stabilì un lascito alla Chiesa di San Giovanni d'Afra, dove davanti all'altare maggiore si trovava il sepolcro della famiglia Pacioli, affinché ogni anno venissero celebrate le sue esequie e quelle dei suoi parenti defunti, in particolare dei fratelli Maestro Ginepro e Frate Ambrogio; ordinò che i suoi eredi facessero realizzare un calice con le sue iniziali da conservare nel Convento di San Francesco di Borgo; destinò le masserizie contenute nella sua cella a Frate Ambrogio e Frate Ginepro, figli del biscugino Pietro di Ulivo Pacioli. In tutti elesse suo esecutore testamentario Folco di Conte dei Bofolci: nel primo testamento assieme ai priori ed affiliati della Confraternita di San Bartolomeo e di quella delle Laudi di Santa Maria della Notte, nelle cui casse il borghigiano depositò più volte alcune somme di denaro, nel secondo con Marco di Antonio Longari fratello di Ludovico che abbiamo incontrato in altri documenti assieme a Luca, infine nel terzo con un altro Marco e con Pietro di Niccolò da Filicaia col quale un anno dopo il Pacioli avrà una controversia.

Nel primo testamento, agli stessi Ambrogio e Ginepro, al tempo novizi, Luca lasciò cento fiorini cortonesi ciascuno “per lo subsidio alo studiare, per poter pervenire al grado magisteriale della sacra teologia”. Ad Angiola, anche lei figlia del “carnal cugino” Pietro di Ulivo, destinò venticinque fiorini per la dote, ed altrettanto fece per Maddalena figlia dell'altro biscugino Antonio di Masso Pacioli, che il testatore definisce “altro mio nepote”. Ad Antonio assegnò quaranta fiorini e dieci alla sua seconda moglie Caterina di Andrea da Rasina. Eredi universali di tutti i suoi restanti beni mobili ed immobili il Pacioli nominò i frati del convento francescano di Sansepolcro. L'inventario di quei beni, scrive il testatore, era “apresso di me nella sacchetta di mie scripture, come sanno li miei frati e discepoli essere mio costume sempre de portarla con esso meco”.

Nel secondo testamento del 2 febbraio 1510 rimase inalterato il lascito ad Angiola, mentre quelli a Maddalena e Caterina salirono rispettivamente a cinquanta e venticinque fiorini. Antonio di Masso vi risultava erede dei centocinquanta fiorini

che Luca gli aveva prestato per la ristrutturazione della propria abitazione e per la bottega di pizzicagnolo, come da un contratto stipulato nello stesso giorno. A Suor Maddalena “de Romano”, che non compare negli altri due testamenti, Luca lasciò altri venticinque fiorini; era Maddalena di Antonio Romani, già suora nel Monastero di Santa Chiara di Borgo nel 1477 e poi badessa, almeno fino al 1514, del Monastero di San Leo o San Leone presso Anghiari¹⁶¹. Nessun legato riguardava il convento di Borgo, il che non meraviglia considerando i dissapori che nacquero tra Luca ed i confratelli al suo rientro nel convento dopo il suo ultimo soggiorno veneziano; ai frati di San Francesco il minorita sostituì quali eredi universali i soli “discipuli e nepoti” Frate Ambrogio e Frate Ginepro, lasciando ai due giovani anche i cinquanta fiorini che egli aveva prestato al loro padre Pietro di Ulivo, come si legge in due rogiti sempre del 2 febbraio, e che Pietro restituirà a Luca il 30 giugno 1512.

Nel terzo testamento non compaiono più né Pietro di Ulivo e sua figlia Angiola, né Maddalena di Antonio di Masso, probabilmente già sposata, né Suor Maddalena Romani. Ai frati Ambrogio e Ginepro Maestro Luca devolse solo venticinque fiorini ciascuno, lascito che rimase inalterato per Caterina di Andrea da Rasina. Erede universale degli altri suoi beni mobili, il Pacioli nominò questa volta Antonio di Masso, fino alla somma di trecento fiorini d’oro larghi, in accordo con quanto stabiliva una bolla papale emanata il 4 maggio 1508.

Alla bolla di Giulio II che liberava il francescano dal voto di povertà concedendogli la possibilità di devolvere fino a trecento ducati ai suoi eredi, Luca fece ogni volta riferimento nelle sue disposizioni testamentarie¹⁶². Come riferisce lo stesso Pacioli, al momento della stesura del primo testamento, l’importante documento apostolico si trovava a Sansepolcro presso la sede della Compagnia delle Laudi, assieme ad altri oggetti personali del minorita, conservati in più casse; al tempo del secondo testamento le casse si trovavano nella casa di Don Folco dei Bofolci; nel terzo non viene fatta alcuna precisazione in proposito, tuttavia si legge che la bolla era stata debitamente visionata dal relativo notaio e si trova subito dopo uno spazio bianco che avrebbe dovuto riportarne la trascrizione. A conclusione del secondo testamento, e solo in quello, il rogante Ser Bernardino Renovati trascrisse il contenuto della bolla pontificia del 4 maggio 1508, da noi pubblicato dopo le disposizioni autografe di Luca.

¹⁶¹ ASF, Notarile Antecosimiano 6858 (anni 1514-1523), documento tra i “fogli mancanti senza data”; 6890, 16 agosto 1513; 12213, cc. 83r-83v.

¹⁶² Il limite appare chiaramente rispettato nel primo e nel terzo testamento. Nel secondo, l’ammontare della somma lasciata da Pacioli ai congiunti risulta in realtà di trecentoventicinque fiorini; tuttavia, dei cinquanta fiorini destinati ai Frati Ambrogio e Ginepro, venticinque dovevano servire alla realizzazione del calice per la sacrestia del Convento di Borgo, con le iniziali di Maestro Luca.

Successivamente alla stesura del suo terzo testamento del novembre 1511 il Pacioli visse circa altri sei anni, continuando i suoi viaggi e con soggiorni a Firenze, Sansepolcro e Roma. Il 15 aprile 1517 l'anziano frate era ancora in vita, come sappiamo da una lettera scritta in quella data dalla stessa comunità di Borgo al Commissario ed a tutto il Capitolo della Provincia di Assisi, con la richiesta che l'illustre concittadino fosse eletto ministro di quella provincia. Non sappiamo se a quel tempo Luca fosse rientrato a Sansepolcro, non avendone trovato tracce nei protocolli notarili del triennio 1515-1517; il 7 marzo 1517, la "camera Magistri Luce Bartolomei Paccioli", nel dormitorio del Convento francescano, ospitò due borghigiani che vi stipularono il loro contratto di matrimonio¹⁶³.

Fino ad oggi la morte del matematico è stata collocata tra il 15 aprile 1517 e il 20 ottobre dello stesso anno, quando un documento riguardante i frati Ambrogio e Ginepro parla di certi "poveri fraticelli nepoti de la bona memoria di Maestro Luca"¹⁶⁴. Un rogito del notaio Ser Uguccione Dolci permette ora di collocare la scomparsa del Nostro prima del 6 luglio 1517; l'atto notarile fa infatti riferimento ai beni "olim Reverendi Patris in sacra theologia ... Magistri famosissimi Fratrisc Luce de Pacioli". Nel documento, Frate Ginepro è detto usufruttuario di quei beni e suo fratello Olivo procuratore ed amministratore del figlio Luca, "heredis testamentarii pro dimidia supradicti Magistri Luce"¹⁶⁵. Tali allusioni che, in parte, non trovano riscontro in quanto si legge nei tre testamenti noti di Luca, fanno pensare all'esistenza di almeno un quarto testamento del Pacioli, al momento sconosciuto. Se ne deduce anche che dopo il documento borghigiano del 14 marzo 1516, da cui risulta che Luca aveva rinunciato ai propri privilegi apostolici, il minorita avesse mantenuto o riottenuto il privilegio di lasciare i propri beni in eredità ai congiunti.

Di fatto, alcuni mesi dopo la morte del Pacioli, il 17 dicembre 1517, Frate Ambrogio e Frate Ginepro concessero all'allora padre guardiano Frate Cristoforo di Ambrogio da Monte ogni diritto su quanto, proprio per concessione della bolla papale, avevano ereditato da Maestro Luca, in particolare sulla camera che era stata l'abitazione conventuale del minorita, e che questi aveva destinato ai due consanguinei. Anche in questo caso il notaio rogante, Ser Girolamo Lucherini, dichiarò di aver letto il documento pontificio¹⁶⁶.

Rimane da individuare il luogo dove avvenne la scomparsa del Pacioli, forse a Roma, ma non è da escludere nella stessa Sansepolcro.

¹⁶³ ASF, Notarile Antecosimiano 6892, 7 marzo 1517: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 141.

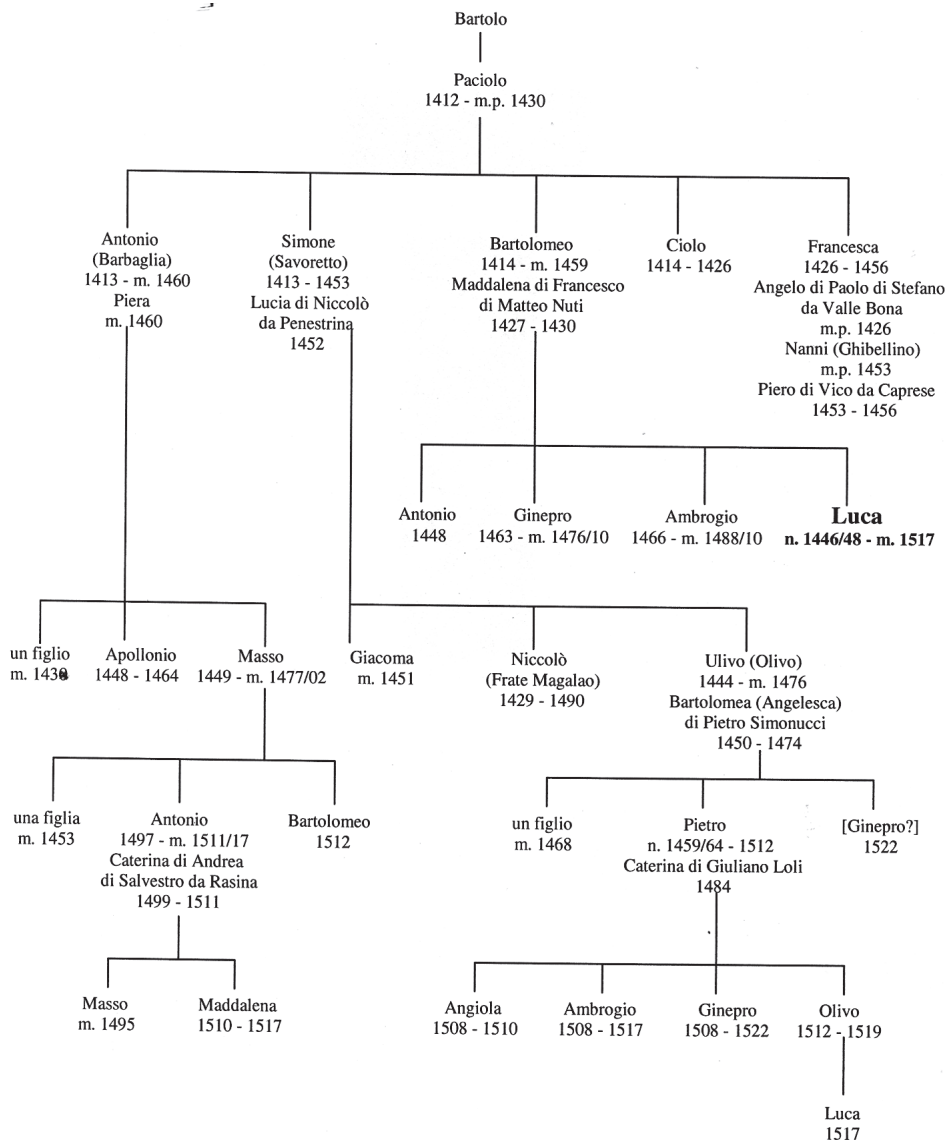
¹⁶⁴ ACS, Serie V, I, p. 272. Cfr. D. I. RICCI, *Fra Luca Pacioli*, cit., p. 24; E. ULIVI, *Luca Pacioli*, cit., p. 31.

¹⁶⁵ ASF, Notarile Antecosimiano 6191, c. 118r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 129.

¹⁶⁶ ASF, Notarile Antecosimiano 12254, cc. 294r-295r: E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli*, cit., Appendice 1, documento 150.

Concludiamo riportando l'albero genealogico dei Pacioli, nell'arco di sette generazioni, a partire dal bisnonno di Maestro Luca.

*ALBERO GENEALOGICO DELLA FAMIGLIA PACIOLI*¹⁶⁷



¹⁶⁷ Nello schema, in corrispondenza dei singoli nomi, abbiamo indicato quello (o quelli) del rispettivo coniuge (o dei coniugi). Le date precedute da n. ed m. sono quelle di nascita e di morte (esatte o approssimate) della persona alla quale si riferiscono; le altre sono le date del primo e dell'ultimo (o dell'unico) documento relativo finora noti; infine p. = prima.

ARGANTE CIOCCI*

Luca Pacioli e l'albero delle proporzioni

*Se tu ben discorri, in tutte le arti tu troverai
la proportione de tutte esser madre e regina
e senza lei niuna poterse esercitare*

(Luca Pacioli)

Premessa

Per collocare la figura di Luca Pacioli all'interno della matematica del Rinascimento può essere utile in via preliminare distinguere due tradizioni culturali, per molti versi differenti sia nella concezione stessa delle scienze matematiche, sia nel loro uso applicativo: la prima è costituita dal sapere dei *dotti*, espresso nella lingua latina e coltivato o nelle Università o nelle corti e nei circoli umanistici del Rinascimento; la seconda è rappresentata dalla cultura pratica del cosiddetto *strato culturale intermedio* tra i dotti e gli analfabeti, costituito da artigiani, mercanti, pittori, architetti, maestri d'abaco, algebristi, ingegneri, idraulici, cartografi, meccanici, maestri d'artiglieria, insomma, in una parola dai *tecnici*, che adoperarono la lingua volgare e produssero, usando la scrittura *mercantesca*, una copiosa trattatistica di matematica pratica¹.

Le due tradizioni culturali che abbiamo distinto, malgrado la differenza radicale delle fonti alle quali attingevano e degli scopi che si prefiggevano nell'uso delle matematiche, non costituirono ambienti ermeticamente chiusi a qualsiasi tipo di interscambio, ma si configurarono, per usare una metafora, come membrane semipermeabili. Diversi furono i personaggi che favorirono i contatti tra il mondo latino dei dotti e quello volgare dei tecnici²: Leon Battista Alberti, Lorenzo

* **Studio pacioliano e autore della monografia *Luca Pacioli tra Piero della Francesca e Leonardo*, Aboca Museum Edizioni, Sansepolcro, 2009.**

¹ La definizione di *strato culturale intermedio* è di Carlo Maccagni. Cfr., tra gli altri suoi studi, C. Maccagni, *Leggere, scrivere e disegnare la "scienza volgare" nel Rinascimento*, "Annali della Scuola normale Superiore di Pisa. Classe di Lettere e Filosofia", ser. 3, vol. 23, fasc. 2 (1993), pp. 631-675; C. Maccagni, *Cultura e sapere dei tecnici nel Rinascimento*, in *Piero della Francesca: tra arte e scienza*, a cura di M. Dalai Emiliani e V. Curzi, Venezia, Marsilio 1996, pp. 279-292.

² Se si considerano i contatti tra i due mondi culturali, pertinenti non soltanto alle discipline matematiche, il panorama appare più vasto. Cfr. P.O. Kristeller, *The Place of Classical Humanism in Renaissance Thought*, "Journal of the History of Ideas", IV, 1943, pp. 59-63; e R. Klein, *Gli umanisti e la scienza*, in R. Klein, *La forma e l'intelligibile*, tr. it., Torino, Einaudi 1975, pp. 356-369.

Ghiberti, Paolo Toscanelli, Piero della Francesca furono soltanto i più noti fra coloro che si adoperarono a costruire un ponte culturale fra i dotti e i tecnici.

Tra le due tradizioni culturali, tuttavia, malgrado ci fosse nel Quattrocento qualche contaminazione di alto livello, rimaneva comunque un fossato linguistico difficile da colmare. Anche un tecnico geniale come Leonardo, alla fine del secolo, lamentava questa disparità culturale fra le due tradizioni definendo se stesso come “omo senza lettere”. Le “lettere” alle quali alludeva il vinciano erano appunto quelle latine e greche, che fino a tarda età gli restavano precluse senza l’aiuto di un traduttore intermediario. I cosiddetti “pratici vulgari”, del resto, tranne qualche rara eccezione, erano quasi sempre esclusi dall’accesso ai classici della scienza antica e arabo-latina, pure disponibili, ancora prima della febbrile attività umanistica, nelle traduzioni dall’arabo realizzate nel corso del XII secolo. L’opera di Pacioli fu in gran parte dedicata a colmare questo fossato linguistico e culturale e a fornire alle scienze matematiche una dignità scientifica e una centralità nell’ambito dello scibile umano che mai prima avevano conosciuto.

Sull’importanza della matematica per le arti e per le tecniche avevano insistito già alcuni artisti e teorici del Rinascimento come Lorenzo Ghiberti, Leon Battista Alberti e Leonardo da Vinci, che nel delineare il programma enciclopedico delle conoscenze richieste al pittore, allo scultore e all’architetto, avevano riservato alla geometria e all’aritmetica un ruolo fondamentale. Nel curriculum universitario degli studi, inoltre, le arti del quadrivio rivestivano nel Quattrocento una insostituibile funzione propedeutica per l’esercizio della medicina, della filosofia naturale e quindi della teologia. Nel sistema educativo umanistico, infine, le discipline matematiche venivano in molti casi considerate importanti per la formazione culturale dell’uomo rinascimentale. Il ruolo della matematica, in ogni caso era, tuttavia, subordinato ai fini educativi che nei diversi ambienti culturali di lingua latina o volgare venivano perseguiti. Perfino all’interno della tradizione abachistica, la matematica, che costituiva la parte più consistente per la formazione dei mercanti, degli ingegneri, degli agrimensori e dei tecnici, era considerata per lo più in funzione dell’utilità che poteva fornire all’esercizio quotidiano delle arti e dei mestieri e non per il suo valore fondativo del sapere³.

Con Luca Pacioli, invece, la matematica diventa una vera e propria *philosophia prima*, fondamento e garanzia di certezza di tutto lo scibile. Nelle lettere che aprono la *Summa* e la *Divina proportione* il frate di Sansepolcro, infatti, disegna un progetto

³ Sulla concezione delle discipline matematiche nell’ambito delle università, delle corti e dei circoli umanistici del Rinascimento, delle scuole d’abaco e delle botteghe degli artisti cfr., A. Ciocci, *Luca Pacioli tra Piero della Francesca e Leonardo da Vinci*, Sansepolcro, Aboca Museum Edizioni 2009, pp. 13-91.

culturale di matematizzazione del sapere che poi ripeterà nella prolusione al corso su Euclide tenuto nella Scuola di Rialto nel 1508. Il nucleo centrale di tale programma è costituito dalla universalità delle matematiche, scienze *in primo gradu certitudinis* sulle quali si basano tutte le arti e le scienze inventate dall'uomo. Nel corso del Cinquecento l'idea della matematica come disciplina universale diventa un *topos* letterario che ricorre nelle prefazioni delle maggiori opere matematiche del secolo: dalla *Practica Arithmeticae* di Cardano al *General Trattato* di Tartaglia, dall'*Algebra* di Bombelli alle traduzioni e commenti dei classici di Commandino e di Clavio⁴. L'opera di Pacioli, in molti casi, costituisce una delle fonti di origine di quel *topos* letterario.

La *Summa* e la centralità delle proporzioni

La *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et propotionalita* (Venezia 1494) appare come un monumentale compendio di materiali appartenenti a quattro distinti campi della matematica: aritmetica, algebra, "ragioneria" e geometria⁵. Lo scopo del libro è, per esplicita dichiarazione dell'autore, prettamente didattico. Nel motivare il titolo dell'opera Pacioli afferma di aver raccolto "molte varie e diverse parti necessarissime de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalità", con un duplice fine: offrire al lettore una "summa" delle regole di matematica pratica conosciute; e illustrare "de ciascun atto operativo suoi fondamenti secondo li antichi e ancor moderni philosophi". Dal momento che, alla fine del Quattrocento,

⁴ Cardano nella *Practica Arithmeticae* definisce la matematica *Generalis omnium copiosissima et utilissima*. "Quantam ferat utilitatem numerorum & mensurarum cognitio – scrive Cardano – humanus usus docet, nam Reipublicae administrationes, comertia, artes, domus dispensatio, aedificia, agrorum divisiones, sine ea perfici minime possunt unde Pythagoricis iure merito divinum quid inesse numeris arbitrabantur" (Cardano, *Opera Omnia*, Lugduni, 1663, vol. IV, p. 13). Tartaglia, da parte sua, offre articolate riflessioni sul rapporto tra matematica pura e applicata, insistendo sull'universalità della disciplina soprattutto nella "prima parte del General Trattato di numeri e misure [...] nella quale [come recita il titolo] si dichiara tutti gli atti operativi, pratiche et regole necessarie non solamente in tutta l'arte negoziaria, & mercantile, ma anchor in ogni altra arte, scientia over disciplina, dove intervenghi il calcolo". (N. Tartaglia, *General Trattato di numeri e misure*, in Vinegia per C. Troiano dei Navò, 1556). Sulle riflessioni di Tartaglia circa il ruolo delle matematiche cfr. G.C. Cifoletti, *La traduzione del "General Trattato" da parte di Guillaume Gosselin. La tradizione abacista tra teoria e pratica*, in L. Conti (a cura di), *La matematizzazione dell'universo. Momenti della cultura matematica tra '500 e '600*, Assisi, Porziuncola 1992, pp. 29-48). Anche Bombelli ripropone il *topos* dell'universalità della matematica, quando nell'*Algebra*, la applica alla maniera di Pacioli a tutte le discipline (cfr. R. Bombelli, *L'algebra*, a cura di U. Forti e E. Bortolotti, Milano, Feltrinelli, 1966, p. 7). Nei "Prolegoma" alle edizioni degli *Elementi* di Euclide da parte di Commandino e Clavio, il discorso trova, infine, una sua più dotta ed erudita riproposizione (Cfr. F. Commandino, *Euclidis elementorum libri XV*, Pesaro, C. Franceschini 1572; C. Clavio, *Euclidis elementorum libri XV*, 2 voll., Roma, V. Accolti 1574).

⁵ L. Pacioli, *Summa de arithmetica, proportioni et propotionalita*, Venezia, Paganini, 1494; per le citazioni di quest'opera si fa riferimento all'edizione del 1523 in Tuscolano.

soltanto poche persone dotte sono in grado di comprendere il latino Pacioli sceglie di scrivere la *Summa* nella “materna e vernacula lingua”: “In modo che litterati e vulgari oltra l’utile ne haranno grandissimo piacere in essa exercitandose. E sienno dati a che arti, misteri e facultà si voglia. Per l’ampia generalità che in essa si contene, da poterse a tutte cose applicare”.

L’opera, quindi, è destinata sia ai “litterati”, che padroneggiano il latino e coltivano le “facultà” liberali, sia ai tecnici che svolgono un’arte o un mestiere e conoscono soltanto il volgare. Ciò che accomuna la cultura latina dei dotti e quella volgare dei tecnici è, secondo l’autore, la necessità dell’uso della matematica sia nelle arti meccaniche che in quelle liberali. Qualunque sia l’arte, il mestiere o la “facultà” del lettore l’opera – dice Pacioli - risulterà comunque utile, dato che la matematica è tale “da poterse a tutte cose applicare”.

La *Summa*, pertanto, si differenzia dagli altri trattati d’abaco in quanto pretende di rivolgersi ad un pubblico più vasto di quello che frequenta le botteghe di matematica pratica⁶. L’opera si colloca in uno spazio intermedio tra il sapere pratico dei tecnici e dei mercanti e quello teorico coltivato nelle università: da una parte costituisce il compendio più completo delle conoscenze elaborate dalla tradizione delle scuole d’abaco; dall’altra si pone sulla scia delle opere di autori come Euclide, Boezio, Leonardo Pisano, Giordano Nemorario, Biagio Pelacani da Parma e Prodocimo Beldomandi, poiché inserisce elementi di matematica teorica e “speculativa” all’interno della tradizione abachistica.

Pacioli, nella presentazione della *Summa*, chiarisce a Guidobaldo da Montefeltro che la sua trattazione della “quantità” si riferisce a “quanto che alla pratica e operare sia mestiero”; ma – aggiunge subito dopo – “mescolandoci secondo li luoghi oportuni anchora la theorica, e causa de tale operare, si de numeri commo de geometria”⁷.

Nella *Summa* si profila pertanto un incontro fra la matematica teorica dell’università e la matematica pratica della bottega d’abaco; ma questo incontro non avviene – per così dire - a metà strada. Si tratta piuttosto del tentativo di un frate francescano, che fa il maestro d’abaco ma che è anche *magister theologiae*, di colmare il fossato linguistico, culturale e sociale, tra la “bottega” e l’università.

Il progetto culturale che innerva l’opera di Pacioli è l’estensione della matematica a tutto lo scibile umano e che questa sia la finalità precipua di frate Luca lo si evince già dalle prime pagine del testo. Nella lettera di dedica a Guidobaldo da Montefeltro che apre la *Summa*, la motivazione della matematizzazione di tutta la conoscenza

⁶ Di diverso avviso sono gli autori del seguente articolo: A. Sangster, N. Stoner Gregory P. McCarthy, *The market for Luca Pacioli’s Summa*, “Accounting Historians Journal”, Vol.35, No.1, (2008) pp. 111-34, che individuano nei mercanti i destinatari principali, e quasi esclusivi, dell’opera.

⁷ L. Pacioli, *Summa*, cit., proemio alla prima “distinctione”, c. 1r.

resta sospesa fra la riconosciuta *utilità* a fini pratici delle discipline matematiche e la *certezza* che esse forniscono al sapere. Da una parte Pacioli mette in evidenza il ruolo fondamentale dell'aritmetica e della geometria nelle arti meccaniche, nel commercio e nei mestieri; dall'altra insiste sulle garanzie di esattezza della conoscenza fornite dalle matematiche alle altre arti liberali e a tutte le discipline insegnate nelle Università (giurisprudenza, medicina, filosofia, teologia).

Non sono, però, soltanto l'utilità e la certezza a rendere la matematica universalmente applicabile. C'è una motivazione più radicale che Pacioli pone alla base del suo progetto: l'idea che il mondo sia stato creato da Dio per mezzo dei numeri, delle figure geometriche e delle proporzioni. La *Summa* è, infatti, attraversata da una sottile vena metafisica che emerge nell'epistola dedicatoria e riaffiora saltuariamente in quelle sezioni del libro – come la prima e la sesta distinzione – in cui si registrano impennate speculative. La scienza delle proporzioni, in questi casi, è estesa all'intero scibile umano non soltanto perché la geometria è una disciplina utile ed esatta ma perché il mondo stesso è costruito con le figure geometriche dei poliedri regolari, caratterizzati da una proporzione costante tra lo spigolo e il diametro della sfera nella quale sono inscritti.

Risulta allora assolutamente centrale per Pacioli che ogni ambito dello scibile umano sia espresso tramite la lingua della geometria e in particolar modo tramite la sintassi delle proporzioni. Per la mole di carte che occupa (cc. 67v-98v) e per l'importanza della teoria in essa contenuta, la sesta distinzione è, infatti, una delle parti più rilevanti della *Summa*. Nei 6 trattati che la compongono frate Luca espone la teoria delle proporzioni e della proporzionalità, introducendo l'argomento con un elenco dei filosofi e dei matematici più importanti che lo hanno preso in considerazione. Oltre a Euclide, che si occupa di proporzioni e proporzionalità soprattutto nel quinto libro degli *Elementi*, Pacioli cita Boezio, Ameto, Giordano Nemorario, Thomas Bradwardine, Biagio Pelacani e Alberto di Sassonia⁸. L'attenzione però cade soprattutto su Archimede che ne "l'opra che feci *De quadratura circuli*, e *De centro gravitatis* [...], mostra con diligentia haverne ditto". Mediante l'uso delle proporzioni, infatti, "trovò la propinquità de la convenientia

⁸ Boezio si occupa di proporzioni e proporzionalità nell'ultima parte del secondo libro del *De institutione arithmetica*, dove espone la dottrina delle *medietates*, ovvero de i tre tipi di proporzionalità: aritmetica, geometrica e armonica (Anici Manlii Torquati Severini Boetii, *De institutione arithmetica libri duo. De institutione musica libri quinque Accedit geometria quae fertur Boetii. E libris manuscriptis edidit Godofredus Friedlein*, Lipsiae 1867). Ameto, "del qual molto el Campano exponendo el quinto de Euclide fa mentione", è il matematico arabo Ahmad ibn Yusuf, già menzionato nel *Liber abaci* di Fibonacci (Leonardo Pisano, *Scritti di Leonardo Pisano*, a cura di B. Boncompagni, Roma, 1857, vol. I, p. 119), vissuto nel X secolo e autore di una *Epistola de proportione et proportionalitate* alla quale si riferisce Pacioli. Giordano Nemorario, vissuto nel XIII secolo, è l'autore di un trattato *De proportionibus* e di una *Arithmetica* in dieci libri, che contiene un'ampia esposizione della teoria dei rapporti, alla quale fa riferimento frate Luca. Thomas Bradwardine

del diametro del cerchio a la sua circonferentia; per vie geometriche e aritmetiche procedendo; in modo che mai nullo altro philosopho ‘nanze lui - né da poi fin questo dì - trovò tanta propinquità quanto lui”⁹.

L’uso delle proporzioni da parte di Archimede per risolvere il problema della misura del cerchio è – secondo frate Luca - l’esempio più brillante dell’utilità di una teoria, quella contenuta nel quinto libro degli *Elementi*, che costituisce non soltanto la pietra angolare della geometria euclidea, ma anche la *mathesis universalis* nella quale trovano il loro fondamento tutte le arti e le scienze. Pacioli, pertanto, ritiene utile di riportare nella *Summa* le dottrine di “antichi e moderni” che “pur de le proporzioni hanno parlato...acioché li lor ditti, li quali sonno molti oscuri ai dì de oggi, e ali pratici poco chiari (in servizio di quali principalmente quest’opera si fa) più se habino a dilucidare, e ala pratica accomodare. Perché loro con teorica e via alta hanno ditto: e noi con quanta umiltà si porrà ne tratteremo. Acostandone sempre a loro detti, da li quali in alcuna cosa non intendo deviare; maxime per mio appoggio e guida serà esso Euclide, a ciò el lectore habiando inanze di sé casi de numeri e casi de mesure e anche insieme con quelli, possi per sua più satisfacione de le ditte proporzioni intendere”¹⁰.

(c.1290-1349) è autore, tra le altre cose, di un *Tractatus de proportionibus velocitatum in motibus* (1328) (Cfr. H.L. Crosby ed., *Thomas Bradwardine, His “Tractatus de proportionibus”*, Madison, Wisconsin, 1955), che ispirò il *Tractatus proportionum* di Alberto di Sassonia (c. 1316-1390) e le *Questiones super tractatu “De proportionibus” Thome Beduerdini* di Biagio Pelacani da Parma (c. 1345-1416). E’ in particolare il *Tractatus proportionum* di Alberto di Sassonia la fonte principale alla quale attinge Pacioli. L’opera fu pubblicata a Venezia prima nel 1480 e poi nel 1496. Nel 1506 a Bologna ne uscì una edizione commentata da Benedetto di Faenza, *Benedicti Victorii Faventini Commentaria in Tractatum Proportionum Alberti de Saxonia. Thome Bravardini Anglici, Tractatus Proportionum perutilis*, Bologna 1506.

⁹ L. Pacioli, *Summa*, cit., distinctio VI, tract. I, art. I, carta 68r. Sul problema della quadratura del cerchio si erano cimentati molti matematici e filosofi, e nel corso della seconda metà del XV secolo le opere matematiche di Archimede erano state oggetto di studio in seguito alla traduzione dal greco in latino ad opera di Jacopo da Cremona. (Sull’importanza della traduzione di Jacopo da Cremona e su Archimede nel Rinascimento cfr. M. Clagett, *Archimedes in the Middle Age*, Philadelphia, The American Philosophical Society, 1964-1978; P.L. Rose, *The Italian Renaissance of Mathematics. Studies on Humanists and Mathematicians from Petrarch to Galileo*, Genève, Librairie Droz, 1975, pp. 40-55; J. Høyrup, *Archimedes, not Platonism: on a malleable ideology of Renaissance Mathematicians (1400 to 1600), and its role in the formation of Seventeenth-century Philosophies of Science*, in C. Dollo (a cura di), *Archimede. Mito Tradizione Scienza*, Firenze, Olschki 1992, pp. 81-110). La traduzione di Jacopo da Cremona, caldeggiata dal papa Nicola V, fu realizzata presumibilmente tra il 1449 e il 1452. Di questa traduzione furono redatte numerose copie manoscritte, tra le quali quella contenuta nel codice Urbinate Latino 261, che era conservato nella biblioteca ducale di Urbino. Questo codice era noto a Pacioli, che spesso cita Archimede in maniera circostanziata, dimostrando così di conoscerne le opere (Cfr. P.D. Napolitani, *La tradizione archimedea*, in E. Giusti (a cura di), *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento. Atti del convegno internazionale di studi Sansepolcro 13-16 aprile 1994*, Città di Castello, Petrucci 1998, p. 82).

¹⁰ L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 68v.

Le proporzioni a fondamento delle scienze

L'articolo secondo del primo trattato della sesta distinzione si intitola “de necessitate notitie proportionum”. Frate Luca, qui, intende mostrare come ogni disciplina, “liberale” o tecnica, sia scritta con il linguaggio delle proporzioni e, pertanto, prima si sofferma ad elencare le proprietà e le specie dei rapporti fra due o più quantità; poi descrive alcuni esempi dell'applicazione di tali proprietà a scienze come la cinematica, l'etica, la teologia e il diritto.

La teoria delle proporzioni riveste un ruolo centrale nel progetto di matematizzazione del sapere ideato da Pacioli. Al quinto libro degli *Elementi* di Euclide, che innerva la sesta distinzione della *Summa*, frate Luca dedicò, infatti, anche una serie di lezioni alla Scuola di Rialto, precedute da una prolusione tenuta l'11 agosto 1508, nella chiesa di S. Bartolomeo. Di fronte a un uditorio di circa cinquecento persone composto da teologi, filosofi, medici, letterati, artisti ed eminenti personaggi della Venezia di inizio Cinquecento, il reverendo padre e maestro di teologia Luca Pacioli da Borgo Sansepolcro tenne un discorso sulla virtù e la forza delle proporzioni che ripete a grandi linee quello esposto nella *Summa*¹¹.

L'idea “metafisica” che guida il progetto culturale di frate Luca è che il libro del mondo sia scritto con i caratteri della geometria e della matematica e con la “sintassi” delle proporzioni. Gli antichi filosofi, infatti, “chiaro cognoscivano che de niuna cosa in natura mai era possibile haver notitia, se la loro proportione non se intendeva. Conciosiacosa che, tutti li nostri studi di qualunque facultà si vogliano sienno per intender la convenientia da una cosa a un'altra”. Le proporzioni, quindi, non solo costituiscono il fondamento delle *artes liberales* e di discipline come la medicina e il diritto, ma risultano necessarie anche per l'arte “de' sartori” e del “fabro lignario”, per i “maestri de navi, barci, navilii, galee”, per “l'arte ancora de militia” e del “fabroferraro”, per “li testari e lanari”, per i mercanti, per i “lapicidi e muratori” e per tutti gli “artefici, maxime meccanici”. “Se tu ben discorri – rileva infatti Pacioli - in tutte le arti tu troverai la proportione de tutte esser madre e regina e senza lei niuna poterse exercitare”¹².

E che la proporzione sia “madre e regina” delle tecniche e delle scienze è evidente soprattutto per le arti figurative. I pittori, infatti, quando devono disporre su una

¹¹ Il discorso di Pacioli nella chiesa di S. Bartolomeo è contenuto nell'edizione pacioliiana degli elementi di Euclide del 1509, (ff.30r-31v.). *Euclidis Megarensis, philosophi acutissimi mathematicorumque omnium sine controversia principis, Opera a Campano interprete fidissimo tra[s]lata. Que, cum antea librariorum detestanda culpa mendis fedissimis adeo deformia essent, ut vix Euclideam ipsum agnosceremus, Lucas Paciulus, theologus insignis, altissima Mathematicarum disciplinarum scientia rarissimus, iudicio castigatissimo detersit emendavit.* Venezia, Paganino Paganini, 1509.

¹² L. Pacioli, *Summa*, cit., distinctio VI, c. 68v.

superficie corpi solidi posti su piani e distanze diverse, usano la prospettiva e questa si basa sulle proporzioni.

Del qual documento – sottolinea frate Luca -, a ciò [le figure] ben s'abino a disporre, el sublime pictore (ali di nostri anchor vivente) maestro Piero de li Franceschi, nostro conterraneo del Borgo San Sepolcro, hane in questi di composto un degno libro de ditta Prospectiva; nel quale altamente de la pictura parla, ponendo sempre al suo dir ancora el modo e la figura del fare¹³.

Ebbene, nel libro di Piero – nota Pacioli - “de le diece parolle le nove ricercano la proportione”, e ciò dimostra che la pittura trova il suo fondamento nelle proporzioni.

La stessa architettura “nulla vale (si commo Vitruvio, Dinocrate, Frontino e Plynio approbano), se debitamente non è proportionata né a l'ochio né a l'abitare”. Le proporzioni fra larghezza, altezza e lunghezza sono necessarie inoltre nella costruzione degli edifici sacri. Templi e chiese, infatti, per assecondare “l'armonia de li divini officij”, devono riprodurre i rapporti tra le misure e “la forma del corpo humano”, come “molto diffusamente à parlato miser Leon Baptisa degli Alberti, Fiorentino, homo de profondo ingegno, la cui opera nelli di proximi in Fiorenza tutta fo stampata, havenga che fosse senza figure. Dove ancor lui prova che con proportione sempre ciascun edificio se debia fare, e che la longhezza responda ala larghezza e anche altezza”¹⁴.

I libri di Piero della Francesca e Leon Battista Alberti, verso i quali Pacioli non lesina elogi, costituiscono un importante supporto al progetto culturale di frate Luca. Essi, infatti, contengono una consapevolezza teorica della fondazione delle “belle arti” sulle proporzioni, che il matematico di Sansepolcro vorrebbe estendere

¹³ L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 68v-69r. Pacioli qui allude al *De prospectiva pingendi* di Piero della Francesca, considerata come l'opera simbolo dell'arte matematica dei proporzionamenti. Frate Luca parla di Piero come del “sublime pictore, ali di nostri anchor vivente”. Piero muore nel 1492 ed è presumibile che questa parte della *Summa* al pari delle prime cinque distinzioni sia stata composta entro il 1487. (Sulla datazione dell'opera di Piero della Francesca e sulla valutazione di questa informazione di Pacioli cfr. G. Nicco Fasola, *Introduzione a Piero della Francesca, De prospectiva pingendi*, Firenze, 1942, 1984, pp. 44-48; A. Sorci, “La forza de le linee”. *Prospettiva e stereometria in Piero della Francesca*, SISMEL, Edizioni del Galluzzo, 2001; F. Camerota *La prospettiva del Rinascimento. Arte, architettura, scienza*. Milano, Mondadori-Electa, 2006; M. Mussini, L. Grasselli, *Piero della Francesca. De prospectiva pingendi*, Sansepolcro, Aboca Museum Edizioni 2008).

¹⁴ L'opera dell'Alberti alla quale allude Pacioli è il *De re aedificatoria*, in dieci libri. L'*editio princeps* dell'originale latino fu stampata a Firenze nel 1485. L'autore al quale si ispira l'architetto fiorentino è Vitruvio; tant'è vero che il contenuto dell'opera ricalca in molte parti il *De Architectura* vitruviano. I primi tre libri di questa opera trattano, infatti, ciò che riguarda il concetto vitruviano di *firmitas*: scelta del terreno, materiali da fondazione e costruzioni; i libri IV-V dell'*utilitas*, cioè dei vari edifici in funzione della loro destinazione e del loro uso; il libro VI della *venustas*, della bellezza architettonica, i libri VII-IX della costruzione degli edifici sacri (templi e chiese, VII), pubblici (VIII) e privati (IX); il libro X dell'idraulica. Sull'importanza delle proporzioni nell'architettura albertiana cfr. R. Wittkower, *Principi architettonici nell'età dell'umanesimo*, tr., it., Torino, Einaudi 1964, 1994, pp. 101-146.

anche agli altri mestieri meno nobili. Sia il *De re aedificatoria* che il *De prospectiva pingendi*, pur rivolgendosi ad un pubblico di architetti e pittori, sono scritti in latino (il secondo nella traduzione “de verbo ad verbum” di maestro Matteo), quasi a voler creare un ponte tra la cultura degli artisti e quella dei dotti. Rispetto alla *Summa*, però, le opere teoriche di Piero e di Alberti si prefiggono uno scopo parziale, finalizzato alla nobilitazione di una specifica disciplina. Pacioli non vuole elevare soltanto le arti figurative al livello delle arti liberali ma intende ricondurre ad uno stesso nucleo conoscitivo – la teoria delle proporzioni – tutto il sapere dei “pratici volgari”. Nel perseguire questo scopo non esita a ricorrere a motivazioni teologiche e metafisiche: la proporzione – afferma frate Luca – è indispensabile a tutti i mestieri, le arti e le scienze “peroché impossibile è alcuna cosa in natura persistere se la non è debitamente proportionata a sua necessità”.

E però la divina sapientia (commo dici Augustino in sua laude e commendatione) omnia fecit deus in numero, pondere et mensura; cioè che a ogni cosa dette la sua debita exigentia, considerata secondo el peso, el numero e la misura; in le quali tre cose sempre se à ritrovare la proportione; secondo la quale (commo summo opefice) cuncta bene disponit¹⁵.

L'albero delle proporzioni e della proporzionalità

L'immagine geometrica del mondo, già prefigurata nella *Summa* e delineata in modo più netto quattro anni dopo con la *Divina proportione*, comporta la centralità gnoseologica della teoria delle proporzioni.

“Non solamente in lo numero e misura se ritrova la proportione, ma - sostiene Pacioli traducendo il commento del Campano al quinto libro degli *Elementi* - etiam in li soni, in li luogi e in li tempi, e in li pesi, in le potentie, si commo Plato afferma in suo Thymeo; la quale mai si ritrova in niuna cosa se non in quanto l'una è maggiore de l'altra, overamente una eguale a l'altra. E questa è debita proprietà de la quantità; sì commo dice Aristotele neli *predicamenti*”¹⁶.

¹⁵ L. Pacioli, *Summa*, prima parte, cit., c. 69r.

¹⁶ L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 69r. Sul commento del Campano cfr. L. Pacioli, *Euclidis megarensis Opera a Campano interprete traslata*, Paganino de' Paganini, Venezia 1509, c. 32r-v. Con identiche parole Leonardo copia in uno dei suoi taccuini (Forster I) questa riflessione di Pacioli sulla natura universale delle proporzioni. La prima parte del codice (ff.1-40) è databile intorno al 1505. Cfr. Leonardo da Vinci, *Codici Forster*, edizione in facsimile a cura di A. Marinoni, Firenze, Giunti 1992. Cfr. anche C. Pedretti, *Leonardo. Le macchine*, Firenze, Giunti 2000, p. 38. Questo passo è la traduzione del commento del Campano alla terza proposizione del quinto libro degli *Elementi* di Euclide. Cfr. *Euclidis Megarensis, philosophi acutissimi mathematicorumque omnium sine controversia principis, Opera a Campano interprete fidissimo tra[s]lata...* Venezia, Paganino Paganini, 1509, f. 33r.

La proporzione, *communiter dicta*, - ricorda Pacioli - è una proprietà della quantità, come è attestato da Aristotele nelle *Categorie*¹⁷; ma affinché si dia proporzione è necessario che le quantità messe a confronto siano tra esse omogenee. Si ha cioè proporzione *proprie dicta* solo fra due o più quantità omogenee e quindi ciò esclude la possibilità di chiamare col termine proporzione tanti altri tipi di relazione fra cose differenti.

E però ben disse Euclide la proportione semplicemente esser in la quantità, quando essa diffinisci per habitudine de doi quantità de un medesimo genere.

Si hanno pertanto due accezioni diverse di proporzione: l'una (*communiter dicta*) definita come "habitudine de doi cose insieme comparate una a l'altra in alcun termino a loro univoco", che si riscontra in "certa abusione de vulgar parlare" quando si compara "l'acutezza del stilo univoca a l'acutezza de la voce"; l'altra (*proprie dicta*), stabilisce la proporzione, in conformità a quanto afferma Euclide, tra "doi quantità d'un medesimo genere de l'una a l'altra", ed è impiegata dai matematici e dai dotti. Pacioli, che in questo commento oltre che Campano sembra ricalcare il testo di Alberto di Sassonia, tralascia la prima accezione di proporzione e comincia ad elencare la serie di definizioni, tratte dal quinto libro degli *Elementi*, che servono a trattare la "proportione proprie dicta"¹⁸.

"Euclides - afferma frate Luca - prima che diffinisse la proportione e anche proportionalità, nel quinto diffinì essa parte", poiché trattandosi di una proprietà della quantità "diffinita la parte, imediate diffinisci el tutto chiamandolo multiplici respecto a la sua parte, o sia aggregativa ovvero mutiplicativa, commo li se contiene". Nello stile retorico della *Summa* sono in realtà qui riassunte le prime due definizioni del quinto libro degli *Elementi*¹⁹. A queste segue la terza (*Proportio est dua*

¹⁷ Pacioli si riferisce a Aristotele, *Categorie*, cap. 7, 6a 36 e sgg.

¹⁸ Una delle fonti principali di questa parte della *Summa*, relativa alla teoria delle proporzioni, è il *Tractatus proportionum* di Alberto di Sassonia. Si confronti questo passo di Pacioli, con la distinzione di Alberto di Sassonia, fra *proportio communiter dicta* e *proportio proprie dicta*: "Proportione communiter dicta è habitudine de doi cose insieme comparate una a l'altra e l'altra a l'una, in alcun termine a loro univoco. E per questo se esclude una certa abusione de vulgar parlare che dice la voce e stilo ognuna esser acuto l'un più che l'altro. Fra li quali non cade proportione per non esser l'acutezza del stilo univoca a l'acutezza de la voce" (*Summa*, c. 69v). "Proportio communiter accepta: est duorum comparatorum in aliquo termino univoco ad invicem habitudo. et dicitur univoco quia licet stilus dicat acutus et similiter vox; tantum qua acuties non dicit univoco de voce et stilo; ideo stilus et vox non comparant ad invicem in acutie..." (Alberto di Sassonia, *Tractatus proportionum*, nell'edizione di Bologna del 1506: *Benedicti Victorii Faventini Commentaria in Tractatum Proportionum Alberti de Saxonia. Thome Bravardini Anglici, Tractatus Proportionum perutilis*, Bologna 1506). Sulla base delle fonti medievali, derivanti dalla scuola di Oxford, Pacioli disegna anche l'albero delle proporzioni di c. 82r. della *Summa*.

¹⁹ L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit., c. 32r "Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris quando minor metitur maiorem. Multiplex autem, maior minori, quando eam metitur minor". Euclide, *Elementi*, a cura di

*quantecumque sint eiusdem generis quantitatum certa alterius ad alteram habitudo*²⁰), già precedentemente esposta da Pacioli, con la precisazione che l'espressione "certa habitudo" non deve essere intesa nel senso di "nota" ma nel senso di "determinata"²¹.

"Diffinita a bastanza che cosa sia la proportione, sequita immediate la sua divisione", che dà origine ad un intricato *albero delle proporzioni*.

Il ramo della proporzione *proprie dicta* si articola in tre tipi di proporzione: geometrica, aritmetica e armonica. La prima "solo se à a retrovare in le quantità continue", la seconda nelle quantità discrete; la terza "solo in suoni e canti...E questa è quasi mista de la continua e discreta", poiché ha a che fare con quantità continue (il tempo) scandite "rispetto al numero ne le divisioni de le note".

Unde la proportione geometrica serà quando se farà comparatione da un continuo a l'altro: commo da una linea a un'altra, da una superficie a un'altra superficie, da un corpo a un altro corpo; da un tempo a un luogo a un altro tempo e un altro luogo. L'arithmetica serà quando si farà comparatione da uno numero a un altro: o sieno eguali, overamente ineguali, e più propriamente fra li eccessi, over differentie de li numeri fra loro [...]. L'armonica serà quando si farà comparatione da una voce a un'altra; e così da un suono a un altro²².

A. Frajese, Torino UTET 1970, libro V, definizioni, p. 297. Definizione I: "Una grandezza è parte di una grandezza, la minore di quella maggiore, quando essa misuri la maggiore; II. La grandezza maggiore è multipla di quella minore, quando sia misurata dalla minore". L'Euclide che ha a disposizione Pacioli è quello del Campano, che si basa su una traduzione latina attribuita ad Adelardo di Bath (XII sec.) e realizzata a partire dall'arabo. Il problema della definizione dei concetti di proporzione e proporzionalità è connesso alla trasmissione del testo euclideo nel corso del Medioevo. Sull'argomento cfr., W.R. Knorr, *On the Term Ratio in Early Mathematics*, in M. Fattori e M.L. Bianchi (a cura di), *Ratio. Atti del VII Colloquio Internazionale del Lessico Intellettuale Europeo, Roma 1992*, Firenze 1994, pp. 1-35; A. Malet, *Changing Notions of Proportionality in Pre-Modern Mathematics*, "Asclepio", vol. 42 (1990), pp. 183-211; A.G. Molland, *Campanus and Eudoxus; or, Trouble with Texts and Quantifiers*, "Physis", vol. 25 (1983), fasc. 2, pp. 213-225; J.E. Murdoch, *The Medieval Language of the Proportions: Elements of the Interactions with Greek Foundations and the Development of New Mathematical Techniques*, in A.C. Crombie, *Scientific Change. Historical Studies in the Intellectual, Social and Technical Conditions for Scientific Discovery and Technical Invention, from Antiquity to the Present*, London, 1963, pp. 237-271.

²⁰ L. Pacioli, *Summa*, cit., distinctio VI, tract. I, art. IV, carta 69v. Def. III: "Rapporto fra due grandezze omogenee è un certo modo di comportarsi rispetto alla quantità".

²¹ L. Pacioli, *Summa*, cit., 69v: "E però se asega un'altra diffinitione conforme a quella de Euclide dicendo proporzione è de doi quantità d'un medesimo genere de l'una a l'altra: e converso certa e determinata abitudine. Certa non dico perché sia sempre a noi nota; né a la natura; ma perché così è quella che non può esser altra. E a questo si conforma Euclide". Se, infatti, per le quantità discrete e per quelle continue commensurabili una proporzione è "nota", cioè conosciuta, per le quantità continue incommensurabili essa, pur essendo determinata, non è esprimibile con un rapporto fra numeri.

²² L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 70r. La fonte diretta di queste distinzioni sembra essere il *Tractatus proportionum* di Alberto di Sassonia, del quale Pacioli traduce intere proposizioni.

In tutti e tre i casi – dice Pacioli traducendo il commento del Campano alla definizione 5.V.²³ - occorre distinguere la proporzione continua (“quando la prima quantità, over termino o sia linea, over superficie etc, è al secondo commo el secondo al terzo, el terzo al quarto e sic in infinitum”) da quella discontinua (“che almanco recerca quatro termini e così commo el primo è al secondo così el terzo ene al quarto, el quinto al sexto, e sic in infinitum”) (Cfr. Fig. 5).

In realtà, qui si parla di proporzione continua e discontinua in modo improprio poiché la continuità o discontinuità si dice “propriamente de la proportionalità, non de le proportioni”. Ciò nondimeno frate Luca ritiene opportuno “al pratico vulgare così dirle, perché lui costuma dire vulgarmente questi numeri, over quantità sonno in la continua proportione”. Il linguaggio rigoroso della teoria euclidea viene quindi sacrificato sull’altare della volgarizzazione e dell’efficacia comunicativa; e a tal proposito la guida di frate Luca è Boezio e la sua aritmetizzazione della geometria euclidea²⁴. “Siché – aggiunge Pacioli rivolgendosi al lettore dotto – non te meravigliare se ale volte con nostro parlare a basso scendo; lo facio a compassione delo ignaro. Ma non restarà che sempre el debito modo di parlare anche scientifico per lo dotto ancora in simili termini non servi”²⁵. Il ponte culturale tra il dotto e il volgare viene costruito, pertanto, tramite un compromesso linguistico che, pur a scapito del rigore della teoria, consenta al tecnico di impadronirsi delle cognizioni teoriche e al dotto di acquisire la consapevolezza dell’utilità di teorie astratte per le arti e i mestieri dei “pratici volgari”.

Pacioli tralascia completamente lo studio delle proporzioni armoniche e il rapporto di queste con gli intervalli musicali, rimandando il lettore al *De institutione musica* di Boezio. Si limita a distinguere la proporzione aritmetica *continua* da quella *discontinua* (in cui “li termini de la proportione sempre se excedano equaliter per unitates ma non continuano fra loro se non a doi a doi” come ad esempio 1,2,5,6,8,9,12,13 ecc.)²⁶. Affronta, invece, sistematicamente le proporzioni geometriche, alle quali dedica gran parte della sesta distinzione.

Sia la proporzione geometrica continua sia quella discontinua sono distinte in *razionale* e *irrazionale*, “la qual divisione non rectamente appartiene a l’arithmetica;

²³ La definizione 5.V degli *Elementi* nell’edizione di Campano è spuria e produsse non pochi problemi di intelligibilità del concetto di proporzionalità. Pacioli qui riassume e sintetizza il commento di Campano a tale definizione (cfr. L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit., c. 33r.)

²⁴ Sull’aritmetizzazione della teoria delle proporzioni a partire dall’*Institutio arihtmetica* di Boezio, cfr. J.E. Murdoch, *The Medieval Language of the Proportions*, cit., pp. 258-263.

²⁵ L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 70r.

²⁶ Il termine proporzione, viene qui usato da Pacioli come sinonimo di “comparatione”, con la quale si denota genericamente il rapporto fra numeri che si riferisce sia alle differenze (rapporto aritmetico), sia ai quozienti (rapporto geometrico).

conciosia che quella solo de la proportione rationale habia far caso; de l'altra non se cura". Con l'introduzione dei rapporti irrazionali Pacioli estende la tradizione abachistica dal campo dei numeri, cioè delle grandezze discrete a quello delle grandezze continue e raggiunge un livello di astrazione raramente rintracciabile negli altri trattati di matematica pratica del XV secolo²⁷.

La definizione di proporzione irrazionale introduce inoltre il discorso sulle quantità incommensurabili.

Dico adonca - scrive Pacioli - la proportione continua e discontinua geometrica, l'una e l'altra esser rationale e irrationale. La rationale è habitudine di doi quantità insiem commensurabili [...] La proportione irrationale è habitudine de doi quantità infra loro incommensurabili e questo se dice per la geometria e anche per l'arithmetica. Overo diciamo la irrationale esser quella che per niun numero se pò denominare immediate, ma ben si pò immediate denominare da qualche proportione, la quale da qualche numero è denominata.

L'esempio che adduce l'autore per spiegare la nozione di proporzione irrazionale è quello del rapporto fra la diagonale e il lato del quadrato ("diametro e costa", nella terminologia di Pacioli), "fra le quali mai se porrà trovare misura che mesuri l'uno e l'altro e però sonno ditti incommensurabili fra loro"²⁸.

La prova dell'incommensurabilità, come del resto accade per gran parte dei teoremi euclidei riportati nella *Summa*, è soltanto enunciata:

Qualunque misura data che de ponto mesurasse la costa, quella medesima mai aponto mesurerà el dyametro; ma farà più o farà manco qualche cosa. La qual cosa se manifesta per la 3^a parte de la 7^a [proposizione] del 10° [libro degli *Elementi*] de Euclide per molti inconvenienti sequiterieno dato che 'l dyametro fosse commensurabile a la costa del suo quadrato.

²⁷ Gli altri rari casi in cui è presente qualche accenno alla teoria delle proporzioni in ambito abachistico sono: il *Liber abaci* di Leonardo Pisano (soprattutto il capitolo XV); la *Pratica d'arismetrica* di Maestro Benedetto da Firenze (ms. L.IV.21, della Biblioteca Comunale di Siena), e la *Pratica d'arismetricha* di un allievo di Domenico d'Agostino Vaiaio (ms. Pal. 573 della Biblioteca Nazionale di Firenze). Cfr. a questo proposito R. Franci, M. Bartolozzi, *La teoria delle proporzioni nella matematica dell'abaco da Leonardo Pisano a Luca Pacioli*, "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche", vol. X, (1990) fasc. 1, pp. 3-28; J. Høyrup, « *Proportions* » in *and around the Italian Abacus Tradition*, <http://www.akira.ruc.dk/~jensh/>, preliminary version, 1/7/2008, pp. 1-53

²⁸ L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 70v. "Le quali quantità fra loro sonno incommensurabili, cioè che mai non si pò dare una certa e determinata misura che aponto l'uno e l'altro mesuri, comme in la expositione de la septima del decimo de Euclide aperto apare dove se conclude che sel diametro fosse a la costa del suo quadrato commensurabile el numero paro esser dispareo e contra per Aristotele. E però in geometria è chiaro chel quadrato del diametro de uno quadrato sempre è doppio del quadrato de la sua costa".

Tra questi “inconvenienti” c'è la conclusione assurda che “se 'l dyametro fosse a la costa del suo quadrato commensurabile, el numero paro esser disparo e contra”. Pacioli qui si riferisce alla *reductio ad absurdum* con la quale anche Aristotele dimostra l'incommensurabilità fra il lato e la diagonale del quadrato.

Frate Luca, senza dubbio a conoscenza di una prova simile, non si sofferma a specificare i passaggi ma rimanda direttamente ad Euclide. La digressione sulle quantità incommensurabili, del resto, gli serve a definire la differenza tra proporzioni razionali e irrazionali e ad articolare meglio il ramo della proporzione geometrica, la quale “è de magior abstractione e consideratione che non è quella arithmetica e più largamente se ritrova in le quantità continue che in le quantità discrete. Peroché el geometra dela rationale e inrationale indifferentemente considera e lo arithmetico solamente de la proportione rationale che per qualche numero se possa nominare”²⁹.

L'albero delle proporzioni, abbandonato il ramo della proporzione geometrica irrazionale, continua con la divisione della proporzione razionale geometrica in due tipi: *equalitas* (se due grandezze a e b sono tali che $a=b$) e *inequalitas* (se $a \neq b$). Quest'ultima, a sua volta, si articola in *maioris inequalitas* (se $a > b$) e *minoris inequalitas* (se $a < b$). In questa partizione delle proporzioni Pacioli, sulla scia del commento del Campano, afferma di seguire Aristotele che, nelle *Categorie*, dopo il “predicamento dela quantità” pone quello della relazione.

La quale lui divise per tre generi subalterni ala similitudine ditta. E disse la relatione altra esser de equiparantia; cioè de equalità commo fra vicino e vicino, amico e amico, etc. Altra esser superpositione, cioè maggiore inequalità, quando el maggiore al minore se ha a referire, commo padre a figlio e signore a servo. Altra esser de suppositione, cioè minore inequalità, quando el minore se referesci al maggiore, commo el servo al signore, e figlio al padre; che altramente non è possibile se possino referire, se non in altero istorum trium modorum, commo habiamo exemplificato³⁰.

La classificazione proposta da Pacioli, al pari della trattazione aristotelica della relazione, ha il carattere della necessità (“che altramente non è possibile se possino referire”). L'albero delle proporzioni quindi vuole essere uno schema tassonomico completo ed esaustivo di tutti i possibili rapporti fra due quantità³¹. Frate Luca

²⁹ Questa stessa considerazione è presente nel commento del Campano alla terza definizione del V libro degli *Elementi*. (Cfr. L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit., c. 32r-v).

³⁰ L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 71r

³¹ Le radici dell'albero delle proporzioni vanno rintracciate nell'*Institutio Arithmetica* di Boezio, dove vengono distinti i cinque generi di rapporti numerici presenti nella *Summa*. Cfr. J.E. Murdoch, *The Medieval Language of the Proportions*, cit., pp. 270-280. Questa tradizione matematica continuerà anche nel XVI secolo e troverà

disegna soltanto i rami relativi alla “magiore inequalità”, poiché una volta conosciuti quelli, “immediate, con l'aiuto de certa syllabica adiectione, ditta *sub*, haverai quella similmente de la minore inequalità”.

La “magiore inequalità” tra due quantità a e b può essere *simplex* o *composita*. Le specie della *simplex* sono tre:

- 1) *multiplex* (quando “el magior termino contiene el minore più volte aponto”; $a/b=n$);
- 2) *superparticularis* (“quando el magior termino contiene el minore una volta e ancora qualche parte d'esso minore, quale a lui sia aliquota”; $a/b = 1+1/b$);
- 3) *superpartiens* (“quando el magior termino contiene una volta e non più el minore e oltra di questo contiene una parte non aliquota del minore, la qual parte non aliquota è composta de parti aliquote de la minore”; $a/b = 1+h/b$).

Le specie della *composita*, invece, sono due: 1) *multeplice superparticolare* (“quando el magiore termino contiene el minore più d'una volta. E oltra de questo qualche parte aliquota del minore”; $a/b = k+1/b$); 2) *multeplice superpartiens* (“quando el magior termino contiene el minore più volte e con questo una parte non aliquota del minore continente in sé parte aliquota de la minore”; $a/b = k+h/b$).

Nella definizione delle varie specie di proporzione continua razionale ricorre spesso l'espressione “parte aliquota de alcuna quantità”, con la quale “se deve intendere quantità che secondo alcuno numero presa de ponto restora el suo tutto”³². In altri termini, data la grandezza a , la parte k si dice aliquota di a se $a = nk$, con $n \in N$. Per questa ragione la parte aliquota – dice Pacioli rivolgendosi ai pratici volgari – “da li phylosophi per altro nome è detta multiplicativa. E questa è quella che da Euclide in principio del quinto fo diffinita, quale è parte propriamente ditta”³³. La parte non aliquota, invece, “è quella che alquante voli volte presa mai rende el suo tutto aponto, ma più over manco. E questa [dai] phylosophi per altro nome è detta agregativa”.

il suo compimento nella seconda edizione degli *Elementi* (1589) curata da Clavio (la prima è del 1574) dove in seguito alla quarta definizione del quinto libro compare un lungo commento che costituisce un vero e proprio trattato sulle proporzioni. Il trattato di Clavio (che va da p. 353 a p. 454 dell'edizione francofortese: *Euclidis Elementorum Libri XV: Accessit liber XVI. De Solidorum Regularium cuiuslibet intra quodlibet comparatione. Omnes Perspicuis Demonstrationibus, accuratisque scholiis illustrati*. Francofurti: Hoffmanni, 1607) è strutturato sulla falsariga del testo di Pacioli e quindi della tradizione medievale di origine boeziana e illustra la teoria delle proporzioni sulla base dei “denominatori”. Sul testo di Clavio cfr. S. Rommevaux., *Clavius: une clé pour Euclide au XVI siècle*, Paris, Vrin 2005, soprattutto cap. III, prima parte pp. 59-76.

³² L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 71v.

³³ Qui Pacioli si riferisce alle prime due definizioni del V libro degli *Elementi*: “I. Una grandezza è parte di una grandezza, la minore di quella maggiore, quando essa misuri la maggiore. II. La grandezza maggiore è multipla di quella minore, quando sia misurata dalla minore”. Le considerazioni sulla parte aliquota o non aliquota di una grandezza traducono in volgare il commento del Campano a queste due definizioni. L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit., cc. 32r-v.

Tramite il concetto di “parte aliquota” vengono definite quasi tutte le specie di proporzioni geometriche continue e razionali, così riassunte da frate Luca, al termine del primo trattato della sesta distinzione:

E nascano tutte le assegnate specie le quali in brevità così se possono raccogliere dicendo: Ogni quantità, comparata a una minore, quale se habia a la minore in proportione rationale; overmaente contiene la minore più volte e niente oltra, e allora serà detta multipli; overamente la contrirà una volta e qualche cosa più, overamente la contrirà più volte e alcuna cosa più. Se la contrirà una volta e alcuna cosa più pò advenire in doi modi: perché quello che contrirà de più o la parte aliquota de la minore o la parte non aliquota de la minore. Se la parte aliquota de la minore serà ditta super particolare. Se non serà parte aliquota de la minore e non dimeno contrirà parti aliquote de la minore equali, così serà detta superpartiente. Se al terzo modo acade, cioè che la maggiore contenga la minore più volte e alcuna cosa più, quel più o l'è parte aliquota de la minore o la parte non aliquota de la minore. Si primo modo allora serà detta multipli superparticolare. Se al secondo modo serà detta multipli superpartiente³⁴.

La spiegazione riassuntiva di Pacioli non fa altro che illustrare la parte bassa della figura “continente tutte le spetie ditte de la proportione” (c.82v), relativa alla *maioris inequalitas*. Per una maggiore semplicità e facilità mnemonica, Leonardo da Vinci copiò in uno dei suoi taccuini l'albero delle proporzioni della *Summa*³⁵, sostituendo i numeri ai nomi latini delle proporzioni. Non sempre è facile, infatti, districarsi tra la *dupla sexquitercias* e la *dupla tripartienstertias*, tra la *tripla sexquiquarta* e la *supertripartiensquartas*, tra la *subquadripartiensquintas* e la *subsuperbipartiienstertias*. L'ultima colonna a destra della tabella si limita a riportare soltanto alcuni esempi di proporzioni (“*et sic in infinitum in ultimis speciebus*”), al fine di rendere familiari al lettore “volgare” i termini usati dai “*phylosophi*” per distinguere i diversi tipi di rapporti.

³⁴ L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 72r. Questo passo riproduce in volgare il *Tractatus proportionum* di Alberto di Sassonia, al quale spesso il frate ricorre nel disegnare la forma del suo albero delle proporzioni.

³⁵ Leonardo da Vinci, *Codice Madrid II*, ms. 8936 della Biblioteca Nacional di Madrid, c. 78v. Facsimili: L. Reti, Giunti-Barbera/Mc Graw Hill, Firenze, 1974. Cfr. A. Marinoni, *La matematica di Leonardo da Vinci*, Milano 1982; N. De Toni, *L'albero della proporzionalità nella “Divina proportione” di Luca Pacioli e nei manoscritti di Leonardo da Vinci*, “Frammenti vinciani”, n. 27 (1967).

Le specie della maior inequalitas

Maior inequalitas Quando $a > b$	Simplex	Multiplex se $a/b=n$	Dupla ($a/b=2$)
			Tripla ($a/b=3$)
			n-upla ($a/b=n$)
		se $a/b=1+1/b$; a contiene b una volta e una parte aliquota di b	Sexquialtera ($a/b=3/2$)
			Sexquitertia ($a/b=4/3$)
			Sexquiquarta ($a/b=5/4$)
		Superpartiens se $a/b=1+h/b$, a contiene b una volta e h parti aliquote di b	Superbipartiens ($a/b=1+2/b$; es. $5/3$)
			Supertripartiens ($a/b=1+3/b$; es. $7/4$)
			Superquadrupartiens ($a/b=1+4/b$; es. $9/5$)
	Composita	Multiplice superparticulare se $a/b=k+1/b$; a contiene k volte b e una parte aliquota di b	Duplasexquialtera ($a/b=2+1/2$; es. $5/2$)
			Duplasexquiterτίας ($a/b=2+1/3$; es. $7/3$)
			Triplasexquiquarta ($a/b=3+1/4$; es. $13/4$)
			Duplasuperbipartienstertias ($a/b=2+2/3$; es. $8/3$)
Multiplice superpartiens ; se $a/b=k+h/b$; a contiene k volte b e h parti aliquote di b		Triplasupertripartiensquartas ($a/b=3+3/4$; es. $15/4$)	
		Quartasuperquadrupartiens quinta ($a/b=4+4/5$; es. $24/5$)	

In generale, dato un rapporto $a/b=k+h/b$, k indica quante volte una quantità è maggiore di un'altra, h è il prefisso numerale e b è l'aggettivo ordinale. Così la proporzione **Ksuperhpartiensb**

diventa *duplasuperbipartienstertias* se $k=2$; $h=2$ e $b=3$; prende invece gli altri nomi a seconda del valore di k , h , e b . Se, infine, $h=1$, allora si introduce la locuzione “*sexqui*”, tipica della *multiplice superparticulare*³⁶.

La terminologia “dotta” usata per indicare le proporzioni, nel corso del XVI secolo è comune a quasi tutti i trattati di matematica, pura o applicata, che impiegano la teoria contenuta nel quinto libro degli *Elementi*. Pacioli non fa che rielaborare le tassonomie medievali delle proporzioni, codificate da Thomas Bradwardine e dai *calculatores* di Oxford, ripetute nelle opere di Nicola di Oresme e Alberto di Sassonia, e diffuse in Italia da Biagio Pelacani e Prosdocimo Beldomandi³⁷, associando ai termini di matrice boeziana degli esempi numerici che consentano ai “pratici volgari” di rappresentare le proporzioni tramite rapporti aritmetici. L’assimilazione di Euclide da parte dei tecnici del resto avviene attraverso l’aritmetizzazione della teoria delle proporzioni, come si può riscontrare, del resto, nel caso per molti versi emblematico di Leonardo. Il genio vinciano dopo l’incontro con frate Luca acquisì i rudimenti della teoria euclidea delle proporzioni mediante l’aritmetizzazione degli *Elementi*, contenuta nella *Summa*. Il testo e le lezioni di Pacioli, infatti si rintracciano in almeno tre codici: il Madrid II, il Forster II (1°) e il ms. K dell’Institut de France. Il manoscritto Madrid II (ms.8936), contiene da f. 46v a f.50r, un riassunto della sesta distinzione della *Summa*, dedicato alle proporzioni e alla proporzionalità (Cfr. Fig. 6).

Lo stesso albero di c. 78r, presente in questo codice, ricalca l’*arbor proportionis et proportionalitatis* contenuto nell’opera di frate Luca. Il codice Forster II (1°), dal f. 14r a 22r contiene appunti sulla teoria delle proporzioni che riconducono alla *Summa*. Nel manoscritto K, infine, costellato di numerosi riferimenti alle proposizioni degli *Elementi* di Euclide, si legge (f.49r) : “La proporzione non solamente nelli numeri e misure fia ritrovata, ma etiam nelli suoni, pesi, et tempi e siti e qualunque potenza si sia”. La frase, che testimonia l’universalità

³⁶ “Quel termino, el qual se usa in denominare molte specie de proportioni, ditto *sexqui* non importa altro (a te pratico) se non a più commodamente proferire ditte specie trovate. Et est (ut supra de multiplicando integros numeros diximus) quedam syllabica adiectio. Si commo dicemmo del *via* e del *fia* che s’usano nel multiplicare etc. Ma el *sub* che ha a causare le specie de la minore inequalità si prepone a quelle de la maggiore inequalità est mena prepositio; e così li *super* in più specie interposto”. L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 72v

³⁷ Sulla diffusione in Italia della teoria delle proporzioni dei *calculatores* oxonensi e dei fisici parigini cfr., oltre a M. Clagett, *La scienza della meccanica nel Medioevo*, cit., pp. 703-713; C. Maccagni, *Le scienze nello studio di Padova e nel Veneto*, in *Storia della cultura veneta*, Vicenza Neri-Pozza, 1981, vol. 3/III, pp. 151-156; G. Federici Vescovini, *La questio de intensione et remissione formarum di Biagio Pelacani da Parma*, “*Physis*”, XXXI, 1994, pp. 433-535; F.P. Raimondi, *Pomponazzi’s Criticism of Swineshead and the decline of the Calculatory tradition in Italy*, “*Physis*”, vol. XXXVII (2000), pp. 311-358.

dell'applicazione della teoria contenuta nel quinto libro degli *Elementi*, viene copiata parola per parola dalla *Summa*³⁸. Pacioli, a sua volta, la traduce dal commento del Campano alla terza definizione del quinto libro dell'opera di Euclide. I tre riferimenti appena citati sono soltanto alcune delle tracce lasciate dall'insegnamento del frate nella formazione di Leonardo. Altri indizi, costituiti dai numerosi disegni con i quali Leonardo trascrive nel suo linguaggio molte delle proposizioni dei primi sei libri degli *Elementi*, testimoniano le "lezioni" tenute da Pacioli su Euclide a beneficio dell'artista³⁹. Leonardo, del resto, è uno dei tanti lettori potenziali appartenenti a quello strato culturale intermedio fra i dotti e gli analfabeti ai quali si rivolge frate Luca nella sua divulgazione del V libro degli *Elementi*.

La definizione della proporzionalità

Che frate Luca, nella sua esposizione della teoria delle proporzioni, miri più alla divulgazione che al rigore espositivo è dimostrato anche dalla definizione di proporzionalità che apre il secondo trattato della sesta distinzione.

Dico con Euclide in quinto - scrive frate Luca -, proportionalità in communi ene solo similitudine de più propotioni e al manco de doi⁴⁰.

La scelta di definire la proporzionalità semplicemente come "similitudine de più propotioni", senza fare riferimento alla definizione 5^a del quinto libro degli

³⁸ Sulla teoria delle proporzioni di Leonardo e sulla sua dipendenza da Pacioli più che dal *Trattato delle sei quantità* risalente ad Alchindi, cfr. A. Marinoni, *Le proporzioni secondo Leonardo*, "Raccolta vinciana", fasc. 23 (1989), pp. 259-273.

³⁹ "L' "omo senza lettere" è ancora alle prese coi primi rudimenti del latino, ignora il significato di "accidit, utriusque" e simili. In questi casi è normale il ricorso per aiuto all'amico letterato. Il Pacioli non è solo letterato, è il maggior esperto del testo euclideo, è amico ed è lo stesso committente dei disegni. Non possiamo non pensare a Leonardo col suo libretto di appunti davanti al testo figurato di Euclide e al suo fianco il Pacioli che lo legge, lo traduce e lo spiega all'amico. Questi, secondo il suo costume, predilige al discorso verbale il discorso figurativo; e le parole volgari con cui il maestro traduce il difficile latino si ritraducono in una successione di segni e simboli, che nessuno potrebbe intendere all'infuori di colui che li ha tracciati sulla carta". A. Marinoni, *La matematica di Leonardo da Vinci*, cit., p. 86. Per una dettagliata analisi delle proposizioni degli *Elementi* disegnate da Leonardo nei codici M, I, L K dell'Institut de France cfr., ivi, il capitolo *Euclide tra Leonardo e Pacioli*, pp. 73-88. Cfr. anche A. Marinoni, *Leonardo, Luca Pacioli e il "De ludo geometrico"*, cit., pp. 189-191; Cfr. anche, dello stesso autore, la prefazione alla ristampa anastatica della *Divina proportione*, Fontes Ambrosiani in lucem editi, cura et studio Bibliothecae Ambrosianae LXXII, Milano 1982.

⁴⁰ L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 72v.

*Elementi*⁴¹, obbedisce ad un criterio di semplicità ed economia che sebbene favorisca l'applicazione della teoria pone, però, non pochi problemi di coerenza quando si accetta la distinzione tra proporzioni aritmetiche e proporzioni geometriche. Se, infatti, si interpreta il termine “similitudine” come sinonimo di “uguaglianza”, e il termine “proportione” come sinonimo di “rapporto”, la definizione di proporzionalità si restringe alle sole proporzioni geometriche, dal momento che la proporzionalità aritmetica, così come viene concepita da Pacioli, si configura come “equalità de le differentie de li extremi assieme comparati”. La teoria “pacioliana” delle proporzioni viene così a perdere, oltre alla coerenza interna, anche il carattere di universalità alla quale aspira.

Le difficoltà ermeneutiche della teoria euclidea delle proporzioni del resto erano presenti proprio nell'edizione del Campano che conteneva nel libro V una definizione⁴², la quinta, chiaramente incongruente e spuria, dove vengono definite le grandezze che hanno proporzionalità continua mediante gli equimultipli: “Quantitates que dicuntur continuam habere proportionalitatem: aut quorum equimultiplicia: aut eque sunt: aut eque sibi sine interruptione addunt aut minuunt”⁴³. Campano per comprendere il testo di tale definizione e renderlo coerente con il resto del libro V degli *Elementi* aveva prima di tutto confutato una precedente interpretazione secondo la quale il sopravanzarsi o l'eguagliarsi degli equimultipli si poteva intendere nel senso delle differenze fra le grandezze e aveva ridotto il senso della definizione all'affermazione che le quantità continue proporzionali sono quelle nelle quali i rispettivi equimultipli risultano proporzionali⁴⁴. A Campano stesso non sfuggiva la debolezza della sua interpretazione, che riduceva la definizione quinta ad una tautologia viziata dalla

⁴¹ La 5.V che compare in Commandino definisce la proporzionalità *via* gli equimultipli. Nella versione volgare degli *Elementi*, pubblicata da Commandino nel 1575 si ha questa definizione di proporzionalità per mezzo degli equimultipli: “Le grandezze si dicono essere nella medesima proportione la prima alla seconda, & la terza alla quarta, quando le ugualmente moltiplici della prima, & e della terza, o vero insieme avanzano le ugualmente moltiplici della seconda, & e della quarta secondo qualsivoglia moltiplicazione, o vero insieme le pareggiano o vero insieme sono avanzate da loro” (*De gli Elementi di Euclide Libri Quindici*, Urbino, appresso D. Frisolino 1575).

⁴² Sulla difficoltà di interpretare correttamente la teoria euclidea delle proporzioni e sulla versione latina “Adelardo II”, alla base dell'edizione di Campano cfr. J. Murdoch, *The Medieval language of proportions*, cit., pp. 251-261; S. Rommevaux, *La proportionalité numérique dans le livre VII des Elements de Campanus*, “Revue d'histoire des mathématiques”, 5 (1999), pp. 83-126.

⁴³ L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit., c. 32v. Nell'edizione volgare del Tartaglia essa suona così: “Le quantità le quale sono dette haver la proporzionalità continua, sono quelle delle quali li moltiplici equalmente tolti, overo che sono equali, overo che equalmente senza interruptione se sopravanzano, over sminuiscono”, (*Euclide megarense Philosopho diligentemente reassetato per Niccolò Tartaglia*, Venezia, 1543, c. 83v).

⁴⁴ L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit., c. 33 r. L'argomentazione di Campano procede così: siano date tre quantità omogenee A.B.C. alle quali siano tolte D. E. F. cioè quantità equimultiple tali che come D è multipla

circolarità⁴⁵. La sua spiegazione, che insisteva sull'omogeneità delle quantità aventi proporzionalità continua, del resto restava l'unica plausibile a meno che non si ponesse in discussione, come fecero poi Tartaglia prima e Commandino e Clavio dopo⁴⁶, l'autenticità della definizione spuria 5.V. Questa chiave di lettura, tuttavia, inficiava la corretta interpretazione anche della successiva definizione di proporzionalità, che invece costituiva il cuore della teoria eudossiana delle proporzioni⁴⁷.

di A così E di B ed F di C. Se per costante sopravanzarsi degli equimultipli si intende l'uguaglianza delle differenze la definizione è falsa ("Multiplicia autem non intelligas similiter sic se habere in addendo aut minuendo quantum ad quantitatum excessus, sed quantum ad proportionem: aliter diffinitio est falsa"): infatti, siano D.E.F. tre numeri che si sopravanzano per una stessa differenza, come ad esempio, 2,3, 4; tutti gli equimultipli di questi tre numeri si supereranno fra loro; cionondimeno i tre numeri 2,3,4 non sono continui proporzionali (Verbi gratia sumantur tres numeri equis differentiis se excedentes: immediate videlicet arithmetice ut 2.3.4. Horum trium equimultiplices equaliter se excedunt, dupli quidam binario; tripli ternario, et sic de ceteris: non tamen sunt 2,3,4, continue proportionalia: immo minorum est maior proportio: est enim ipsorum proportio sesquialtera: et maiorum sesquitercia. Quia ergo inter eos non est similitudo proportionum").

⁴⁵ L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit., c. 33r: "Patet ergo similitudinem illam additionis aut diminutionis non intelligi quantum ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem. Erit itaque sensus diffinitionis premissae. Continua proportionalia sunt quorum omnia multiplicia equalia: sunt continue proportionalia. Sed noluit ipsam diffinitionem proponere sub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem: a parte tunc rei: est istud cum sua diffinitione convertibile. Tres autem quantitates A.B.C. oportet esse eiusdem generis ad hoc ut earum multiplicia sibi invicem equalia sint aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si n. A. et B essent diversorum generum essent etiam D et E ipsarum A et B multiplicia eorundem diversorum generum; propter hoc que multiplicia et submultiplicia eiusdem generis: quare D non essent equalis E nec ea maiori aut minor".

⁴⁶ Cfr. *Euclide megarese Filosofo diligentemente reassetato per Niccolò Tartaglia*, Venezia, 1543, c. 84v; per Clavio: *Euclidis Elementorum Libri XV*, Romae, apud V. Accoltum, 1574, cc. 155v-156r; per Commandino cfr., *Euclidis Elementorum Libri XV*, Pisauri, apud C. Francischinum, 1572. Sulla questione cfr. E. Giusti, *Euclides reformatus. La teoria delle proporzioni nella scuola galileiana*. Torino, Boringhieri 1993, pp. 5-8.

⁴⁷ Il commento alla definizione che figura al VI posto dell'edizione di Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit. c. 34r si articola in due parti: la prima espone correttamente la teoria eudossiana; la seconda invece fraintende il senso della definizione e si allinea al commento riservato alla precedente proposizione spuria dal quale si perviene alla conclusione circolare che quantità proporzionali sono quelle che hanno gli equimultipli proporzionali. Già Tartaglia nella sua edizione volgare degli *Elementi* annotava: "la seconda parte (qual credo sia una gionta del Campano) non solamente intorbida il vero senso di tal diffinitione, ma confonde talmente lo studente che'l non sa dove il sia con tante sue condizioni e articoli di poca verità" (*Euclide megarese Filosofo diligentemente reassetato per Niccolò Tartaglia*, Venezia, 1543, c. 85v) E quindi concludeva: "Si vede adonque che quella similitudine di eccedere, diminuire, e equaliare, se piglia, largo modo, e non se ha rispetto che tal eccedere, over diminuire sia né secondo la quantità del eccesso, né secondo la proporzione, come vuol la seconda parte, né etiam si debbe, né si può dar a tal diffinitione quel senso che in la detta seconda parte se conclude (qual dice così) discontinue proporzionale sono quattro quantità, e la proportion della prima alla seconda è sì come della tertia alla quarta quando li multipli tolti come se propone, serà la proporzione del multiplce della prima al multiplce della seconda sì come del multiplce della tertia al multiplce della quarta. Perché il se diffinieria tal cosa per quella istessa, per il che la cosa diffinita insieme con la diffinitione veriano a restar equalmente ignote" (v. 86r). Sulla possibile causa di fraintendimento del testo euclideo per via della traduzione latina che equivocava sui quantificatori e quindi

Il problema della definizione di proporzionalità, che si preannuncia in queste pagine della *Summa*, e nel commento del Campano e di Pacioli alla teoria delle proporzioni, costituirà, nella seconda metà del Cinquecento, uno dei punti più controversi della lettura del quinto libro degli *Elementi* e dell'intera geometria euclidea⁴⁸. A questo proposito Enrico Giusti distingue due percorsi di lettura principali: l'uno, che fa capo a Commandino, definisce la proporzionalità mediante gli equimultipli; l'altro, rappresentato da Clavio, prepone invece alla definizione della proporzionalità *via* equimultipli, quella adottata anche da Pacioli, che considera la proporzionalità come "similitudine di proporzioni". Nel primo caso si adotta una lettura "classica" del quinto libro degli *Elementi*; c'è una maggiore attenzione alla salvaguardia della coerenza della teoria e del rigore dimostrativo e la definizione di "ἀναλογία" come "somiglianza di proporzioni" compare soltanto come ottava definizione. Nel secondo, invece, la definizione di proporzionalità come uguaglianza di rapporti (definizione 4: "Proportio vero est rationum

sulla definizione degli equimultipli da parte di Campano cfr. G. Molland, *Campanus and Eudoxus; or, Trouble with Texts and Quantifiers*, "Physis", vol. 25 (1983), fasc. 2, pp. 213-225; S. Rommevaux, *La similitude des équimultiples dans la définition de la proportion non continue de l'édition des Eléments d'Euclide par Campanus: une difficulté dans la réception de la théorie des proportions au Moyen Age*, « Revue d'Histoire des Mathématiques », 13, fasc. 2 (2007), pp. 301-322.

⁴⁸ Lo stesso Campano, conscio delle difficoltà ermeneutiche del testo euclideo (non est igitur immediata propositio quam superficialis apprehensio adherere imediatam indicavit), in un successivo commento riassuntivo (cc. 37v-38r), poco preso in considerazione dagli studiosi, torna sulla definizione euclidea di proporzionalità e sembra consapevole dei limiti interpretativi che, aritmetizzando la teoria delle proporzioni sulla scia di Giordano Nemorario, riducono le proporzioni a numeri. Numerizzare il testo di Euclide rende didatticamente più semplice la sua comprensione ma non ne coglie tutto il significato. Si può definire la proporzionalità – dice Campano – come identità di rapporti, "hec autem facilitas manifesta est ex aritmetica quam omnium numerorum proportio sciat et rationalis est. Unde in Iordanus in secundo Arithmetice sue diffiniens que proportionibus sunt eadem et que diverse dicit easdem esse que easdem denominationem recipiunt. Maiorem que maiorem minorem que minorem. Sed infinite sunt proportionibus irrationales quorum denominatio scibilis non est". Ma – aggiunge – poiché Euclide nel suo libro considera la proporzionalità in generale e non solo relativamente alle grandezze razionali "non potuit diffinire idemproportionum per idemproportionum denominationum sicut arithmeticus: eo quod multarum proportionum ut dictum est sunt denominationes simpliciter ignote, diffinitionem autem oportet fieri ex notis unde malicia proportionum irrationalium coegit Euclidem tales diffinitiones ponere". Ecco perché secondo Campano Euclide è costretto a definire la proporzionalità tramite gli equimultipli: "Quia ergo non potuit ut patet ex premissis diffinire proportionalitatem sive idemproportionum per idemproportionum habitudinum, sive denominationum ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum et inconvenientiam terminorum coactus est refugere ad terminorum multiplicia, ut ex illorum habitudinibus quantum ad excessum et equalitatem consideratis equis numerositatibus sumpto per quod ad naturam irrationalitatis reductuntur propositam diffinitionem venetur". Campano pare quindi consapevole dei limiti della sua interpretazione, tanto è vero che torna a considerare l'importanza della quinta e della sesta definizione per la determinazione della proporzionalità mediante gli equimultipli. Anche in questo caso però ripropone la sua interpretazione circolare. Segue poi un esame critico di Campano sull'*Epistola de proportionibus et proportionalitate* di Ameto (c. 38r).

similitudo”) precede quella *via* equimultipli, rendendo quest’ultima subordinata rispetto alla prima⁴⁹.

La linea interpretativa che segue l’indirizzo inaugurato da Pacioli e codificato da Clavio ha senza dubbio il vantaggio di procedere dal semplice al complesso, e di risultare per i “pratici volgari” più facilmente comprensibile e applicabile. Dello stesso avviso sarà anche Galilei che, nella giornata aggiunta dei *Discorsi*, dedicata alla teoria delle proporzioni e pubblicata dagli allievi soltanto dopo la morte del maestro, critica la definizione di proporzionalità per mezzo degli equimultipli⁵⁰, per abbracciare implicitamente la linea interpretativa di Clavio:

Dico poi – scrive Galilei -, che per dare una diffinizione delle suddette grandezze proporzionali la quale produca nell’animo del lettore qualche concetto aggiustato alla natura di esse grandezze proporzionali, dovremmo prendere una delle loro passioni, ma però la più facile di tutte e quella per appunto che si stimi la più intelligibile *anco al volgo non introdotto nelle matematiche*⁵¹.

Galilei, che mira all’applicazione pratica della teoria delle proporzioni nel suo programma di geometrizzazione della natura, ha bisogno di uno strumento matematico flessibile e nello stesso tempo intelligibile “anco al volgo non introdotto nelle matematiche”. La scelta di Pacioli di trascurare la definizione di proporzionalità *via* equimultipli, che pure è il fulcro della teoria euclidea delle proporzioni, è dettata da motivazioni analoghe a quelle galileiane. Frate Luca, infatti, si rivolge ad un lettore al quale interessa più l’utilità che la coerenza interna della teoria; un lettore che ha una familiarità con il quinto libro degli *Elementi* pressoché nulla, al quale occorre soprattutto fornire un vocabolario minimo in volgare di termini matematici specifici. Pacioli, pertanto, una volta approntato lo schema dell’*arbor proportionis et proportionalitatis*, si preoccupa soprattutto di chiarire i concetti e sgombrare il campo da eventuali equivoci semantici. Così, dopo aver definito la proporzionalità

⁴⁹ Cfr., a questo proposito, E. Giusti, *Euclides reformatus. La teoria delle proporzioni nella scuola galileiana*. Torino, Boringhieri 1993, pp. 9-13.

⁵⁰ “Io credo - dice Salvati - che rari saranno gl’ingegni i quali totalmente s’acquetino a questa diffinizione, se io con Euclide dirò così: Allora quattro grandezze sono proporzionali, quando gli ugualmente multipli della prima e della terza, presi secondo qualunque molteplicità, si accorderanno sempre nel superare, mancare o pareggiare gli ugualmente multipli della seconda e della quarta. E chi è quello ingegno tanto felice, il quale abbia certezza che allora quando le quattro grandezze sono proporzionali, gli ugualmente multipli s’accordino sempre? Overo chi sa che quegli ugualmente multipli non s’accordino sempre anco quando le grandezze non sieno proporzionali?”. (Galilei, *Opere di Galileo Galilei*, Edizione Nazionale, a cura di A. Favaro, ristampa Firenze, 1968, VIII, p. 350) Più che una definizione, a Galilei questa proposizione che usa gli equimultipli appare come un teorema da dimostrare. Sulla critica galileiana alla definizione 5.V degli *Elementi* cfr. E. Giusti, *Euclides reformatus*, cit., pp. 65-80.

⁵¹ Galileo Galilei, *Opere di Galilei*, cit., VIII, p. 351 (corsivo mio).

(uguaglianza di rapporti fra quantità omogenee a due a due), subito si premura di distinguerla dalla proporzione (rapporto fra due quantità omogenee)⁵². Dalla definizione di proporzionalità come “similitudine de proportioni”, infatti, “manifesto apare che dove ene proporzionalità, li ene proportione de necessità; ma non dove è proportione lì è proporzionalità... Perochè almanco la proporzionalità prosuppone de necessità recerca doi simili proportioni in qualunque genere le se sienno”⁵³.

Pacioli espone i diversi tipi di proporzionalità (armonica, aritmetica e geometrica), seguendo lo schema dell'*arbor proportionalitatis*⁵⁴ e specifica, per ogni specie di proporzionalità, il numero di termini richiesti. Il discorso sulle proporzioni e sulle proporzionalità percorre quindi la via che da Boezio si snoda nel corso del Medioevo attraverso autori come Giordano Nemorario, Thomas Bradwardine, Alberto di Sassonia e Biagio Pelacani⁵⁵. Gli *Elementi* di Euclide, pur costituendo lo sfondo del discorso, ricompaiono soltanto nell'articolo 5° del secondo trattato della *distinctio sexta*. Qui Pacioli definisce l'improporzionalità come “dissimilitudine over dissimiglianza de proportioni”, con una formula che ricalca quella precedentemente usata per la proporzionalità. Ciò gli consente di adottare ancora lo schema dell'albero delle proporzioni e distinguere due specie di improporzionalità: quando “magiore è la proportione de la prima alla seconda che de la terza alla quarta, overo quando

⁵² I due concetti nella versione latina del Campano sono espressi dallo stesso termine *proportio*. Cfr., W.R. Knorr, *On the Term Ratio in Early Mathematics*, in M. Fattori e M.L. Bianchi (a cura di), *Ratio. Atti del VII Colloquio Internazionale del Lessico Intellettuale Europeo, Roma 1992*, Firenze 1994, pp. 1-35.

⁵³ L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 72v.

⁵⁴ L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 73r. “Proportionalità aritmetica si è equalità de le differentie de li extremi assieme comparati. Sì commo sonno le differentie de 6 a 4 e la differentia de 3 a 1, che lo excesso de li extremi de ciascuno è 2”. “Proportionalità geometrica ene equalità over similitudine de proportioni de cose comparate fra loro. In la quale proportione dicemo 6 a 3 e 4 a 2 essere proportionali”. Un discorso analogo Pacioli lo propone nel suo commento all'edizione degli *Elementi* dopo la controversa definizione 5.V. Cfr. L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit., c. 33v. “E l'una e l'altra è bimembre, cioè continua e discontinua. La proporzionalità aritmetica continua siene equalità de differentie per uno termino commune al mancho, over per più termini communi congionta. ..Sì commo 4 a 3, così 3 a 2, e così 2 a 1. Di quali termini le differentie sonno equali. Perochè l'uno excede l'altro per una unità senza alcuna interruptione”. “La proporzionalità aritmetica discontinua ene similmente parità over equalità de differentie senza alcun termine commune. Sì commo sonno 6 a 4, così 10 a 8 e 3 a 1”. “Proportionalità geometrica discontinua ene parità over equalità de proportioni per termino commune, over termini comuni medij copulata over congionta...Sì commo 8 a 4 così 4 a 2 e 2 a 1”. “Proportionalità geometrica discontinua ene parità over equalità de proportioni per niun termino commune medio copulata. Exemplum: si commo 16 a 8 così 6 a 3 e 2 a 1”.

⁵⁵ Che le fonti alle quali attinge Pacioli in questa sezione siano costituite dalla trattatistica medievale di origine oxionese lo si può evincere da un raffronto fra la *Summa* e le opere di Thomas Bradwardine, (quali l'*Arithmetica* pubblicata a Parigi nel 1495 e *Preclarissimum mathematicorum opus*, Impressum Valentie, 1503) e di Alberto di Sassonia, (Alberto di Sassonia, *Tractatus proportionum*, nell'edizione di Bologna del 1506: *Benedicti Victorii Faventini Commentaria in Tractatum Proportionum Alberti de Saxonia*. Thome Bravardini Anglici, *Tractatus Proportionum perutilis*, Bologna 1506).

minore è de la prima alla seconda che de la terza alla quarta”. Nel primo caso si parla di “magior improportionalità”; nel secondo, di “menore improportionalità”⁵⁶.

Frate Luca traduce il commento del Campano alla definizione 8^a del quinto libro degli *Elementi*⁵⁷, per distinguere, tramite gli equimultipli, cinque tipi di maggiore improportionalità:

peroché: [1] ale volte el multipli de la prima serà equale al multipli de la seconda; el multipli de la terza serà minore del multipli de la quarta. [2] E alle volte quel de la prima serà maggiore de quel de la seconda e quel de la terza serà equale a quel de la quarta. [3] E alle volte quel de la prima serà maggiore de quel de la seconda e quel de la terza serà minore de quel de la quarta. [4] E alle volte quel de la prima serà maggiore de quel de la seconda e similmente quel de la terza serà maggiore de quel de la quarta; ma più avvanzà quel de la prima quel de la seconda geometrica, che non farà quel de la terza quel de la quarta. [5] E alle volte quel de la prima serà menor de quel de la seconda e similmente quel de la terza serà menor de quel de la quarta; ma più mancarà quel de la terza a quel de la quarta geometrica, che non farà quel de la prima quel de la seconda.

In una notazione moderna, date quattro grandezze proporzionali, $a:b=c:d$, con m equimultiplo della prima e della terza, e n equimultiplo della seconda e della quarta si ha:

- [1] $ma = nb$ e $mc < nd$
- [2] $ma > nb$ e $mc = nd$
- [3] $ma > nb$ e $mc < nd$
- [4] $ma > nb$ e $mc > nd$ con $ma/nb > mc/nd$
- [5] $ma < nb$ e $mc < nd$ con $ma/nb < mc/nd$

Pacioli esemplifica ognuno dei 5 casi di maggiore improportionalità associando, sull'esempio di Campano, alle grandezze continue dei numeri interi, che gli consentono di “aritmetizzare” la definizione euclidea e chiarire con esempi numerici

⁵⁶ La definizione, al pari di quella della proporzionalità, è valida sia per le “quantità geometriche, commo arithmetice”. Ciò nondimeno Pacioli non manca di specificare che “la improportionalità maggiore e minore arithmetice se considera per le disuguaglianze de le loro differentie over excessi” mentre quella *geometrica* si stabilisce “secondo le proportioni”. L. Pacioli, *Summa*, c. 74r. Pacioli qui sta traducendo il commento alla definizione n°. 8 del quinto libro degli *Elementi* così come appare nella sua edizione del 1509: *Euclidis megarensis acutissimi philosophi*, cit., c. 34v.

⁵⁷ L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit. c. 34v. Nelle edizioni moderne e in quella di Commandino questa è la definizione 7.V: “Quando, degli equimultipli, il multiplo della prima grandezza è maggiore del multiplo della seconda, ma il multiplo della terza non è maggiore del multiplo della quarta, si dice allora che la prima grandezza ha, rispetto alla seconda, rapporto maggiore di quello che la terza ha rispetto alla quarta” (Euclide, *Elementi*, a cura di Frajese, Torino, Utet 1970, p.301). In quella di Clavio (*Euclidis Elementorum Libri XV*, Romae, apud V. Accoltum 1574), invece, conserva l’ottavo posto: “Cum vero aequae multiplicium multiplex primae magnitudinis excesserit multiplicem secundae; At multiplex tertiae non excesserit multiplicem quartae; tunc prima ad secundam maiorem retonem habere dicitur, quam tertia ad quartam”.

gli equimultipli, che invece sono completamente ignorati per la spiegazione della proporzionalità. Dalla spiegazione dell'ottava definizione appare chiaro che Pacioli e prima di lui Campano comprendono che gli equimultipli della prima e della terza (nella nostra notazione indicati con m) e gli equimultipli della seconda e della quarta (n) non necessariamente devono essere gli stessi (cioè m può differire da n)⁵⁸. In questa maniera frate Luca espone le definizioni del V libro degli *Elementi* con il linguaggio dei “pratici vulgari”. Il risultato finale della volgarizzazione compiuta da Pacioli è senza dubbio incoerente e denota palesi incertezze sulla teoria eudossiana delle proporzioni codificata da Euclide. Ciò nonostante la *Summa* raggiunge ugualmente l'obiettivo che il suo autore si era prefissato: far conoscere ai non dotti i fondamenti teorici che legittimano la regola delle “tre cose”, sulla quale si basa gran parte della matematica pratica dei mercanti e dei tecnici.

Proporzioni e denominatori

Con l'inizio del terzo trattato, lo schema dell'albero delle proporzioni, introdotto “aciò el pratico semplici di loro senta qualche dolcezza”, viene abbandonato e con esso scompaiono anche le frequenti precisazioni terminologiche relative alla proporzionalità aritmetica. La trattazione verte soprattutto sulla proporzionalità intesa come uguaglianza di rapporti e si occupa di due argomenti principali: i “denominatori” delle proporzioni e le *proporzioni composte*. I due argomenti sono strettamente connessi poiché il concetto di denominatore compare nella definizione 5.VI degli *Elementi*, relativa alla proporzione composta. Questa definizione però è ignota a frate Luca in quanto non è contenuta nell'edizione degli *Elementi* di Campano del 1482 e quindi nemmeno in quella da lui curata nel 1509⁵⁹.

⁵⁸ L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit., c. 35r. Campano, infatti, afferma: “Vel possumus dicere quod additio multiplicis prime super multiplex secunde et non multiplicis tertie super multiplex quarte, de qua loquitur in premissa diffinitione maioris inproportionalitas, proprie accipitur prout verba diffinitionis sonant, et non se extendit nisi ad quatuor predictorum modorum, licet severa quodlibet istorum quatuor modorum sit maior proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam. Unde sensus illius diffinitionis est cum sumptis sic multiplicibus ut proponit, si multiplici prime esistente maiori multiplici secunde non sit necessarium quod multiplex tertie sit maius multiplici quarte, tunc erit maior proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam. Propter hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in predicta diffinitione: quia iste est illis omnibus magis planus et ad dictam diffinitionem sufficiens”. Campano e Pacioli che qui sembrano afferrare il senso del criterio eudossiano per definire la proporzionalità e l'improporzionalità di fatto lo esplicitano soltanto nel commento a questa proposizione, lasciando invece nell'oscurità la definizione precedente. Sull'uso di questo criterio da parte di Campano cfr A. Molland, *Campanus and Eudoxus*, cit. soprattutto pp. 219-225.

⁵⁹ La quinta definizione del sesto libro degli *Elementi*, compare a partire dall'edizione di Zamberti del 1505, e afferma: “Proportio ex proportionibus componi dicitur, quando proportionum quantitates inter se multiplicatae, aliquam efficiunt proportionem” (*De gli Elementi di Euclide Libri Quindici*, a cura di

Pacioli interpreta le *quantità* delle proporzioni in termini di denominatori, cioè di numeri “rotti” razionali, secondo una lettura che segue Campano e che risale almeno ad Eutocio⁶⁰. “Le quali denominationi – scrive frate Luca – sempre

Commandino, Pesaro 1575 c. 71v: “Una proporzione si dice composta da proporzioni, quando le quantità delle proporzioni, moltiplicate tra loro, avranno prodotto qualche proporzione”). La tesi che la definizione sia spuria è di Heiberg, *Euclidis Elementa*, vol. II, Teubner, Leipzig, 1884, pp. 102-103. La definizione compare nella traduzione di Gherardo da Cremona cfr. H.L.L. Busard, *The Latin Translatio of the Arabic Version of Euclid's Elements commonly ascribed to Gerard of Cremona*, Leyde, New Rhiine Publishers, 1983, c. 137. L'introduzione di tale definizione da parte dei commentatori di Euclide era motivata dal fatto che nel testo degli *Elementi* non c'era una definizione della composizione dei rapporti, di cui però si fa uso nella proposizione VI.23 (L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit., c. 51r). Sulla trasmissione degli *Elementi* nel Medioevo e nel Rinascimento cfr. J.E. Murdoch, *The Medieval Euclid: Salient Aspects of the Translations of the Elements by Adelard of Bath and Campanus of Novara*, in “Revue de Synthèse”, LVVIX, 1968, pp. 67-94; J.E. Murdoch, *Euclid: Transmission of the Elements*, in *Dictionary of Scientific Biography*, vol. IV, New York, 1971, pp. 437-459; H.L.L., Busard, *Campanus of Novara and Euclid's Elements*, 2 vol. Franz Steiner Verlag, 2005; S. Rommevaux, A.Djebbar, B. Vitrac, *Remarques sur l'histoire du texte des Eléments d'Euclide*, « Arch. Hist. Exact.Sci. » 55 (2001), pp. 221-295.

⁶⁰ Pacioli aveva sicuramente elaborato questa lettura del testo euclideo alla luce delle interpretazioni di Campano e di Ameto, citato dal frate come fonte della sua trattazione della teoria delle proporzioni. E' certo che il periodo nel quale Pacioli maturò questa parte della *Summa* sia stato il suo soggiorno fiorentino precedente al 1487 quando nella biblioteca di San Marco entrò a contatto non soltanto con il testo di prospettiva di Witelo ma presumibilmente anche con il *Trattato delle sei quantità*, attribuito ad Ameto nel ms. della Laurenziana (S. Marci 184). Il titolo del manoscritto, fondamentale per la definizione della proporzione composta, in realtà è *Tractatus Campani de proportione et proportionalitate* ed è seguito dalla *Epistola Ametii filii Joseph de proportione et proportionalitate*. Anche il manoscritto della Laurenziana Pl. 29 cod. 27 che reca sul dorso il titolo *Euclide Campano* contiene il *Tractatus Campani de proportione et proportionalitate*; e il manoscritto della Biblioteca Nazionale di Firenze J 1 32 (S. Marci 206) proveniente anche esso dalla Biblioteca di San Marco frequentata da Pacioli contiene vari scritti di Giordano Nemorario, l'altro autore citato da frate Luca, e anche il trattato *De proportione*, cioè il trattato sulle 6 quantità all'inizio del quale una mano diversa ha scritto “Iordani”. Il trattato di Campano inizia con tre definizioni “Proportio est duarum quantitatum eiusdem generis ad invicem habitudo. Cum duarum quantitatum eiusdem generis una dividit aliam quod exit dicitur *denominatio* proportionis divide ad dividente. Proportionem produci aut componi ex proportionibus est denominationem produci ex denominationibus” (corsivo mio). Dopo quindi aver definito la denominazione e la proporzione composta Campano dimostra la proposizione 1: “Si denominatio proportionis quorumlibet quorum extremorum ducatur in secundum producet primum” (Se la denominazione del rapporto di due estremi qualunque è moltiplicata per il secondo estremo, sarà prodotto il primo estremo) e della proposizione 2: “Duobus quibuslibet interposto medio, cuius ad utrumque eorum quorum fit aliqua proportio, componetur primi ad tertium ex primi ad medium et medii ad tertium proportionibus” (Se tra due estremi qualunque è interposto un medio che determina qualche rapporto a ciascuno dei due estremi, il rapporto del primo al terzo è composto a partire dei rapporti del primo al medio e del medio al terzo). Sulla base di questi risultati Campano procede poi a trattare il problema delle sei quantità. (Cfr. H.L.L. Busard, “Die Traktate “De proportione” von Jordanus Nemorarius und Campanus”, “Centaurus”, 14, 3-4, 1971, pp. 193-227). Alla luce delle considerazioni su esposte e della testimonianza di Pacioli a carta 79r della *Summa*, nella quale si attesta la frequentazione della Biblioteca di San Marco di Firenze da parte di frate Luca, possiamo ragionevolmente ritenere i suddetti manoscritti come fonte di ispirazione della teoria delle proporzioni codificata nella *Summa*. Sul *Trattato delle sei quantità* in relazione agli interessi matematici di Leonardo da Vinci cfr. A. Marinoni, *Il “Trattato delle sei quantità”*, “Raccolta vinciana 23(1989), pp. 237-257.

si trovano del partire l'uno extremo de la proportione per l'altro e l'avenimento sempre sia el denominatore de la proportione fra loro”⁶¹. L'introduzione delle “denominazioni” ha lo scopo di numerizzare l'albero delle proporzioni e sostituire alla nomenclatura dei dotti una visualizzazione aritmetica delle diverse specie di proporzioni, più adatta al “pratico”.

E se te dilecta sapere donde tal modo pratico de inventioni de denominatori proceda, leggi quello che fra le diffinitioni disse Euclide proferendo così: Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem pars vel partes ipsius minoris que in maiore sunt. Maiores autem ad minorem totum vel totum; et pars vel partes, prout maior superfluit. *Siché de qui tutta la pratica caviamo*⁶².

Pacioli qui giustifica la consuetudine di indicare le proporzioni tramite i denominatori, mediante il ricorso alle definizioni del VII libro degli *Elementi*, e afferma l'equivalenza di questa maniera “pratica” di chiamare le proporzioni con quella dei “phylosophi”, che ricorre ai nomi dell'*arbor proportionis*.

La qual maniera non è discrepante in effecto da la nostra, secondo el ditto de Euclide nel preallegato luogo del septimo, avenga che nel quinto, suo principale intento fosse dela materia delle proporzioni e proportionalità trattare. Si commo a chi ben leggi con intendimento fia manifesto, el quale veramente si pò chiamare *l'anima vitale de tutti li altri soi libri*.

L'artimetizzazione della teoria delle proporzioni, che frate Luca compie, si basa, quindi, più che sul V, sul VII libro, il primo dei tre aritmetici degli *Elementi*, che consente di utilizzare le proporzioni nell'ambito pratico del calcolo, tramite il concetto di *denominatore*.

La qual cosa a cognoscer apertamente Euclide nel 7°, fra le diffinitioni, chiaro el dice, quando con sue parole così exprime dicendo: Similes sive una alij eadem dicuntur proportionones que eadem denominationem recipiunt. Maior vero que maiorem. Minor autem que minorem. Et numeri quorum proportio est una proportionales appellantur etc. Vole Euclide in substantia de sue parolle che le proporzioni sieno simili fra loro

⁶¹ L. Pacioli, *Summa*, cit., c.76r.

⁶² L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 77r. Pacioli si riferisce alle definizione n°20 del VII libro degli *Elementi*. Cfr. L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit., c. 54r. Questa definizione, in realtà, era stata introdotta da Campano, sulla base dell'*Arithmetica* di Giordano Nemorario (corrisponde, infatti, alla II.8 dell'*Arithmetica* di Giordano), per colmare una lacuna nella versione “Adelardo II” degli *Elementi* che aveva utilizzato per la sua edizione. Cfr., S. Rommevaux, *Aperçu sur la notion de dénomination d'un rapport numérique au Moyen Age et à la Renaissance*, « Methodos », 1 (2001) ; Rommevaux S., *La proportionalité numérique dans le livre VII des Elements de Campanus*, in « Revue d'histoire des mathématiques » 5, 1992, pp. 83-126.

quando l'una e l'altra harà medesima denominatione. E maggiori sien quelle che haverano maggiore denominationi. E minori quelle che haverano minori denominationi ⁶³.

Il quinto libro degli *Elementi*, “anima vitale de tutti li altri”, è senza dubbio il nucleo dell'opera di Euclide ma per gli scopi di Pacioli gioca un ruolo fondamentale anche il settimo. E' proprio sulla base delle definizioni in esso contenute, e introdotte da Campano sulla base dell'*Arithmetica* di Giordano Nemorario, che la teoria delle proporzioni perde il suo carattere astratto e diventa strumento utile e comprensibile anche ai “pratici volgari”. La riduzione dei rapporti fra grandezze a numeri, a prescindere dal problema dell'incommensurabilità, consente di realizzare quel ponte fra matematica dotta e matematica pratica, che costituisce il presupposto indispensabile della matematizzazione di tutte le arti e le scienze.

La proporzione composta

Nella realizzazione del progetto culturale di Pacioli assume una importanza rilevante la nozione di “proporzione composta”, considerata come una “necessarissima parte principale” della teoria delle proporzioni:

Peroché inteso el modo di loro compositioni, facil cosa serà poi a me mostrare la nobile e gentilissima lor pratica, redatta ad instar aliarum quantitatum, cioè loro multiplicare, partir summare e sottrare, che sonno dignissime cose certamente, sì commo per te poi dedure ⁶⁴.

L'uso delle proporzioni “in la pratica vulgare” si fonda quindi sulla composizione dei rapporti, che Pacioli introduce dopo una digressione sulla necessità della proporzione composta nella scienza medica. I medici esperti, infatti, devono saper ristabilire “l'armonia e la concordantia” dei quattro umori, tramite la somministrazione ai malati di medicine e sciroppi.

La qual cosa mai ben possano fare senza la noticia de la proportione (...) la quale per ben conoscerla li antichi medici e famosi doctores, Galieno, Avicena, Ypocrate e molti altri hano trovato certo numero de gradi e secondo quello se regano in lor temperamenta.

⁶³ L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit., c. 54r definizione n° 21. Alle definizioni n° 20 e 21 sono connesse anche la n° 13 “Denominans est numerus secundum quem pars sumitur in toto” e 14 “Similes dicuntur partes que ab eodem numero denominantur”.

⁶⁴ L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 77v.

Frate Luca individua nella composizione dei gradi di “calido, frigidò, humido e secho”, che calcola il bravo medico nella sua arte quotidiana, un esempio pratico di proporzione composta, “peroché diversi gradi in compositione fanno una terza denominatione. E per tale ignoranza maxime vengono a essere cagione de molte alterationi nelli corpi humani, per non sapere ben loro remedij ordinare con sua debita proportione, havendo la noticia de intensione e remissione qualitatum et formarum”. L’esempio dei medici vuole essere indicativo dell’efficacia pratica delle proporzioni composte in tutte le altre scienze teoriche.

E però ancora lor quantunche in ciascuna scientia (quanto a theorica aspecti) sienno peritissimi, non serà senza gran lor piacer simil modo de praticare mettere in opera. E questo voglio ala bona persuasione de tua utilità sia bastante a condure con diligentia a legger le sequenti, e legendo mandare a memoria. E poi con l’opera in le occurrentie saperle praticare. Il che maxime attendo in quest’opera⁶⁵.

Con questa passione divulgativa⁶⁶, attento ad accentuare l’utilità pratica delle teorie matematiche, Pacioli si accinge ad esporre al lettore le regole per calcolare le proporzioni composte, mantenendo sempre, sullo sfondo della pratica, la teoria euclidea che ne costituisce il fondamento.

Se le proporzioni sono continue - afferma frate Luca - “sempre la proportione dal primo termino al terzo ene el doppio de quella che è dal primo termino al secondo e per conseguente di doi sempre serà composta”. Date cioè tre quantità in proporzione continua (es. 4, 2, 1) la proporzione composta dal primo al terzo termine, indicata da un “denominatore” (4) è data dal “doppio” – inteso come quadrato – del denominatore della proporzione dal primo al secondo termine (2x2).

Peroché si commo a moltiplicare una proportione in sé fa una terza proportione, così a moltiplicare el denominatore de ditta proportione in sé farà el denominatore de quella tal terza proportione, si commo in questa habiam fatto. E questo è quello che dici el Campano sopra la 10^a diffinitione del 5°. Del cui ditto se elice el modo de questa pratica dato. Dove Euclide dici: Si fuerint tres quantitates continue proportionales dicetur proportio prime ad tertiam proportio prime ad secundam duplicata. Dove per duplicata el Campano intende (commo è la verità) in sé moltiplicata⁶⁷.

⁶⁵ L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 78r

⁶⁶ Cfr. a questo proposito, C. Maccagni, *Luca Pacioli: tra insaziabile curiosità e ansia di comunicare*, “Vita italiana, cultura e scienza”, a. 9, n° 3-4 (1994), pp. 38-43

⁶⁷ Luca Pacioli, *Summa*, cit., c. 78r. L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit. c. 35v, dove Campano precisa: “erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata: hoc est in se moltiplicata”.

La riduzione della proporzione composta a prodotto di denominatori segue quindi l'interpretazione di Campano da Novara, che interpreta la definizione 10.V di Euclide, riferita a grandezze utilizzando esempi numerici. Un analogo discorso riguarda la proporzione “in quatuor terminis constituta”.

“Quando seranno 4 quantità continue proporzionali – dice Pacioli - sempre la proportione fra la prima e la quarta sarà la proportione fra la prima e la seconda triplicata; cioè de 3 tali simili e equali è composta e formata. E questo di sopra habiamo mostrato, per la data regola deli termini. E però non mi stendo più, perché la sua verità e manifesta. Maxime se guardamo a quello che nella 11^a diffinitione del V dici Euclide”⁶⁸.

In altri termini, date quattro quantità proporzionali continue ($a:b=b:c=c:d$), la proporzione composta $a:d$, si ottiene, secondo Pacioli da $\left(\frac{a}{b}\right)^3$; e in generale se le quantità proporzionali sono n , la proporzione tra il primo termine a e l'ultimo

termine t_n si calcola con l'espressione $\left(\frac{a}{b}\right)^{n-1}$.

Il passaggio dalla geometria teorica all'aritmetica pratica sottende un'implicita identificazione delle grandezze con i numeri, che tuttavia trascura completamente il problema dell'incommensurabilità⁶⁹. Pacioli sembra rendersene conto quando, riferendosi alle regole da lui enunciate sulla composizione dei rapporti, afferma:

Dici ancora el medesimo esso Euclide fra le diffinitioni del 7°, commo la 10^a e la 11^a diffinitione del 5°, sopra inducte in verbis. Cum fuerint quodlibet numeri continue

⁶⁸ “Cum fuerint quatuor quantitates continue proportionales, proportio prime ad quartam dicitur proportio prime ad secundam triplicata”. (c. 35v). Pacioli a carta 78v della *Summa* parafrasa a suo modo il commento di Campano all'undicesima definizione del libro V degli *Elementi* (L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, c. 36r). Nel commento del Campano è presente anche la regola per la proporzione composta di un numero qualunque di grandezze proporzionali continue: “Unde quemadmodum in tribus terminis continue proportionalibus proportio extremorum continet proportionem primorum bis et in 4 terminis ter, sic in 5 terminis continebit quater et in sex quinquies et ita deinceps ut semper proportio extremorum in terminis continue proportionalitatibus totiens contineat proportionem primorum quot sunt omnes termini minus uno”. Sull'interpretazione di questa definizione da parte di Campano e Pacioli muoverà alcune critiche Tartaglia, rilevando la mancanza di rigore deduttivo nel trattare le definizioni a guisa di proposizioni. Cfr. N. Tartaglia, *La prima parte del General Trattato di numeri e misure di Nicolò Tartaglia...*, Venezia, 1556, c. 111r.

⁶⁹ Per ottenere il rapporto composto dai rapporti A/B e C/D si considerano i numeri che “denominano” i rapporti, se ne fa il prodotto, e il numero che si ottiene sarà la *denominazione*, o come dice Pacioli, *il denominatore* del rapporto composto. Questa interpretazione può funzionare, però, solo per grandezze commensurabili.

proportionales dicitur proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata ad quartum vero triplicata. Ma quelle del quinto sonno più ample a tutte quantità indifferenter, e questa solo parla in numeri ⁷⁰.

All'autore della *Summa*, che pure mostra di aver presente la differenza tra il quinto e il settimo libro, più che costruire dimostrazioni teoriche importa però compilare regole pratiche. Tra queste, “havenga che Euclide in pratica non la metta”, Pacioli introduce una regola che serve a “denominare” le proporzioni composte, tratta “dal speculativo auctore de perspectiva per nome ditto Vitelione [Witelo]”, che il frate aveva “lecto in la bibliotеча da frati de San Marcho in Firenza”⁷¹.

La regola di Witelo, formulata “a lo intento perspectivo”, e quindi pratico-applicativo, afferma⁷²:

Proportio dicitur componi ex duabus proportionibus quando denominatio illius proportionis producitur ex ductum denominationum illarum proportionum unius in alteram. Queste sonno commo è ditto sue parole, e sonno conforme al modo dato di sopra se ben l'atendi. E dici vulgarmente questa sententia: La proportione è ditta esser composta de doi proporzioni quando la denominatione de ditta proportione ene producta della multiplicatione dele dicte denominationi delle dicte doi proporzioni una in l'altra e questo intendi sempre di che qualità essere se vogliano le ditte proporzioni ⁷³.

⁷⁰ L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 78v.

⁷¹ “La qual libreria feci e ordinò el Magnifico homo Cosmo de Medeci; in la qual de ciascuna facultà, in greco e latino copiosissimamente feci mettere libri boni e belli; e maxime in tutte l'arti mathematiche assai vi ne feci porre. Li quali in parte in quel luogo (per l'umanità de quelli padri) legendo trascorsi, secondo quel poco senso che Idio per sua gratia ci ha dato, sempre qualche utilità reportandone” (L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 79r). Il manoscritto della *Perspectiva* di Witelo, al quale si riferisce Pacioli, si trova nella Biblioteca Medicea Laurenziana (MS San Marco 184, XXX.14). Sulla citazione di Pacioli cfr. B. Boncompagni, *Intorno ad un manoscritto dell'Ottica di Vitelione citato da Luca Pacioli*, “Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche”, vol. IV, 1871, pp. 78-81; P.L. Rose, *The Italian Renaissance of Mathematics*, Genève, Droz 1975, p. 34.

⁷² Il polacco Witelo, ovvero il Vitellione di Pacioli (1230/25 c.-1275), fu uno degli autori più noti della matematica applicata medioevale. Il suo trattato *De perspectiva* costituì il libro di riferimento per l'ottica fino a Keplero, che pubblicò nel 1604 *Ad Vitellionem Paralipomena*, riferendosi proprio al matematico polacco, non soltanto nel titolo ma anche nel contenuto dell'opera. Le opere di Witelo, raccolte negli *Opticae libri X* furono pubblicate da Friedrich Risner, insieme a quelle di Alhazen, nel 1572 a Basilea. Sull'opera di Witelo cfr., G. Federici Vescovini, *Studi sulla prospettiva medioevale*, Torino 1965; rist. anastatica, Torino Giappichelli 1987; S. Unguru, *Witelo and Thirteenth Century Mathematics: A Reassessment of his Contributions*, in “Isis”, 63, 1972, pp. 496-508.

⁷³ Nella sua edizione degli *Elementi* Pacioli introduce la regola di Witelo nel suo commento alle definizioni del libro VII quando afferma: (“Proportio dicitur componi ex duabus proportionibus quando denominatio illius proportionis producitur ex ductum denominationem illarum proportionum unius in alteram Vitellio in sua perspectiva” (L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit., c. 54v). Questa regola, in realtà, è equivalente alla definizione 5.VI nella versione di Gherardo da Cremona, ed è applicata nella proposizione XIII del primo

Questa regola, che Pacioli introduce anche nel suo commento agli *Elementi* di Euclide, è sostanzialmente equivalente alla definizione 5.VI presente nell'edizione di Zamberti e nella traduzione arabo-latina di Gherardo da Cremona. Con essa si possono denominare le proporzioni composte, oltre che con la nomenclatura dotta dell'*arbor proportionalitatis*, anche tramite i numeri, "rotti o sani". La regola di Witelo consente al pratico di operare non soltanto con le quantità in proporzione continua ma anche "se le proporzioni fossero varie e diverse e non continuassero fra loro". Basterà infatti moltiplicare i denominatori (cioè i numeri che risultano dal rapporto fra due quantità a e b) di due o più proporzioni per ottenere una proporzione composta⁷⁴.

Pacioli, che anche in questo caso non manca di appoggiarsi all'autorità di Euclide nel definire la proporzione composta⁷⁵, rileva il vantaggio pratico della regola di Witelo anche nel caso di proporzioni "denominate da sani e rotti over soli rotti, si commo sono sexquialtera, sexquitercia, e sexquiquarta etc.: farai pure el simile – dice Pacioli riferendosi al prodotto dei denominatori – in ogni specie de proporzioni"⁷⁶.

L'esempio che frate Luca adduce per illustrare la proporzione composta fra rapporti diversi riproduce con dati numerici dimezzati quello usato da Campano a conclusione del suo commento alla definizione 11.V degli *Elementi*⁷⁷.

dei dieci libri della sua *Perspectiva*. Nell'edizione di Risner (*Opticae libri X*, Basilea, 1572) la definizione di proporzione composta è la n°16 ed è contenuta a p.4: "Proportio dicitur componi ex duabus proportionibus, quando denominatio illius proportionis producitur ex ductu denominationum illarum proportionum, unius in alteram" e segue la definizione di "denominatio" ("Denominatio proportionis primi ad secundum, dicitur quantitas, que ducta in minorem producit maiorem: vel quae maiorem dividit secundum minorem"). Rileviamo che la regola di Witelo è citata anche nell'edizione di Clavio (1607) nel suo commento alla quinta definizione del libro VI (*Euclidis Elementorum Libri XV: Accessit liber XVI. De Solidorum Regularium cuiuslibet intra quodlibet comparatione. Omnes Perspicuis Demonstrationibus, accuratisque scholiis illustrati*. Francofurti: Hoffmanni, 1607, p. 533).

⁷⁴ L. Pacioli, *Summa*, cit., c.79 r. "Sieno doi proporzioni prime continue e sieno duple fra li termini 1.2.4. De le quali insiem giunte n'abi a nascer una terza. Dico secondo el ditto Vitellone che anche è conforme al nostro, che quella terza proporzione conviene che la sua denominatione sia el producto delle doi denominationi de le ditte doi proporzioni una in l'altra".

⁷⁵ L'articolo 5° del terzo trattato della sesta definizione della *Summa* riguarda "de quantitibus continue inproportionalibus". Pacioli nel precisare che anche le quantità "continue improportionali" si compongono con la regola del prodotto dei denominatori cita "Euclide fra le diffinitioni del 7° quando dici. Cum continuate fuerint eodem vel diverse proportiones dicitur proportio primi ad ultimum ex omnibus composita. Siché per questo conclude lui che la proporzione fra el primo termino over estremo a l'ultimo termino over estremo sempre sia composta de tutte le proporzioni intermedie fra li altri termini intermedii costituite, o sieno simili, overamente diverse ditte intermedie quomodocumque non fa caso, cioè o sieno continue o discontinue, over continue improportionali che tanto è a dire". (*Summa*, c. 79r)

⁷⁶ L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 79v.

⁷⁷ L. Pacioli, *Euclidis megarensis*, cit., c. 36r: "Sint quatuor numeri continui improportionales qui sunt 2.4.12.48. in quibus proportio primi ad secundum est dupla: secundi ad tertium tripla: et ideo primi ad tertium sexcupla: tertii vero ad quartum quadrupla; et ideo primi ad quartum vigincuplaquadrupla. Senarius ergo qui est denominatio proportionis primi ad tertium est superficialis; cuius latera sunt duo et tria qui sunt

“Ma se le proporzioni fossero varie e diverse – scrive frate Luca – e non continuassero fra loro, commo fossero queste tre costituite fra questi quattro termini: cioè 1.2.6.24. de le quali la prima fra 1 e 2 ene dupla e l'altra sequente fra 2 e 6 ene tripla, e l'altra fra 6 e 24 ene quadrupla. Dico che a volere sapere la proporzione che resulta de tutte queste gionte insieme, cioè quella che serà fra 'l primo termino che è 24 e l'ultimo che è 1, farai similmente commo di sopra in le continue”⁷⁸.

Cioè, in altri termini si moltiplica il denominatore della prima (2) per quello della seconda (3) e il prodotto delle prime due si moltiplica per il denominatore della terza proporzione ($6 \times 4 = 24$). “Donca – conclude Pacioli – tutte le tre saranno una vigintuplaquadrupla”.

Questo uso della proporzione composta fu oggetto di robuste critiche nella seconda metà del XVI secolo, soprattutto ad opera di Guidobaldo del Monte che, sulla scia della lettura classica degli *Elementi* di Commandino, avanzò nel suo opuscolo *De Proportione Composita*, un'interpretazione completamente opposta a quella di Pacioli⁷⁹. La definizione euclidea di proporzione composta in termini di *denominatori*, venne invece adottata, sebbene con le dovute precisazioni, da Galilei nella giornata aggiunta dei *Discorsi*⁸⁰, e costituì il nucleo centrale dell'applicazione delle proporzioni allo studio della natura⁸¹.

denominationes duarum primarum proportionum.24. vero quod est denominatio proportionis primi ad quartum est solidus cuius latera sunt 2.3 et 4. quod sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos entium”.

Campano (Cfr. Fig. 7) cioè compone le proporzioni moltiplicando i tre denominatori $2 \times 3 \times 4 = 24$. Ciò nondimeno riferisce comunque la composizione a grandezze geometriche. Nel caso di due grandezze in proporzionalità continua la proporzione composta a che fare con un rapporto di segmenti, nel caso di tre con superfici, nel caso di quattro con solidi. “Est ergo ac si diceret proportio duarum quantitatum est simplex intervallum et habens naturam simplicis dimensionis ut linee : proportionalitas autem trium est duplex intervallum : et habens naturam duplicis dimensionis, ut superficies : proportionalitas autem quatuor est triplex intervallum : et habens naturam trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones ulterius non procedunt ideo non diffinivit proportionem contentam inter extremis proportionalitatis in quinque terminis aut pluribus constitute” (35v-36r).

⁷⁸ L. Pacioli, *Summa*, cit., c. 79v.

⁷⁹ Guidobaldo interpreta le “quantitates, quae proportiones constituunt” non come numeri (denominatori) ma come grandezze geometriche; in particolare come segmenti. Quando Euclide parla di moltiplicare le quantità che costituiscono le proporzioni si riferisce, quindi, a prodotti di segmenti, che danno luogo a rettangoli. Cfr. a questo proposito P.D. Napolitani, *Sull'opuscolo “De Proportione Composita” di Guidubaldo dal Monte*, in “Atti del Convegno *La storia delle matematiche in Italia*”, Cagliari 29-30 settembre e 1 ottobre, Cagliari 1982, pp. 431-39; E. Giusti, *Euclides reformatus*, cit., p. 21.

⁸⁰ “Ma la formazione de' rettangoli nelle linee della geometria corrisponde per appunto alla moltiplicazione de' numeri nell'aritmetica, come sa ogni matematico anche principiante... Ecco dunque come, moltiplicando insieme le quantità o le valute delle date proporzioni semplici, si produce la quantità o la valuta della proporzione la quale si chiama poi composta di quelle”. Galileo, *Opere*, VIII, cit., p. 362.

⁸¹ Sulla centralità della proporzione composta in Galilei così scrive Giusti: “Chi abbia scorso anche superficialmente le opere fisiche di Galileo, ed in particolare i *Discorsi* che delle sue speculazioni sono

Come nel caso della definizione di proporzionalità, anche per la definizione di proporzione composta, Galilei segue, per motivi di maggiore flessibilità dell'uso delle proporzioni nello studio del moto, un'interpretazione sostanzialmente riconducibile all'aritmetizzazione della geometria proposta nella *Summa* di Pacioli e continuata da Clavio. La scelta di numerizzare le proposizioni degli *Elementi*, del resto, è una strada condivisa da gran parte di quegli autori rinascimentali che, non occupandosi di matematica "pura", adoperano il linguaggio delle proporzioni nella codificazione di quelle discipline riconducibili alla classe delle matematiche miste.

Il progetto culturale di frate Luca acquista una sua rilevante importanza storica proprio alla luce di questa volgarizzazione della geometria euclidea in chiave operativa e pratica. Nella *Summa* la teoria delle proporzioni subisce una trasformazione aritmetica che, pur inficiandone il rigore deduttivo e la coerenza interna, la trasforma in un linguaggio utilizzabile dai "pratici". Il processo di acculturazione geometrica che si verifica in molte arti e scienze del XVI secolo si servirà proprio di un Euclide numerizzato come è quello che esce dalla penna di Pacioli. La sesta distinzione della *Summa*, infatti, presentando il quinto libro degli *Elementi* in chiave aritmetica, costituisce il riferimento principale non soltanto per molti di quegli artigiani superiori e tecnici che nel corso del Cinquecento si introducono allo studio di Euclide, ma anche per quei "dotti" interessati a fare delle proporzioni il linguaggio universale delle arti e delle scienze. La lingua della filosofia naturale, del resto, resterà a lungo, almeno fino al XIX secolo quella codificata nella grammatica delle proporzioni.

Si prendano a titolo esemplificativo alcune leggi del moto, relative sia alla caduta dei gravi sia ai moti planetari. Nella formulazione originaria esse suonano così:

Se un mobile scende, a partire dalla quiete, con moto uniformemente accelerato, gli spazi percorsi da esso in tempi qualsiasi stanno tra di loro in duplicata proporzione dei tempi [in un rapporto pari al rapporto dei tempi moltiplicato per se stesso], cioè stanno tra di loro come i quadrati dei tempi. (Galilei, Discorsi e dimostrazioni intorno a due nuove scienze, 1638)

Proportio, quae est inter binorum quorumque planetarum tempora periodica, sit praecise sesquialtera proportionis mediorum distantiarum, id est orbium planetarium. (Kepler, Harmonices mundi libri V, 1618)

l'espressione più alta, si sarà senz'altro reso conto del ruolo centrale che la composizione dei rapporti riveste nella formulazione galileiana, al punto che si può affermare che la maggior parte delle proposizioni ivi contenute siano, dal punto di vista della struttura formale, delle variazioni su questo tema", E. Giusti, *Euclides reformatus*, cit., p.48.

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressa, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur (I. Newton, *Principia mathematica philosophiae naturalis*, 1687)

Prima che tali leggi della moderna filosofia naturale fossero tradotte nel linguaggio algebrico moderno esse parlavano la lingua di Euclide, all'occorrenza traducibile in numeri grazie alla prassi che Luca Pacioli contribuì a divulgare fra i dotti e i tecnici del Rinascimento.

L'intera sesta distinzione della *Summa* può essere considerata, infatti, come la traduzione abachistica del quinto libro degli *Elementi*⁸². Lo stesso Pacioli, nel ripipologo che chiude questa sezione dell'opera, scrive⁸³:

Parme ormai ponere fine ala materia de le ditte proportioni, per haverne secondo el parer mio abastança (quanto che al bisogno pratico aspecti) tractato [...] E non mi so curato in ditta materia dilatarne ad altre speculationi, havenga che far si potesse più che forse in niunaltra. Si commo sutilmente procede esso Euclide nel suo 5°, nel quale per 34 conclusioni se ingegnò a noi sua capacità mostrare. Nelle quali veramente mostrò quello in ciò sapiva, commo è chiaro a chi ben l'apprende. Siché tal modo non curai dare opera in questo, habiando sempre la pratica per nostro principale intento, fondata (non dimeno) sempre in soi ditti, commo in più luoghi habiamo indutto. Ma se per più alto speculare te piaci a lui recorri. Al quale intendere (sença dubbio) quello che in questo habiamo detto de proportioni e proportionalità te sarà grandissima utilità in modo

⁸² Il quarto trattato della sesta distinzione della *Summa* contiene "li quattro atti principali de la pratica sì commo de' numeri sani e rotti" (c.80r) Pacioli mostra come eseguire le quattro operazioni con le proporzioni mediante la regola di Witelo. A questa parte segue l'esposizione delle 7 proprietà delle proporzioni aritmetiche e delle 7 proprietà di quelle geometriche. Nei restanti due trattati della sesta distinzione frate Luca applica le proprietà delle proporzioni a problemi algebrici riguardanti le quantità binomiali in proporzione continua. La parte teorica del sesto trattato della sesta distinzione comincia con l'elenco di 7 mirabili proprietà e di 13 regole pratiche "principalmente fondate – come ricorda Pacioli – sopra la 15 del VI e sopra la 20 del VII" degli *Elementi* di Euclide. A queste proprietà segue l'esposizione di 15 chiavi operative utilizzate nella soluzione dei successivi problemi proposti. Fra questi meritano attenzione tre problemi di cinematica connessi alla dottrina della *intensione et remissione formarum* dei fisici di Oxford (Cfr. A. Ciocchi, *Luca Pacioli e la matematizzazione del sapere nel Rinascimento*, Bari, Cacucci 2003, pp. 164-169). Per un esame di questa parte della sesta distinzione della *Summa* cfr. R. Franci, M. Bartolozzi, *La teoria delle proporzioni nella matematica dell'abaco da Leonardo Pisano a Luca Pacioli*, "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche", vol. X, (1990) fasc. 1, pp. 23-28; F.K.C. Smith, *Proportion in the Summa de aritmetica, geometria, proporzioni et proporzionalità of Luca Pacioli*, in E. Giusti (a cura di), *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento. Atti del Convegno Internazionale di Studi. Sansepolcro 13-16 Aprile 1994*, Città di Castello, Petrucci 1998, pp. 103-126.; J. Høyrup, « Proportions » in and around the Italian Abacus Tradition, in <http://www.akira.ruc.dk/~jensh/>, preliminary version, 1/7/2008, pp., 33-53; A. Ciocchi, *Luca Pacioli e la matematizzazione del sapere nel Rinascimento*. Tesi di dottorato in Storia della Scienza, XIV ciclo, Bari a.a. 2002-03, vol. II, pp. 630-642.

⁸³ L. Pacioli, *Summa*, cit., cc.98r-98v

che per te quasi tutto dicto 5° intenderai, se alquanto l'ingegno tuo asotiglierai, havenga (commo dixi) el mio dire respecto al suo sia nulla.

Alla luce della centralità che la teoria delle proporzioni acquisterà nel Cinquecento non soltanto nell'ambito della matematica dotta ma anche per lo strato culturale dei tecnici, la sesta distinzione della *Summa* assume un'importanza storica rilevante poiché costituisce il primo volgarizzamento a stampa del quinto libro degli *Elementi*, che da un lato introduce i "pratici vulgari" alla lettura di Euclide, e dall'altro rende coscienti i dotti delle possibili proficue applicazioni della teoria delle proporzioni ai più svariati ambiti tecnico-pratici e scientifici.

VERONICA GAVAGNA*

Euclide a Venezia

1. Una delle caratteristiche dell'attività culturale del Quattrocento italiano fu l'intensa, talvolta febbrile, ricerca di testi antichi, che portò dapprima alla formazione di raccolte librarie e poi alla costituzione delle vere e proprie biblioteche umanistiche. I centri principali di questa rinnovata e vivacissima circolazione libraria furono essenzialmente Firenze, Roma, Urbino e Venezia, ma dalla città toscana partì uno dei primi e più fecondi impulsi alla rinascita della *graeca eruditio* grazie all'istituzione, nel 1396, di una cattedra di greco per lo studioso bizantino Manuele Crisolora (c.1350 – 1415), attorno al quale venne a formarsi una importante scuola di grecisti, che costituì un fondamentale punto di riferimento per gli studiosi del Quattrocento.

Una delle figure che più si spese per la rinascita della cultura greca fu quella di Basilio Bessarione (1403-1472), metropolita di Nicea e poi cardinale,¹ che si stabilì in Italia nel 1440 dopo esservi arrivato a seguito dell'imperatore bizantino nel 1438, in occasione del Concilio di Ferrara e Firenze, col quale si doveva sancire la riunificazione della Chiesa Cattolica Romana con quella Greco-ortodossa. Studioso dai molti interessi, fece della sua casa romana una vera e propria accademia umanistica, dove si discutevano problemi di teologia, filosofia, letteratura, ma anche questioni di critica testuale degli autori greci e latini. La fama del cardinale era tuttavia legata alla sua eccezionale collezione di manoscritti, senza dubbio una delle più importanti d'Europa, che ambiva a riunire i codici di tutte le opere greche sopravvissute, incarnando così concretamente l'eredità del mondo classico.

Con la caduta di Costantinopoli del 1453 e la scomparsa dell'Impero romano d'Oriente sotto l'avanzata dei Turchi, la biblioteca di Bessarione diventò uno dei simboli di un'epoca ormai tramontata e quando, il 31 maggio 1468, inviò al Doge di Venezia la nota *donatio inter vivos* colla quale lasciava la sua raccolta libraria a San Marco, come osserva Eugenio Garin, il cardinale diede «al dono della sua splendida biblioteca il valore di un rito: Venezia è consacrata erede della miracolosa cultura ellenica, e in una vita superiore dello spirito è fatta responsabile di un patrimonio comune del genere umano».²

* Università di Salerno.

E-mail: vgavagna@unisa.it

¹ Sulla figura di Bessarione, si veda C. BIANCA, *Da Bisanzio a Roma. Studi sul cardinale Bessarione*, Roma, "Roma nel Rinascimento", 1999, e i numerosi contributi di L.LABOWSKY, fra cui segnaliamo *Bessarion's Library and the Biblioteca Marciana. Six Early Inventories*, Roma, Edizione di storia e letteratura, 1979.

² E.GARIN, *Il ritorno dei filosofi antichi*, Napoli, Bibliopolis, 1994, p.39.

Nucleo fondante dell'attuale Biblioteca Marciana di Venezia, al momento della donazione la collezione di Bessarione comprendeva 482 manoscritti greci e 264 latini e contava un migliaio di codici nel 1472, anno della morte del cardinale, ma fu veramente accessibile al pubblico, come aveva auspicato il donatore, solo a partire dalla metà del Cinquecento, quando si trovò una sede adeguata per sistemare il prezioso lascito e quando il bibliotecario, il famoso letterato umanista Pietro Bembo, attuò una politica di prestiti più permissiva.

L'infaticabile ricerca dei testi antichi non si limitava ai soli scritti letterari, ma si estendeva anche a quelli scientifici e matematici in particolare, come testimoniano, per citare l'esempio forse più noto, le fittes trattative intessute fra l'umanista piacentino Giorgio Valla, possessore di un ambitissimo codice di Archimede – il cosiddetto “codice A” – e Janus Lascaris e Angelo Poliziano, incaricati dai Medici di procurarsene una copia. Come ha ben documentato Paul Lawrence Rose nell'ormai classico *The Italian Renaissance of Mathematics*,³ gli umanisti italiani del Quattrocento non solo riuscirono a recuperare in gran parte il *corpus* della matematica greca, ma ne promossero anche la traduzione e lo studio: per non fare che un esempio, Vittorino da Feltre, il celebre umanista e pedagogista, faceva leggere ai propri studenti gli *Elementi* di Euclide in greco già nei primi decenni del secolo.

Per tutto il Quattrocento dunque, a Firenze, Roma, Venezia e in altri centri minori, si sviluppò un'attività culturale ricca di fermenti, finalmente uscita dagli Studi e dai conventi e rivolta ad un pubblico sempre più ampio, che alimentava un mercato librario straordinariamente vivace; eppure solo Venezia divenne, nella seconda metà del secolo, la capitale indiscussa dell'editoria europea.

2. Furono molteplici i fattori che concorsero a fare di Venezia un centro tipografico di straordinaria importanza.⁴ Prima di tutto la città occupava una posizione geografica propizia, che aveva favorito lo sviluppo di relazioni commerciali in ogni direzione e che quindi poteva garantire un'altrettanto efficace rete di distribuzione; in secondo luogo, la legislazione della Repubblica incoraggiava, quando addirittura non promuoveva, l'attività tipografica, facilitata

³ Genève, Droz 1975.

⁴ Sullo sviluppo della stampa a Venezia si vedano C.MACCAGNI, *La stampa, le scienze e le tecniche a Venezia e nel Veneto tra Quattrocento e Cinquecento*, in *Cultura, scienze e tecniche nella Venezia del Cinquecento*, Venezia, Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, 1987, pp. 483-494; N.POZZA, *L'editoria veneziana da Giovanni da Spira ad Aldo Manuzio. I centri editoriali di terraferma*, in *Storia della cultura veneta. Dal primo Quattrocento al Concilio di Trento*, 3/II, Vicenza, Neri Pozza, 1980, pp.215-144; T.PESENTI, *Stampatori e letterati nell'industria editoriale a Venezia e in terraferma*, in *Storia della cultura veneta. Il Seicento*, Vicenza, Neri Pozza, 1983, pp.93 – 129; M.ZORZI, *Dal manoscritto al libro*, in *Storia di Venezia. Il Rinascimento. Politica e cultura*, v.4, Roma, Treccani, 1991, pp.723-752.

peraltro dalla presenza di diverse cartiere nell'entroterra veneto; infine, la vicinanza dello Studio di Padova, non solo concorreva ad animare la vita intellettuale della città, ma creava l'esigenza di mettere a disposizione degli studenti e dei docenti libri e manuali di un certo livello. Si deve poi tenere conto che l'alfabetizzazione del ceto medio veneziano, e anche di quello patrizio, era piuttosto diffusa, come testimonia la presenza, fin dal primo Trecento, di alcune scuole di grammatica e di molte scuole d'abaco. Sviluppatesi in Toscana a partire dalla fine del Duecento, le scuole d'abaco si erano poi diffuse, seguendo le vie dei traffici, in tutta l'Italia settentrionale, trovando terreno particolarmente fertile in Veneto e a Venezia, dove il fiorire dei commerci rendeva sempre più necessario dare un'istruzione *ad hoc* a mercanti, artigiani e banchieri.⁵ Il modello toscano di queste scuole attecchì molto rapidamente, anche perché nei primi tempi furono direttamente gestite da maestri in prevalenza fiorentini, lucchesi e senesi, autori anche dei manuali che, se pure meno approfonditi e organici, si ispiravano con evidenza alla trattatistica della loro terra d'origine. Mentre nel retroterra veneto presero piede le scuole pubbliche, con maestri pagati dalla comunità locale, fino alla metà del Quattrocento a Venezia prevalse l'insegnamento privato, finanziato in larga parte dalle famiglie veneziane, anche nobili, che, volendo preparare i propri figli all'amministrazione e al commercio, ambivano a mandarli alle scuole d'abaco, dove avrebbero imparato a padroneggiare le quattro operazioni fondamentali, l'aritmetica mercantile e la geometria pratica. Il marcato interesse verso un tipo di formazione più tecnica che retorica, obbligava le scuole di grammatica a rimanere ad un livello del tutto elementare,⁶ ma la situazione cominciò a cambiare a partire dalla metà del Quattrocento, quando la prestigiosa Scuola di Rialto si trasformò da "aperta al pubblico" a "pubblica", nel senso che lo Stato ne assumeva la responsabilità giuridica e ne sopportava in gran parte l'onere finanziario. La Scuola di Rialto era stata fondata a seguito del testamento, rogato il 22 settembre 1397, di un cittadino veneziano di origini fiorentine, Tommaso Talenti, col quale si stabiliva un legato di 50 ducati d'oro annui per pagare un *magister artium* di provata fama che insegnasse logica e filosofia.⁷ Aperta a partire dal 1408, poté vantare fra i propri docenti nomi di prestigio come Paolo dalla Pergola, che ebbe il magistero dal 1421

⁵ Sulla diffusione delle scuole d'abaco in Veneto si veda E.GAMBA, V.MONTEBELLI, *La matematica abachistica tra recupero della tradizione e rinnovamento scientifico*, in *Cultura, scienze e tecniche nella Venezia del Cinquecento*. Venezia, Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, 1987, pp.169-202; G.ORTALLI, *Scuole e maestri tra Medioevo e Rinascimento. Il caso veneziano*, Bologna, Il Mulino, 1996.

⁶ M.PASTORE STOCCHI, *Scuola e cultura umanistica fra due secoli*, in *Storia della cultura veneta. Dal primo Quattrocento al Concilio di Trento*, 3/I, Vicenza, Neri Pozza, 1980, pp.93 – 121.

⁷ F.LEPORI, *La Scuola di Rialto dalla fondazione alla metà del Cinquecento*, in *Storia della cultura veneta. Dal primo Quattrocento al Concilio di Trento*, 3/II, Vicenza, Neri Pozza, 1980, pp.539 – 605.

al 1454 e diede un'impronta del tutto personale alla scuola. Dalla Pergola, infatti, da un lato aumentò il numero delle materie insegnate con l'intento di conferire al *Gymnasium rivoaltinum* una struttura di tipo universitario ispirata alla Facoltà delle arti di Padova, ma allo stesso tempo consolidò la preminenza degli studi logici, che rimase una delle caratteristiche della Scuola di Rialto fino agli anni Settanta del Quattrocento. Durante il ventennale magistero del patrizio veneziano Domenico Bragadin (1455 – 1479) venne introdotto l'insegnamento della geometria, che diede ulteriore lustro alla Scuola e richiamò fra i suoi allievi anche Luca Pacioli (c.1445 - 1517), del quale parleremo più diffusamente in seguito.⁸ Nel 1446 venne fondato il *Gymnasium literarium*, ovvero la Scuola di San Marco, che doveva insegnare «gramaticam, rethoricam et alias scientias» ai giovani addetti alla Cancelleria ducale. Nel 1460 venne istituita una seconda cattedra di educazione umanistica a più alto livello, sulla quale si avvicendarono personaggi di chiara fama come Gianmario Filelfo, Giorgio da Trebisonda, Giorgio Merula e dal 1485 al 1500, Giorgio Valla che, come vedremo, ricoprirà un ruolo di primo piano nella diffusione di opere scientifiche classiche nel primo Cinquecento. Le due scuole veneziane rappresentavano aspetti diversi della cultura rinascimentale: la Scuola di San Marco si dedicava principalmente a studi di grammatica e di retorica condotti con metodi di indagine linguistica, filologica e storica; la più composita Scuola di Rialto, che rimase abbastanza lontana dai fermenti umanistici, era invece maggiormente orientata verso gli studi filosofici, religiosi e scientifici. Entrambe le scuole fornivano un'eccellente preparazione per gli studi universitari e, data la loro complementarità, non era infrequente che, dopo gli studi di umanità compiuti a San Marco, uno studente passasse a quelli di teologia e filosofia di Rialto prima di accedere allo Studio di Padova.

3. Anche se la stampa a caratteri mobili arrivò a Venezia solo verso il 1469, già dal tardo Trecento nella città lagunare veniva praticata una forma primitiva di quest'arte, che si avvaleva di matrici di legno su cui erano incisi i caratteri e che veniva utilizzata per produrre immagini sacre, libretti di uso scolastico e carte da gioco. Dai documenti emerge l'immagine di un mondo in cui il libro era un oggetto che si comprava e si vendeva facilmente nelle *tabernae librariae* disseminate in ogni parte della città ed era popolato, oltre che dai numerosi clienti e committenti, dai *bidelli* – termine che a Venezia indicava i librai – dai copisti e dai miniatori degli *scriptoria*. Si può dunque comprendere come l'invenzione di Gutenberg venisse accolta con molto interesse dagli artigiani della città, favorito anche dal fatto che il governo della Serenissima comprese immediatamente le potenzialità economiche

⁸ È lo stesso frate di Sansepolcro a ricordarlo alle carte 67r-v della sua *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita*, Vinegia, Paganino de' Paganini, 1494.

e culturali della novità tecnologica e provvide a tutelarla con i “privilegi di stampa”.⁹ La legislazione benevola e la presenza di capitali promossero in breve tempo l’arrivo di moltissimi stampatori, sia stranieri che italiani: si è calcolato che dal 1470 al 1500 furono attive a Venezia circa duecento tipografie, contro la sessantina di Milano, la quarantina di Roma e Bologna e la trentina di Firenze.¹⁰ Assieme ai migliori incunabolisti del secolo – Giovanni e Vindelino da Spira, Niccolò Jenson, Cristoforo Valdarfer, Giovanni da Colonia – arrivò nel 1475 a Venezia anche Erhard Ratdolt (1443-1528), il tipografo tedesco che pubblicò nel 1482 la prima opera matematica a stampa: gli *Elementi* di Euclide.¹¹ Ratdolt aveva iniziato la propria attività veneziana nel 1476 con la pubblicazione, in italiano e latino, del *Kalendarium* di Johann Müller, meglio noto come Regiomontano, migliorando moltissimo la qualità tipografica dell’edizione del 1473, uscita dai torchi dell’officina del grande astronomo tedesco. Questo lavoro d’esordio racchiude in sé i tratti distintivi della produzione libraria di Ratdolt: l’innovazione tecnologica e l’interesse verso le discipline scientifiche, presumibilmente maturato quando ebbe l’occasione di prestare la propria opera nella bottega di Regiomontano.¹² La frequentazione del circolo di Bessarione e la possibilità di accedere alla sua vasta biblioteca, avevano convinto Müller della improrogabile necessità di restituire al presente i tesori della matematica classica sfruttando la recente invenzione che la tecnologia aveva messo a disposizione: la stampa a caratteri mobili. Impiantata una propria tipografia a Norimberga attorno al 1472, cominciò col dare alle stampe nel 1472-73 una *charta volans* che pubblicizzava il suo celebre *Programma* editoriale, in cui si contemplavano opere di autori classici e medievali e scritti originali. Per dare un’idea della grandiosità dell’impresa che aveva in animo di

⁹ Per fare un esempio eloquente, anche se più tardo, si veda il privilegio concesso a N. Tartaglia per la stampa dei *Quesiti et invenzioni diverse* nel 1546: «Con gratia et privilegio dal Illustrissimo Senato Veneto, che niuna ardisca ne presume, di stampare la presente opera, ne stampate altrove vendere ne far vendere in Venetia, ne in alcun altro luoco, o terra del Dominio Veneto, per anni diece sotto pena de ducati trecento, et perdere le opere, et terzo della qual pena immediate che sia denontata, sia applica al Arsenale, et un terzo sia del magistrato, over rettore del luoco dove se fara la assecutione, et altro terzo sara del denuntiante, over accusatore, et sara tenuto secreto».

¹⁰ Nello stesso periodo, nell’intera Germania lavoravano circa 200 tipografie e 150 fra Lione e Parigi.

¹¹ *Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimi in artem Geometriae incipit quam felicissime... Campani commentationes*, Venetiis, Erhardus Ratdolt Augustensis impressor solertissimus, 1482. Per essere più precisi, tuttavia, si tratta della prima opera matematica di un certo rilievo, dato che nel 1478 era stato stampato a Treviso un manuale d’abaco.

¹² Su questa fondamentale figura della storia della tipografia si veda G.R. REDGRAVE, *Erhard Ratdolt and his Work in Venice*, London, Chiswick Press, 1894; per un’analisi dei caratteri tipografici usati da Ratdolt in rapporto a quelli usati da Regiomontano e da Sweynheym e Pannartz, si veda il contributo di M.D. FELD, *Constructed Letters and Illuminated Texts: Regiomontanus, Leon Battista Alberti and the Origins of Roman Type*, «Harvard Library Bulletin» 28, 1980, pp. 357-379.

affrontare, basti ricordare che l'elenco degli *Aliena* contemplava scritti di Tolomeo, Euclide, Archimede, Menelao, Teodosio, Apollonio, Sereno, Erone ma anche di Giordano Nemorario e Jean de Murs o del suo maestro Georg Peurbach; la lista degli scritti originali, gli *Opificis tentata*, comprendeva invece opere come *Kalendarium*, *Ephemerides*, *De triangulis* e svariati commenti e compendi.¹³ La morte prematura, che lo colse nel 1476, interruppe il progetto di Regiomontano; Ratdolt non aveva gli strumenti culturali né i mezzi economici per raccoglierne l'eredità, tuttavia cercò di interpretare a suo modo il programma editoriale del maestro dedicando circa i due terzi della sua produzione libraria ad opere scientifiche fra le quali *Poeticon astronomicon* di Iginio, *Sphaericum opusculum* di Sacrobosco, *Geographia* di Pomponio Mela, *Liber quadripartitum* e *Centiloquium* di Tolomeo, *Tabulae Alphonsi*, e gli *Elementa* di Euclide, per citare solo i titoli più importanti. Non solo il tipografo tedesco riuscì a superare brillantemente i notevoli problemi tecnici – legati spesso al corredo iconografico – che poneva la stampa di opere scientifiche, ma fu anche il primo a far uscire dai torchi stampe policrome, a pubblicare figure astronomiche a più di un colore, a impiegare l'oro in tipografia, diventando in breve un maestro indiscusso delle edizioni illustrate.¹⁴ Questa sua abilità gli consentì di affrontare con successo la stampa degli *Elementi*, un'opera che pareva proibitiva per l'elevato numero di disegni geometrici che conteneva e per questo, nella prefazione, il tipografo-editore non mancò di sottolineare con orgoglio come la sua innovativa tecnica gli avesse permesso di stampare facilmente assieme al testo anche le 420 figure che ornano i margini dell'*in-folio*.¹⁵

¹³ Per un quadro della figura e dell'influenza del matematico e astronomo tedesco si rimanda ai seguenti contributi, in cui fra l'altro, si dà conto della *charta volans*, recante il titolo «Haec opera fient in oppido Nuremberga Germaniae ductu Ioannis de Montereegio»: M.MALPANGOTTO, *Regiomontano e il rinnovamento del sapere matematico e astronomico nel Quattrocento*, Bari, Cacucci, 2008; M.FOLKERTS, *Regiomontanus' role in the transmission and transformation of greek mathematics*, rist. in M.FOLKERTS, *The Development of Mathematics in Medieval Europe*, Ashgate, 2006, VI; E.ZINNER, *Regiomontanus: his life and work*, North Holland, 1990.

¹⁴ Il primo vero frontespizio a stampa è considerato quello del *Kalendarium* di Regiomontano pubblicato da Ratdolt nel 1476: la decorazione del frontespizio non è opera di un miniatore, ma è stampata direttamente in rosso e nero; la *Sphaera* del Sacrobosco del 1485 comprendeva 7 tavole xilografiche a 4 colori.

¹⁵ In genere, infatti, si usava stampare prima il testo e solo in un secondo momento venivano impresse manualmente le xilografie. Fu proprio Ratdolt nel *Kalendarium* a sperimentare per primo una nuova tecnica che permetteva di stampare testo e disegno contemporaneamente. Sulle tecniche e le caratteristiche dei disegni che ornano le edizioni rinascimentali degli *Elementi*, si veda A.SORCI, *I corredi iconografici degli Elementi di Euclide dai codici alle edizioni a stampa del XV e XVI secolo*, Tesi di Dottorato, Bari 2001; si rimanda anche ai più recenti contributi Federico Commandino tra innovazione e recupero dell'antico: il "Restauro" del corredo illustrativo delle edizioni degli *Elementa* di Euclide, in M.COJANNOT-LE-BLANC, M.DALAI EMILIANI, P.DUBOURG GLATIGNY (cur.), *L'artiste et l'oeuvre à l'épreuve de la perspective*, Roma, Collection de l'École Française de Rome, (364) 2006, pp.43-66; *Traduzioni ed edizioni degli Elementi di Euclide*, in A.CLERICUZIO, G.ERNST (cur.), *Il Rinascimento italiano e l'Europa. Le Scienze*, vol. 5, Treviso, Angelo Colla, 2008, pp. 421-435.

Sebbene Ratdolt operasse in uno dei centri più attivi per la rinascita della cultura greca e avesse presumibilmente qualche possibilità di procurarsi dei codici greci e latini dell'opera euclidea, scelse di pubblicare la *recensio* degli *Elementi* che meglio sintetizzava lo spirito medievale, ovvero quella redatta da Campano da Novara fra il 1255 e il 1259; in altre parole, la *princeps* latina degli *Elementi* era quanto di più estraneo si potesse pensare alla sensibilità umanistica e filologica che si era andata formando nei circoli di Bessarione o di Barbaro. Per il suo *Euclide*, Campano aveva utilizzato diverse fonti risalenti al XII secolo, fra cui la ben nota redazione attribuita a Roberto di Chester (o "Adelardo II"), composta sulla base di una traduzione dall'arabo affiancata da fonti latine, la versione attribuita a Johannes de Tinemue (o "Adelardo III") e una traduzione fatta dal greco nella Sicilia normanna; usò anche testi più recenti, come la coeva *Arithmetica* di Giordano Nemorario¹⁶ e il commento di Anaritius (al-Nayrîzî) agli *Elementi* (fine del XII sec.), allo scopo di colmare alcune lacune della trattazione euclidea soprattutto in ambito aritmetico. Campano non si limitò a rifondere queste fonti così eterogenee, ma inserì anche commenti personali o dimostrazioni alternative per chiarire i passi più oscuri.¹⁷ La scelta del tipografo cadde presumibilmente sulla *recensio* di Campano perché da oltre due secoli era la versione più diffusa nell'Occidente Latino e questo poteva garantire un certo ritorno economico e, del resto, il *Programma* di Regiomontano, da cui Ratdolt traeva qualche ispirazione, prevedeva in cima all'elenco di opere da pubblicare:

Euclidis Elementa cum anaphoricis Hypsiclis editione Campani evulsis tamen plerisque mendis: quae proprio etiam iudicabuntur commentariolo.¹⁸

¹⁶ Su Nemorario si veda J.HØYRUP, *Jordanus de Nemore, 13th Century Mathematical Innovator: an Essay on Intellectual Context, Achievement and Failure*, in «Archive for History of Exact Sciences», 1988 (38), n.4 pp.307 – 363. Per un'analisi dei libri aritmetici degli *Elementi* «ex traditione Campani» in rapporto all'*Arithmetica* di Nemorario e al commento di Anaritius, si rimanda a S.ROMMEVAUX, *La proportionalité numérique dans le livre VII des Éléments de Campanus*, in «Revue d'histoire des mathématiques», 5 (1999), pp.83-126.

¹⁷ Sulle fonti della *recensio* di Campano, si veda l'introduzione all'edizione critica curata da H.L.L.BUSARD, *Campanus of Novara and Euclid's Elements*, München, Franz Steiner Verlag, 2005.

¹⁸ Il manoscritto Cent.VI.13 conservato alla Stadtbibliothek di Norimberga, conserva una trascrizione dei quindici libri degli *Elementi*, che è di mano di Regiomontano fino alla proposizione III.8 (cc.1-14r) e poi di altra mano con note marginali ed interlineari apposte dal matematico tedesco fino alla fine del libro VII. I primi tre libri, ai quali Regiomontano ebbe modo di lavorare, mostrano una certa dipendenza dalla *recensio* duecentesca pur presentandone una completa rielaborazione: in particolare, definizioni, assiomi, postulati ed enunciati corrispondono *ad verbum* a quelli di Campano, mentre le dimostrazioni sono diverse, in genere molto più brevi ed agili. I libri rimanenti, dalla III.18 in poi, sono una semplice trascrizione del testo di Campano. Il progetto editoriale originario, abbandonato per motivi sconosciuti, prevedeva dunque una profonda riscrittura degli *Elementi* emendati degli errori presenti nella tradizione di Campano e questo

4. Mentre l'edizione di Ratdolt era dunque un'opera assai lontana dai criteri filologici e linguistici di Barbaro, ad essi si ispirò non solo l'edizione del *corpus* aristotelico stampata fra il 1490 e il 1495 per i tipi del celebre tipografo-editore umanista Aldo Manuzio,¹⁹ ma anche la risposta più compiuta alla *princeps* del 1482. Nel 1501, infatti venne pubblicata postuma la monumentale enciclopedia aldina *De expetendis et fugiendis rebus opus* di Giorgio Valla (1447-1500) una «vera e propria, più che antologia, biblioteca della scienza greca tradotta in latino».²⁰ Allievo del grecista Lascaris e del matematico e medico Marliani, Valla era stato chiamato alla seconda cattedra di umanità della Scuola di San Marco grazie all'interessamento di Ermolao, che riconosceva in lui un umanista con propensioni filosofiche e scientifiche simili alle proprie. Dei 49 libri che compongono il *De expetendis*, ben 19 sono dedicati alle matematiche – aritmetica, musica, geometria e astronomia – e presentano, spesso per la prima volta in traduzione latina, *excerpta* tratti dalle opere di Euclide, Erone, Proclo, Apollonio, Sereno, delle quali con ogni probabilità Valla conservava i codici greci nella propria biblioteca.²¹ Lettore pubblico di Vitruvio ed Euclide, Valla riunì nella propria enciclopedia il *corpus* euclideo, traducendo dal greco oltre un centinaio di proposizioni degli *Elementi*, quasi tutti i *Dati* e alcune proposizioni dell'*Ottica* e della *Catoptrica*.²² Non mancano peraltro alcune severe critiche indirizzate alla *recensio* di Campano, accusato di aver pesantemente corrotto il testo originale

giustifica il fatto che, fra gli *Opificis tentata* del *Programma*, figurino anche un *Commentariolum quo commonstratur placita Campani ex editione elementorum geometricorum reicienda*. Sull'*Euclide* di Regiomontano si veda in particolare M.FOLKERTS, *Regiomontanus' Approach to Euclid*, in *The Development of Mathematics* cit., VII.

¹⁹ V.BRANCA, *L'umanesimo veneziano alla fine del Quattrocento. Ermolao Barbaro e il suo circolo*, in *Storia della cultura veneta. Dal primo Quattrocento al Concilio di Trento*, 3/I, Vicenza, Neri Pozza, 1980, pp. 123 - 175

²⁰ E.GARIN, *Il ritorno dei filosofi antichi...*, cit. p.42.

²¹ Nonostante possedesse un codice greco con le opere di Archimede, sono pochi i passi archimedei presenti nel *De expetendis*: forse Valla aveva in animo di darne alle stampe una traduzione completa. Dal momento che Valla non aveva l'abitudine di citare le fonti che stava utilizzando, si è resa necessaria un'attenta ricognizione del *De expetendis* per l'individuazione degli autori e delle opere. Per i libri matematici, l'analisi è stata condotta da R.TUCCI nella tesi di dottorato *Giorgio Valla e i libri matematici del "De expetendis et fugiendis rebus": contenuto, fonti, fortuna*, a.a. 2007-2008. Sull'umanista piacentino si veda anche G.GARDENAL, *Giorgio Valla e le scienze esatte*, in V.BRANCA (cur.), *Giorgio Valla tra scienza e sapienza*, Firenze, Olschki, 1981, pp. 9-54.

²² Le proposizioni sono tratte dai primi tredici libri degli *Elementi*, poiché Valla aveva pubblicato la traduzione latina dei libri XIV e XV, attribuendone la paternità a Ipsicle (*Hypsicles in deputatum Euclidi volumen interprete Giorgio Valla Placentino*), in un volume miscelaneo apparso nel 1498. L'elenco delle proposizioni degli *Elementi* del *De expetendis* si trova in R.TUCCI, *Giorgio Valla e i libri matematici del "De expetendis et fugiendis rebus"...* cit. e, della stessa autrice, *Giorgio Valla e la geometria: Euclide ed Erone*, in corso di stampa negli Atti del convegno *Archimede e le sue fortune*, Messina-Siracusa 2008. Per l'ottica si rimanda invece a R.BELLÉ, *Sulla fortuna dell'Optica e della Catoptrica euclidea nel primo Rinascimento. Il caso di Valla e Zamberti*, Quaderni di Storia e Didattica della matematica del Dipartimento di Pisa, novembre 2005.

...[Campanus] qui constat multos Euclidis locos tum praeteriisse, tum non commode interpretatum et sua non satis esaminate subdidisse, in multis tamen fatemur acute interpretatum, sed errorum nunc non bene dictorum nobis esse cura debet (*De expetendis...*, Lib.XI, Cap.3)

La presenza di così tante opere scientifiche, ancorché in versione non integrale, ma spesso, come si è detto, per la prima volta in latino, fece del *De expetendis* uno strumento indispensabile per gli studiosi del primo Cinquecento, che dovettero attendere qualche decennio per poter fruire delle opere di Apollonio (1537), Archimede (1544), Menelao e Teodosio (1558) e Pappo (1588) per ricordare solo gli autori più importanti. A Euclide venne riservata una sorte diversa grazie ad un umanista della cerchia di Valla, Bartolomeo Zamberti,²³ che tradusse dal greco in latino l'intero *corpus* – *Elementa, Data, Optica, Catoptrica, Phaenomena* – e lo pubblicò a Venezia nel 1505.²⁴

Zamberti si accostò all'opera euclidea con uno spirito completamente diverso da quello di Campano e anche di Regiomontano, autori che avevano cercato soprattutto di restituire agli *Elementi* una coerenza matematica, senza preoccuparsi se questo significava attingere a fonti arabe, aggiungere nuove proposizioni o cambiare, anche radicalmente, talune dimostrazioni. L'umanista veneziano, nonché notaio e cancelliere ducale, ambiva invece a restituire il testo euclideo originale e per ottenere questo scopo aveva deciso di attenersi il più fedelmente possibile al codice greco di cui disponeva, come spiegava chiaramente nella prefazione al volume:

Elementa igitur huiusmodi a Campano non interpretata communi iudicio, sed barbarie execrata ... et adeo ut non elementa sed accommodatius chaos appellari possint intuentes ... sed sicut apud graecos scriptum invenimus sic fideli solertia et cura sumus interpretati. Si quid autem ex nostra dictum officina comperies illud omne in Campani errores quos auctoritate graeca refellimus. Nos dixisse existimato nam: multa ipse sub silentio pretermisit.

²³ Sui rapporti fra Valla e Zamberti si veda P.L.ROSE, *Bartolomeo Zamberti's funeral oration for the humanist encyclopaedist Giorgio Valla*, in C.H.CLOUGH, *Cultural aspects of the Italian Renaissance*, Manchester, University Press, 1975, pp. 299 – 310.

²⁴ *Euclidis megarensis philosophii platonii mathematicarum disciplinarum Ianitorii: habent in hoc volumine quicumque ad mathematicam substantiam aspirant: Elementorum libros xiii cum expositione Theonis insignis mathematici quibus multa quae deerant ex lectionem graeca sumpta addita sub nec non plurima subversa et prepostere: voluta in Campani interpretatione: ordinata digesta et castigata sunt. Quibus etiam nonnulla ab illo venerando Socratico philosopho mirando iudicio structa habent adiuncta. Deputatum scilicet Euclidi volumen xiiii cum expositione Hypsi. Alex. Itidemque et Phaeno. Specu. et Perspe. Cum expositione Theonis ac mirandus ille liber Datorum cum expositione Pappi mechanici una cum Marini dialectici protheoria. Ba. Zamber.Vene.*

La traduzione del 1505 è ricca di commenti del curatore – premessi dal titolo *Interpres* – che contengono per lo più delle feroci critiche rivolte a Campano, accusato di volta in volta di cambiare l'ordine delle proposizioni del testo greco, di rendere più oscure le dimostrazioni euclidee con i propri commenti, di inserire indebitamente lemmi e corollari assenti dalla tradizione greca, di usare un latino corrotto da incomprensibili arabismi. Zamberti non aveva una profonda cultura geometrica e questa sua debolezza si rivela sia quando evita di addentrarsi in questioni troppo tecniche nelle sue critiche a Campano, sia perché sembra non accorgersi di pur evidenti incoerenze matematiche. Per esempio, il testo della proposizione III.35 nell'edizione del 1505 recita: «Si in circolo duae rectae lineae aequales se ad invicem secuerint rectangulum comprehensum sub sectionibus unius: aequum est ei quod sub segmentis alterius comprehenditur rectangulo». La condizione che le due corde («duae rectae lineae») siano uguali è del tutto superflua e non viene mai usata nel corso della dimostrazione, tuttavia nel disegno posto a corredo della stessa, i due segmenti sono effettivamente tracciati di uguale lunghezza. Mentre non stupisce troppo che nel disegno le corde siano uguali – di frequente, infatti, nei codici greci le figure riproducono casi particolari – il fatto che il testo presenti l'aggettivo «aequales» lascia supporre che Zamberti sia stato tratto in inganno dalla figura e l'abbia appositamente introdotto, oppure che l'errore fosse già presente nel codice e che il commentatore non l'abbia rilevato ed espunto. In ogni caso, si tratta di uno dei frequenti indizi di scarsa sensibilità matematica mostrata dall'umanista veneziano.

La continuità fra l'*Euclide* di Valla e quello di Zamberti emerge innanzi tutto nella prefazione all'edizione latina del 1505 in cui il cancelliere ducale, raccogliendo l'eredità del suo maestro, mira a restituire alla matematica una posizione di assoluta preminenza in seno alla filosofia, assegnandole il compito di unificare la teologia con lo studio della natura. Nel breve *excursus* storico sulle origini della geometria – ripreso essenzialmente da Proclo e Ammonio – assume dunque un rilievo del tutto particolare la figura di Platone, capace di coniugare la matematica con la filosofia morale e la filosofia naturale.²⁵ In realtà, il legame fra le edizioni di Valla e Zamberti va molto al di là di una naturale affinità culturale, dal momento che le proposizioni euclidee del *De expetendis* coincidono pressoché *ad verbum* con quelle del 1505.²⁶

Interprete, edibus Ioannis Tacuini, 1505. Il Cod.lat.n.6 della Biblioteca di Monaco conserva anche una traduzione latina, rimasta inedita, del *Commento* di Proclo al primo libro degli *Elementi* che reca la data del luglio 1539. Il *Commento* venne stampato nell'*editio princeps* del testo greco apparsa a Basilea nel 1533, mentre la traduzione latina venne pubblicata nel 1560 ad opera di Francesco Barozzi. Sulla traduzione di Zamberti si veda B.BONCOMPAGNI, *Intorno al Comento di Proclo sul primo libro degli Elementi di Euclide*, «Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche», VII, 1874, pp. 152 – 165.

²⁵ P.L.ROSE, *The Italian Renaissance of Mathematics...* cit. p.51.

²⁶ Va rilevato tuttavia che negli *Elementi* «ex traditione Zamberti» le proposizioni non sono seguite da esempi numerici come nell'enciclopedia valliana e inoltre alcuni errori del *De expetendis* sono corretti

5. Mentre le opere di Valla e di Zamberti esprimono appieno la filosofia della Scuola di San Marco, decisamente orientata verso gli studi filologici e linguistici, di segno opposto è l'edizione degli *Elementi* che fece la sua comparsa nel 1509, curata da Luca Pacioli, chiamato in quegli anni ad insegnare alla Scuola di Rialto.²⁷ Dopo aver frequentato questa stessa scuola come studente sotto il rettorato di Bragadin, il frate di Sansepolcro aveva mantenuto i contatti con la città lagunare, dove tornava periodicamente per sorvegliare la stampa delle sue opere. Nel 1494 aveva infatti esordito con la monumentale enciclopedia *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita* affidata alle cure di Paganino de' Paganini,²⁸ al quale egli stesso aveva collaborato, come puntualizzava nelle righe finali:

Frater Lucas de Burgo Sancti Sepulchri ordinis Minorum et sacre theologie humilis professor: suo parvo ingenio ignaris compatiens hanc summam Arithmetice ac geometrie proportionumque et proportionalitatum edidit. Ac impressoribus assistens die noctuque proposse manu propria castigavit.

La *Summa* non rappresentava solo un'enciclopedia della matematica abachistica, ma il manifesto del progetto culturale sostenuto da Pacioli, finalizzato a una ricomposizione del sapere matematico, troppo nettamente diviso in pratico, dominio dei tecnici e dei mercanti, e speculativo, appannaggio degli accademici. Gli *Elementi* costituivano un terreno ideale sul quale questi due mondi potevano incontrarsi, poiché non rappresentavano solo l'opera fondamentale su cui erano edificate la geometria e l'aritmetica speculative, ma anche un costante punto di riferimento per la trattatistica pratica, pervasa da continui riferimenti e interi brani tratti dall'opera euclidea.²⁹ La *Summa* non fa eccezione a questa regola e in essa troviamo parafrasi e volgarizzamenti di lunghi passi dei primi dieci libri degli

nell'edizione del 1505; per un confronto dettagliato si rimanda a R.TUCCI, *Giorgio Valla e i libri matematici del "De expetendis et fugiendis rebus"*... cit.; R.BELLÉ, *Sulla fortuna dell'Optica e della Catoptrica*... cit.

²⁷ Sulla figura e l'opera del frate di Sansepolcro si vedano i contributi di E.ULIVI, *Luca Pacioli. Una biografia scientifica*, in *Luca Pacioli e la Matematica del Rinascimento*, Firenze, Giunti, 1994, pp.15 – 78; E.GIUSTI (cur.) *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, Città di Castello, Petrucci, 1998; A.CIOCCI, *Luca Pacioli e la matematizzazione del sapere nel Rinascimento*, Bari, Cacucci, 2003.

²⁸ Giunto a Venezia nel 1483, Paganino incarnava la figura del tipografo-editore. Nel 1494, anno in pubblicò una famosa *Bibbia* con la glossa di Niccolò da Lira, strinse il sodalizio con Pacioli, per il quale pubblicò la *Summa*, il *De divina proportione* e gli *Elementa*. Il figlio Alessandro, che aveva esordito nella bottega del padre realizzando i caratteri della *Divina proportione*, era un abile e raffinato tipografo: inventò il formato in ventiquattresimo, ispirato ai libri d'ore francesi, per il quale conìò un nuovo carattere e che utilizzò per la stampa di opere di Petrarca, Bembo, Dante e Boccaccio. Nel 1537 pubblicò il *Corano* in arabo, ma l'impresa fallì e fu costretto ad abbandonare l'attività.

²⁹ Per un'analisi puntuale dei riferimenti euclidei presenti ad esempio in Fibonacci si veda M.FOLKERTS, *Leonardo Fibonacci's Knowledge of Euclid's Elements and of Other Mathematical Texts*, in *Leonardo Fibonacci. Matematica e società nel Mediterraneo nel secolo XIII*, «Bollettino di storia delle scienze matematiche», 24

Elementi, mentre il *De divina proportione* del 1509 propone una lettura aritmetica della volgarizzazione dei libri XIII e XIV dedicati ai poliedri regolari. Non solo: la teoria delle proporzioni, evocata nel titolo di due opere, fornisce la chiave per l'interpretazione della natura, creata da Dio secondo ordinatissimi rapporti matematici, strumento ideale per matematizzare le arti e le scienze.³⁰ Questi furono i temi discussi durante una famosa prolusione – biglietto da visita col quale Pacioli si presentava in veste di insegnante della Scuola di Rialto – tenuta l'11 agosto 1508 nella chiesa di S. Bartolomeo a Venezia e che richiamò almeno cinquecento persone, come racconta lo stesso autore nel *Sermo habitus ... in quintum Euclidis*, pubblicato nell'edizione latina degli *Elementa* del 1509.³¹ Con il suo *Euclide*, Pacioli si proponeva di difendere Campano dalle feroci critiche che provenivano dalla Scuola di San Marco e mentre Zamberti, nella sua prefazione, sottolineava di aver restituito a nuova vita, con la propria traduzione, un testo fortemente corrotto da «ille interpres barbarissimus», il frate ribatteva nel frontespizio della sua edizione latina che il pessimo stato in cui versava l'opera euclidea non era da imputarsi a Campano, traduttore fedele e accurato, ma alla trascuratezza degli incompetenti copisti che si erano avvicendati nel tempo.³² Ancora nel frontespizio, Pacioli dava conto del proprio operato: correzione degli errori da cui era affetto il testo, commenti a delucidazione dei passi più oscuri, rifacimento di oltre cento figure «deformatae et inverse» e aggiunta di nuovi disegni. Un accurato confronto con l'edizione di Ratdolt ha tuttavia ridimensionato il peso dell'intervento pacioliiano così enfatizzato dall'autore, che sovente si limita ad aggiungere qualche lettera mancante nei disegni o dei valori numerici associati ai segmenti; per ciò che concerne il testo, Pacioli non corregge realmente gli errori, ma inserisce in genere qualche

(2004) n.1, pp. 93 – 114 (ristampato in M.FOLKERTS, *The Developments of mathematics ... cit.*) Dello stesso autore si veda anche *Piero della Francesca and Euclid*, in *The Developments of mathematics ... cit.*

³⁰ Per una riflessione su questi aspetti del pensiero pacioliiano si veda A.CIOCCI, *Luca Pacioli e la matematizzazione ... cit.*

³¹ *Euclidis megarensis philosophi acutissimi mathematicorumque omnium sine controversia principis opera a Campano interprete fidissimo tralata. Que cum antea librariorum detestanda culpa mendis fedissimis adeo deformia essent: ut vix Euclidem ipsum agnosceremus. Lucas paciolius theologus insignis: altissima Mathematicarum disciplinarum scientia rarissimus iudicio castigatissimo deterisit: emendavit. Figuras centum et undetriginta que in alijs codicibus inverse et deformate erant: ad rectam symmetriam concinnavit: et multas necessarias addidit. Eundem quoque plurimis locis intellectu difficilim commentariolis sane luculentis et eruditissimis aperuit: enarravit: illustravit. Ad hec ut eliminator exiret Scipio vegius mediol. vir utraque lingua: arte medica: sublimioribusque studijs clarissimus diligentiam: et censuram suam prestitit.*, Venetiis, 1509.

³² Scriveva infatti Zamberti: «operamque nostram ... accomodavimus ... ut ipse Euclides qui hucusque in latebris latuit, qui hucusque pene incognitus fuit, qui hucusque truncus squalabat latinis tandem illucesceret» e a queste affermazioni indirettamente rispondeva Pacioli descrivendo gli *Elementi*, nel titolo della sua traduzione latina, con queste parole: «...opera a Campano interprete fidissimo tralata. Que cum antea librariorum detestanda culpa mendis fedissimis adeo deformia essent: ut vix Euclidem ipsum agnosceremus».

breve chiarimento e le poche figure nuove che vengono inserite, generalmente servono proprio ad illustrare tali commenti.³³

6. La prima fase della storia dell'*Euclide* veneziano, che si era aperta con la pubblicazione dell'*editio princeps* di Ratdolt nel 1482 e aveva proseguito con le reazioni di Valla (1498, 1501) e di Zamberti (1505), concepite nell'ambiente umanistico della Scuola di San Marco, si conclude dunque con la risposta di Pacioli (1509), espressione della Scuola di Rialto, che riafferma la superiorità della *recensio* medievale. Il dibattito per la costituzione del testo degli *Elementi* prosegue negli anni successivi, ma le nuove edizioni escono soprattutto dai torchi delle tipografie di Parigi e Basilea.³⁴ Nel 1516 l'umanista Jacques Lefèvre d'Étaples (Jacobus Faber Stapulensis), che nel 1491 aveva brevemente soggiornato a Venezia per conoscere Ermolao Barbaro, diede alle stampe un'edizione degli *Elementi* nella quale si giustapponevano le redazioni di Campano e di Zamberti, nel tentativo di compensare le rispettive manchevolezze e offrire agli studiosi, sempre più insoddisfatti, l'opportunità di scegliere, definizione per definizione, proposizione per proposizione, la versione che ritenevano più soddisfacente.³⁵ La proposta editoriale di Stapulensis ottenne una buona fortuna, dal momento che le ristampe si susseguirono fino al 1558; essa sintetizzava esemplarmente l'incapacità degli editori degli *Elementi* di proporre una nuova traduzione oppure di rifondere criticamente le due tradizioni, quella di Campano e quella di Zamberti, in modo da ottenere un testo affidabile, se non dal punto di vista filologico, almeno da quello matematico. Nemmeno l'*editio princeps* del testo greco, che vide la luce nel 1533 ad opera di Simone Gryneus, riuscì ad imporsi come testo di riferimento e si dovette attendere la nuova traduzione dal greco di Federico Commandino, pubblicata nel 1572, per porre finalmente termine al dualismo Campano-Zamberti, che soprattutto a Parigi nel trentennio 1536-1566 aveva prodotto un continuo susseguirsi di edizioni commentate in cui talvolta figurava qualche spunto originale,

³³ Per un'analisi si veda M.FOLKERTS, *Luca Pacioli and Euclid*, in E.GIUSTI (cur.) *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, Petrucci, Città di Castello, 1998, pp. 219 – 231 (ristampato in M.FOLKERTS, *The Development of Mathematics...* cit.).

³⁴ Una esauriente rassegna delle edizioni a stampa di Euclide rimane sempre il lavoro di P.RICCARDI, *Saggio di una bibliografia euclidea*, Bologna, Tipografia Gamberini e Parmeggiani, 1887.

³⁵ *Euclidis Megarensis Geometricorum elementorum libri XV. Campani Galli transalpini in eosdem commentariorum libri XV. Theonis Alexandrini Bartholamaeo Zamberto Veneto interprete, in tredecim priores, commentariorum libri XIII. Hypsiclis Alexandrini in duos posteriores, eodem Bartholamaeo Zamberto Veneto interprete, commentariorum libri II*, Parisiis in officina Henrici Stephani, 1516. Si noti che nei libri spuri XIV e XV era pressoché impossibile porre a confronto le redazioni di Campano e di Zamberti, viste le profonde differenze delle due redazioni; in questo caso Stapulensis decise di pubblicare le due redazioni una di seguito all'altra.

ma che continuavano a rimanere nell'alveo delle tradizioni esistenti.³⁶ Una delle poche voci critiche fu quella del messinese Francesco Maurolico (1494-1575), che, soprattutto fra gli anni Trenta e gli anni Cinquanta, si cimentò con un programma di edizioni di classici matematici paragonabile, per ampiezza e impatto culturale, a quello di Regiomontano. Come l'astronomo tedesco, Maurolico si proponeva di restituire alla comunità scientifica dei testi matematicamente corretti, senza alcuna preoccupazione di rigore filologico.³⁷ Questo atteggiamento portava spesso a revisioni così profonde da rendere del tutto originale l'edizione di un'opera e per questo motivo spesso, accanto al titolo primitivo, l'autore aggiungeva la locuzione «ex traditione Maurolyci». In questo senso non fa eccezione la rilettura degli *Elementi*, motivata dalla mancanza di adeguate edizioni in circolazione e dalla necessità di disporre di un testo affidabile sia per i propri studi che per le letture pubbliche di Euclide, che iniziò a tenere, su incarico del Senato messinese, fin dal 1528. Di questa edizione mauroliciana ci sono stati tramandati i libri II, V, VII-X, composti fra il 1532 e il 1541 e rimasti inediti fino a tempi recentissimi³⁸ e i libri XIII-XV, redatti attorno al 1532 e pubblicati solo nel 1575 proprio a Venezia,

³⁶ Nella sola Parigi vennero pubblicate almeno dieci edizioni, parziali o complete degli *Elementi*: tre edizioni di Oronce Finé progressivamente accresciute (1536, 1544, 1551), due edizioni di Pierre de la Ramée (1545 e 1549), due di Pierre Forcadel (1564, 1566), una di Jacques Peletier (1557) e una di Stephanus Gracilis (1557) e infine l'edizione in sedici libri di François Candalle (1566). A queste si affiancarono testi strettamente legati all'opera euclidea, che esprimevano aspre critiche verso le edizioni esistenti – è il caso di Jean Borrel (Ioannes Buteo) e del suo *Annotationum liber in errores Campani, Zamberti, Orontij, Peletarij, Io. Penae intepretum Euclidis* (1559) – o analizzavano l'architettura logica degli *Elementi* per metterne in evidenza i difetti – come Pierre de la Ramée nel *Prooemium mathematicum* (1569). Il fenomeno si spiega con l'importanza che stava cominciando ad assumere la matematica nell'insegnamento universitario e la conseguente necessità di disporre di buoni manuali: non a caso molte delle edizioni si limitavano alla geometria piana dei primi sei libri, che corrispondeva al programma svolto nei corsi. Sulla questione si veda F.LOGET, *Héritage et réforme du quadrivium au XVI^e siècle*, Actes du Colloque «La Pensée numérique», 7 – 10 septembre 1999, <http://www.peiresc.org/New%20site/Actes.Dhombres/Loget.pdf>.

³⁷ Su Maurolico e la *restitutio* dei Classici si vedano i lavori di P.D. NAPOLITANI, *Maurolico e Commandino*, in *Il Meridione e le scienze*, a cura di P.NASTASI, Palermo, 1988, pp. 281-316; *Le edizioni dei Classici: Commandino e Maurolico*, in *Torquato Tasso e l'Università*, a cura di W. MORETTI e L. PEPE, Firenze, 1997, pp. 119-141.

³⁸ Più precisamente, l'edizione del libro II (1532) è conservata alle carte 22r-23v del codice San Pantaleo 115 della Biblioteca Nazionale di Roma, mentre i libri V, VII-IX (1534) e X (1541) alle carte 1r-107v del codice San Pantaleo 116. Attualmente la trascrizione di questi testi è disponibile nel sito del *Progetto Maurolico*, che pubblica l'edizione elettronica dell'opera matematica dello scienziato siciliano (<http://www.maurolico.unipi.it>). Per un'analisi dell'*Euclide* di Maurolico si veda V.GAVAGNA, *Gli Elementi di Euclide «ex traditione Francisci Maurolyci»*, in corso di stampa negli Atti del Convegno *Archimede e le sue fortune*, Messina-Siracusa, 2008.

in un volume miscelaneo dal titolo *Opuscula mathematica*. Nelle redazioni degli anni Trenta, Maurolico non si limitava a rifondere i testi di Campano e di Zamberti, magari reinterpretando in maniera più arguta il progetto editoriale di Stapulensis («utique melius facturus si e duobus unum opus coaptasset, ne idem bis repeteret»³⁹), ma si adoperava per rendere più completa e, al contempo, più accessibile l'opera euclidea, secondo i criteri espressi nella lettera dedicatoria che precede l'edizione dei libri XIII-XV, indirizzata allo stratigò di Messina, Pietro Barresi: «emaculare», «coaptare» e «reddere Euclidem faciliorem». Per dare un'idea degli interventi operati da Maurolico, si pensi che nel libro XIV viene aggiunto un cospicuo numero di proposizioni «necessarias, ut pote sine quibus huiusmodi solidorum doctrina erat imperfecta»: nelle redazioni di Campano e di Zamberti, infatti, si analizzavano solo relazioni metriche fra elementi caratteristici di icosaedro e dodecaedro inscritti nella stessa sfera; Maurolico dunque aggiunge analoghe relazioni anche per tetraedro, cubo e ottaedro («cur de comparatione trium reliquorum penitus tacetur?»). Ad esempio, il matematico messinese prova che le basi di un tetraedro e di un cubo inscritti nella stessa sfera sono inscrivibili nello stesso cerchio, oppure che il rapporto fra i volumi di un cubo e di un ottaedro è pari sia al rapporto fra le rispettive superfici, sia al rapporto fra gli spigoli del tetraedro e dell'ottaedro. Si noti che questo tipo di completamento della teoria, elaborato da Maurolico negli anni Trenta, verrà riproposto qualche decennio dopo nell'edizione degli *Elementi* di François Candalle (1566) e nella *recensio* del gesuita Cristoforo Clavio (1574). Maurolico arriva a cambiare l'architettura del libro XIII – anticipando due proposizioni del libro XIV e aggiungendo un lemma – in modo da poter sostituire alla lunga dimostrazione geometrica della proposizione XIII.14 un'agile prova aritmetica, ritenuta più semplice.⁴⁰ Il matematico messinese era dunque colui che meglio aveva interpretato l'eredità di Regiomontano, concentrando la propria attenzione sulla trasmissione delle idee piuttosto che dei

³⁹ La citazione è tratta dalla lettera, scritta fra il 1554 e il 1556 e indirizzata al Vicerè Juan de Vega, in cui Maurolico espone lo stato della matematica e i suoi programmi editoriali (il testo integrale è disponibile nel sito del *Progetto Maurolico*). Per quello che concerne gli *Elementi*, il matematico siciliano scrive: «Celebris erat in euclideanis libris apud nos Campani traditio; transtulit inde Zambertus Theonis editionem. Jacobus Faber hos in unum iunxit; utique melius facturus si e duobus unum opus coaptasset, ne idem bis repeteret. Nam, cum uterque peccasset, uterque corrigendus erat. Campanus enim, ingenio ac professioni confusus, multa in diffinitionibus perperam mutavit, nonnunquam aliquid ad usum adiicit. Zambertus, dum omnia fideliter transfert, ignarus negotii ne quidem mendas graeci exemplaris animadvertit, totusque in Campanum et ultra modestiae terminos exandescit, atque ibi ut plurimum eum carpit, ubi reprehendendus non est».

⁴⁰ La proposizione stabilisce che il lato di un pentagono regolare inscritto in un cerchio di diametro razionale è una grandezza irrazionale detta minore.

testi, ma le sue edizioni rimasero in larga parte manoscritte o furono stampate a oltre un secolo dalla loro redazione, quando ormai gli sviluppi della matematica le avevano rese quasi obsolete. Gli *Elementi* subirono la stessa sorte: quando comparve la stampa veneziana del 1575, erano già state pubblicate edizioni con caratteristiche analoghe e quindi l'edizione mauroliciana non riscosse l'interesse che avrebbe ottenuto all'epoca della sua effettiva redazione. Unica eccezione fu proprio la dimostrazione aritmetica della XIII.14 che venne citata da Clavio nella seconda edizione della *recensio* del 1589 e ripresa quasi integralmente da Giovanni Alfonso Borelli nell'*Euclides restitutus* del 1685.⁴¹

Conclusa questa digressione, che riguarda l'ultima edizione degli *Elementi* uscita dai torchi veneziani nel XVI secolo, ma che in realtà si colloca nel dibattito degli anni Trenta-Quaranta, torniamo alle vicende che si svolgono nell'ambiente veneziano dello stesso periodo.

7. Come abbiamo detto, con l'edizione di Pacioli del 1509, le vicende dell'*Euclide* latino abbandonarono la città lagunare per spostarsi su altri scenari, ma dopo qualche decennio Venezia diventò teatro di un altro aspetto, affatto secondario, della storia degli *Elementi*. Nel 1543, infatti, il tipografo Venturino Roffinelli pubblicò la prima traduzione in lingua moderna – il volgare italiano – curata dal matematico bresciano Niccolò Tartaglia (1499 – 1557).⁴² Alla metà del Cinquecento, l'Umanesimo matematico aveva ormai raggiunto una piena maturità, specialmente nell'ambiente veneziano, dove il sapere tecnico si coniugava ormai felicemente con quello più teorico e le letture pubbliche di Euclide potevano venire affidate ad un umanista della cerchia di Valla, come Giovan Battista Memmo, traduttore della prima edizione latina a stampa delle *Coniche* di Apollonio (1537) o a un maestro d'abaco qual era Tartaglia. Abbiamo già osservato come nei trattati d'abaco più importanti, la presenza di Euclide si manifestasse attraverso lunghe parafrasi e numerose citazioni,⁴³ tuttavia almeno a partire dalla metà del XV secolo è attestata la diffusione di volgarizzamenti degli *Elementi*, parziali o completi, che

⁴¹ G.A. BORELLI, *Euclides restitutus, sive prisca geometriae elementa, brevius et facilius contexta*, Pisis, 1658, pp. 454-5.

⁴² *Euclide megarense philosopho: solo introduttore delle scientie mathematiche: diligentemente reassetato et alla integrità ridotto per il degno professore di tal scientie Nicolo Tartarea Brisciano*, Venezia 1543 (rist. anastatica della ristampa del 1567 curata da P. PIZZAMIGLIO, Brescia, 2007). Alla traduzione in volgare italiano seguirono quella in tedesco (Scheubel 1558, limitata ai libri VII-IX, Xilander 1562, libri I-VI), in francese (Forcadel, 1564, libri I-VI; 1565 libri VII-IX) e in inglese (Dee-Billingsley, 1569). Roffinelli pubblicò per Tartaglia anche l'edizione dell'*Archimede* nel 1543 e i *Quesiti* nel 1546.

⁴³ Basti ricordare il ben noto codice L.IV.21 della Biblioteca degli Intronati di Siena che risale al 1463 ed è una *summa* di aritmetica pratica in cui si fa largo uso del libro V e dei libri aritmetici VII-IX degli

riflettono il desiderio sempre più vivo di leggere Euclide direttamente, senza la mediazione della traduzione latina, inaccessibile ai più.⁴⁴ Lo stesso Pacioli aveva dichiarato più volte di aver tradotto in volgare l'opera euclidea, ma al momento non è stato possibile recuperare alcun manoscritto che conserva questa volgarizzazione. I numerosi brani della *Summa* che traducono i corrispondenti passi degli *Elementi* «ex traditione Campani» hanno fatto pensare dapprima che la traduzione pacioliiana fosse stata largamente utilizzata nella *Summa*, ma la congettura è venuta a cadere quando si è constatata la dipendenza degli *excerpta* dal manoscritto Palatino 577 della Biblioteca Nazionale di Firenze, che conserva una *Pratica di geometria* redatta attorno al 1460, quando il frate era adolescente.⁴⁵ Nella figura di Pacioli, autore di un'edizione latina "dotta" rivolta ai circoli accademici e divulgatore della geometria euclidea presso gli ambienti abachistici, convergono dunque le due più significative linee della tradizione euclidea rinascimentale; questo connubio, che trovò in Venezia un ambiente particolarmente ricettivo, ebbe in Niccolò Tartaglia un nuovo interprete, capace di suscitare l'interesse di chi cominciava a considerare la matematica come uno strumento indispensabile per ampliare le proprie conoscenze tecniche.⁴⁶ Con *La nova scientia* (1537), che conobbe molte ristampe e divenne il punto di riferimento dei manuali d'artiglieria del Cinquecento, Tartaglia offrì un primo contributo al programma di matematizzazione della natura. Strutturata in definizioni, postulati, assiomi e teoremi secondo il modello degli *Elementi*, *La nova scientia* si proponeva di studiare il moto dei proiettili riconducendolo a dei modelli geometrici.

Elementi. G. ARRIGHI, *Il codice L.IV.21 della Biblioteca degli Intronati di Siena e la "Bottega dell'abaco a Santa Trinita" in Firenze*, «Physis» 7 (1965), pp.369 – 400.

⁴⁴ Sulle traduzioni volgari degli *Elementi*, si veda P. PAGLI, *Volgarizzazioni manoscritte degli Elementi di Euclide*, in R. FRANCI, P. PAGLI, A. SIMI, (cur.), *Il sogno di Galois*, Centro Studi della Matematica Medioevale, Siena, 2003, pp. 53 – 90; *Le volgarizzazioni degli Elementi di Euclide anteriori all'edizione a stampa*, in P. FREGUGLIA, L. PELLEGRINI, R. PACIOCCO (cur.) *Scienze matematiche e insegnamento in epoca medioevale*, Napoli, ESI 2000, pp. 203 – 223; G. DERENZINI, C. MACCAGNI, "Euclide volgare, cioè e primi libri tre", in *Studi vinciani in memoria di Nando de Toni*, Brescia, 1986, pp. 51 – 72.

⁴⁵ La corrispondenza fra alcuni passi della *Summa* e il Palatino 577, attribuito alla mano di un allievo di Domenico d'Agostino Vaiaio, non si limita agli *excerpta* euclidei, ma si estende a varie parti, soprattutto di carattere geometrico, come mostra E. PICUTTI nel suo articolo *Sui plagi matematici di Luca Pacioli*, «Le Scienze», 1989, n.246, pp. 72 – 79; sulla fonte dei passi euclidei della *Summa*, si veda anche M. FOLKERTS, *Luca Pacioli and Euclid...* cit. pp.222 – 225.

⁴⁶ Sulla figura e la biografia di Tartaglia si rimanda ai lavori di P. FREGUGLIA, *Niccolò Tartaglia ed il rinnovamento delle matematiche nel '500*, in *Cultura, scienze e tecniche nella Venezia del Cinquecento*, Venezia, Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, 1987 pp. 203-216; G.B. GABRIELI, *Niccolò Tartaglia. Invenzioni, disfide e sfortune*, Centro Studi della Matematica medioevale. Bibliografie e Saggi, Collana diretta da L. Toti Rigatelli e R. Franci, n.2, 1986.

Particolarmente eloquente è l'immagine che fa da antiporta dell'opera: Tartaglia è raffigurato all'interno di un recinto circondato da alcune giovinette, allegorie delle arti del Quadrivio e delle loro applicazioni – in particolare il matematico bresciano è posto fra l'"aritmetica" e la "geometria" – mentre guarda le traiettorie di un cannone e di un mortaio; Platone, nella posizione più elevata, brandisce un cartiglio su cui si legge il motto della sua Accademia «nemo huc geometriae expers ingrediatur»; Euclide, infine, è posto a guardia del recinto e apre a sua discrezione il cancello che dà l'accesso al sapere.⁴⁷

Nel 1543, oltre a proporre l'*Euclide* in volgare, Tartaglia pubblicò anche alcune opere di Archimede: *La quadratura della parabola*, *l'Equilibrio dei piani*, il primo libro dei *Galleggianti* e la *Misura del cerchio*, sia per accreditarsi come uomo di cultura, degno esponente di quell'Umanesimo scientifico che sempre più rilievo stava acquisendo nel panorama culturale veneziano, sia per dare una risposta all'interesse crescente che il mondo dei tecnici e degli artigiani stava cominciando a rivolgere all'opera di Archimede. La fortuna editoriale dell'*Euclide* italiano segnò di fatto una battuta d'arresto per la produzione di nuovi volgarizzamenti, dal momento che la maggior parte dei codici successivi al 1543 è largamente modellata sulla traduzione tartaleana. Nel frontespizio si spiega come il testo sia stato «diligentemente reassetato et alla integrità ridotto ... secondo le due Tradottioni e per commune comodo & utilità di latino in volgar tradotto con una ampla esposizione dello istesso traduttore di novo aggiunta»: Tartaglia dunque preferì rifondere la *recensio* di Campano con la traduzione di Zamberti, chiarendo e commentando laddove lo riteneva opportuno, invece di proporre una soluzione editoriale come quella di Stapulensis capace solo di creare confusione, come spiegava nelle ultime battute nella seconda delle due *lettioni* pubbliche che precedono la traduzione vera e propria:

Considerando fra me medesimo Magnifici & Preclarissimi Auditori qualmente alcuni delle nobiltà vostre hanno appresso di se l'opera del nostro Euclide secondo la prima traduzione dal Campano, & alcuni altri secondo la seconda, fatta da Bartholameo Zamberti Veneto (che vive ancora). Alcuni altri secondo la stampa di Parise, over d'Alemagna, nella quale hanno incluso le predette ambedue traduzioni, ma per un certo modo qual è piu presto atto a generare confusione in cadauno studente, che altamente (come nel nostro processo faremo chiaramente conoscere) & alcuni altri l'hanno secondo la nostra traduzione fatta in volgare...

⁴⁷ Sul significato della simbologia in questa e altre incisioni cinquecentesche si veda A. ANGELINI, *Simboli e Questioni. L'eterodossia culturale di Achille Bocchi e dell'Hermathena*, Bologna, Pendragon, 2003.

Per comprendere appieno lo spirito che animava il matematico bresciano, la lettura del suo *Euclide* non dovrebbe andar disgiunta da quella del *General Trattato de' numeri et misure*, enciclopedia in sei parti dedicata ad aritmetica, geometria ed algebra, che venne pubblicata fra il 1556 ed il 1560. Così come la *Nova scientia*, anche il modello a cui si ispira il *General trattato* è quello «dato dal maestro di color che sanno», il quale non è Aristotele, come indurrebbe a pensare la citazione dantesca, ma Euclide, che nella sua opera non parla «di alcuna cosa avanti alla definizione di quella, et de tutti li suoi termini, ne mai dimostra alcuna sua propositione salvo, che per le propositione passate (lequale sono note)». ⁴⁸ L'architettura degli *Elementi* è qui chiamata in causa per sottolineare la superiorità del *General trattato*, alla quale esso si informa, rispetto alla *Summa* di Pacioli, reo non solo di aver saccheggiano il *Liber abaci* di Fibonacci, ma anche di aver organizzato male la materia «mettendo molti casi speculativi et de difficulta vestiti, avanti delli primi principij della pratica di tai Scienze over Discipline». ⁴⁹ La *Prima Parte* è dedicata all'aritmetica mercantile, mentre la *Seconda Parte* tratta di temi più speculativi e dedica ampio spazio, oltre che alla parafrasi dei libri VII-IX degli *Elementi*, all'aritmetizzazione dei libri II e X, ⁵⁰ riproponendo così uno dei *tòpoi* della tradizione abachistica, col quale si erano cimentati autori come Fibonacci, Pacioli e Cardano. ⁵¹ Nella *Prima Parte*, la pluriennale esperienza accumulata da Tartaglia come maestro d'abaco, ne influenza prepotentemente l'esposizione, ricca

⁴⁸ N.TARTAGLIA, *La prima parte del general trattato di numeri et misure*, Venezia, Curzio Troiano, 1556, c.1v.

⁴⁹ Ivi, c.1v.

⁵⁰ Nella *Tavola della continentia* del secondo libro si legge infatti: «... Nel sesto libro si esemplifica con numeri le prime 11 propositioni, over conclusioni geometricamente dimostrate nel secondo libro di Euclide & replicate arithmeticamente ... Nel undecimo & ultimo libro si dichiara & si esemplifica praticamente con numeri & radici & altre quantita irrazionali tutte le diffinitioni & propositioni del decimo d'Euclide et massime le difficili et che sono piu alla pratica di numeri & misure utili & necessarie & non piu oltra»

⁵¹ Naturalmente la trattazione degli irrazionali era un problema molto presente nella matematica abachistica, soprattutto per gli autori che studiavano l'algebra, e questo giustifica la sua presenza nei maggiori trattati di aritmetica pratica. Sembra che Fibonacci abbia composto il *Libro sopra il 10° di Euclide* che non ci è pervenuto, ma che potrebbe essere confluito nella stesura della seconda versione del *Liber abaci*, il cui quattordicesimo capitolo dedica ampio spazio al tema. L'ottava distinzione della *Summa* di Pacioli tratta di «tutte sorte binomij et recisi e altre linee irrazionali del decimo de Euclide». Nell'*Index eorum que in hoc libro patet preter reliquos noviter inventa continentur* che apre l'edizione milanese della *Practica arithmetice et mensurandi singularis* di Cardano del 1539, il primo punto è dedicato alla questione degli irrazionali: «Inventio Radicis distincte sine qua impossibile est operari in regulis algebraticis & solvere infinitas qestiones & reducirere 10 Euclidis ad actum praticum cuius etiam ignorantia Frater Lucas maximos commisit errores reliqua cum magna difficultate evasit».

di osservazioni e strategie che derivano dalla quotidiana pratica d'insegnamento;⁵² tuttavia non mancano interessanti riflessioni che trovano la loro origine proprio nella traduzione dell'*Euclide* degli anni Quaranta, responsabile di aver fatto maturare un'estrema attenzione all'uso dei vocaboli e alle ambiguità semantiche che derivano dalla commistione fra linguaggio comune e linguaggio matematico. Un esempio emblematico è rappresentato dal termine "moltiplicare", che nell'accezione comune sottintende un significato di accrescimento. Mentre il risultato della moltiplicazione fra numeri naturali è coerente col significato comune del termine,⁵³ quello della moltiplicazione fra frazioni proprie sembra contraddirlo, perché il prodotto è minore dei fattori: secondo il matematico bresciano l'ambiguità è da imputare a Campano, punto di riferimento della tradizione abachistica medievale, che usa indiscriminatamente il verbo "moltiplicare", invece di distinguere – come fa correttamente Zamberti – fra "moltiplicare" che attiene ai "numeri semplici" e "ducere (che significa menare)" che riguarda le grandezze continue, fra cui sono da annoverare i "numeri rotti". La *Terza* e la *Quarta Parte* trattano, rispettivamente, di geometria pratica piana e solida – esposta richiamando i libri I-VI e XIII-XIV degli *Elementi* –, di unità di misura regionali dei terreni e «di molte altre questioni speculative, trattate da Ptolomeo & da Archimede, con le loro risoluzioni; per via di alcune proposizioni di Euclide». Non c'è da stupirsi del fatto che, nelle Parti dedicate alla geometria vi sia una stretta connessione fra *General trattato* e *Elementi*, ma è per lo meno singolare che, non di rado, i commenti del «Traduttore» del testo euclideo, vengano ripresi ed ampliati nel trattato di geometria pratica. Ne è un esempio la definizione XI.16 di cilindro:

La figura corporea rotonda che le base della quale sono duoi cerchi piani in le estremità & crassitudine cioè le altezze equale sia el vestigio del parallelogrammo retangolo fermato el lato che contene lo angolo recto, & la detta superficie circondata per fina tanto che la torni al luogo suo, & chiamasse questa figura colonna rotonda.⁵⁴

Gran parte dell'*Ars magna arithmeticae*, redatta fra il 1539 e il 1545 e pubblicata nel volume IV dell'*Opera omnia* del 1663, è inoltre dedicata all'aritmetizzazione del decimo libro.

⁵² A questo proposito si veda V.GAVAGNA, *L'insegnamento dell'aritmetica nel General Trattato di Niccolò Tartaglia*, in P. PIZZAMIGLIO (a cura) *Giornata di studio in memoria di Niccolò Tartaglia*, Brescia, Edizioni dell'Ateneo, 2010.

⁵³ «Moltiplicare non è altro, che un modo, over atto di sapere di duoi numeri proposti trovarne, over componerne un terzo, il qual contenga tante volte in se l'uno di duoi proposti numeri, quante unita sarà nell'altro» (*Prima Parte*, Libro II, c.17v). Tartaglia indica questa come la definizione VII.D5 degli *Elementi*, ma la numerazione è corretta solo se ci si riferisce alla sua traduzione; in Campano e in Zamberti la stessa definizione è indicata rispettivamente come VII.D9 e VII.D16.

⁵⁴ La definizione XI.18 della traduzione di Zamberti recita: «Cylindrus est quando rectanguli parallelogrammi manente uno quae circum rectum angulum latere circumductum parallelogrammum

Il «Traduttore» osserva:

*Questa figura columnale (diffinita di sopra secondo che se contiene in la prima tradottione [quella di Campano n.d.r] in la seconda tradottione [Zamberti n.d.r] se chiama cylindro però bisogna notare che tanto vol dire uno cylindro quanto una colonna rotonda & similmente da Archimede è pur detta cylindro vocabol greco.*⁵⁵

Nel capitolo *Che cosa sia la colonna rotonda detta da greci Cilindro della Terza Parte*, Tartaglia ripropone la definizione presente nell'*Euclide volgare*, seguita da un lungo commento sul fatto che li “spezza pietre” e i “murari” sfruttano tale descrizione “operativa” rispettivamente per ricavare le colonne dai massi e per scavare «la canna d'un pozzo», ma siccome il *modus operandi* dei muratori sembra più aderente al procedimento euclideo,⁵⁶ Tartaglia si serve di queste considerazioni di natura assolutamente empirica non solo per preferire il termine “cilindro” a “colonna”, ma per concludere addirittura che “colonna rotonda” sia un nome arbitrariamente inventato da Campano o da qualcun altro:

... e per tanto la sopradetta diffinitione, par che piu si convenga per far la canna di un pozzo, che per far una colonna, perche la detta canna non preferisse in cosa alcuna alla sopradetta diffinitione, & la forma di detta canna, da greci (come di sopra è stato detto) è chiamata cilindro, e pero quel nome di colonna rotonda tengo che non sia di Euclide, ma che sia stato aggiunto dal Campano, over da qualche altro. (c.33v)

in idem, unde sumpsit exordium steterit ea assumpta figura», mentre la XI.11 di Campano: «Figura rotunda corporea, cuius bases sunt duo circuli plani extremitatibus et crassitudine equales, est transitus paralellogrami rectanguli latere rectum angulum continente fixo ipsaque superficie, donec ad locum suum redeat, circumducta. Diciturque hec figura circumducta columna rotunda »

⁵⁵ Nell'edizione dell'*Euclide volgare*, i commenti del traduttore sono in corsivo.

⁵⁶ «... dalla qual diffinitione credo sia stata cavata la regola, che usano li spezza pietre nel costruire una colonna rotonda, perche loro incavano una tavola, facendo in quella la forma, che estrinsicamente vogliono dar a tal colonna, la qual tavola incavata da loro è detta sagoma, & con la regola di quella vanno scarpellando la detta pietra, che ridur vogliono in colonna, talmente che con la regola di tal sagoma la riducono a fine, vero è che per dare un puoco di panzetta a tal colonna (che così si costuma) non fanno tal incavo nella detta tavola paralelogrammo rettangolo, come dice Euclide, anzi lo fanno alquanto inarcato, accioche tal colonna habbia (come è detto) un puoco di panzetta, la qual panzetta fa molto vistosa tal colonna [...] Ma perche questo medesimo modo precisamente usano li murari per far rettamente un pozzo, cioe che vi piantano in fondo di tal pozzo rettamente un travo, & a quello vi attaccano un paralelogrammo rettangolo di tavole, girabile attorno, la larghezza del qual paralelogrammo è quasi la metà del diametro della canna del detto pozzo, & la lunghezza sua è quanto che debbe esser l'altezza della detta canna, & così nel far la detta canna giusta, & retta si regolano con il detto paralelogrammo girabile... » (*Terza Parte*, Libro IV, c.33v).

L'interesse mostrato da Tartaglia per le applicazioni emerge prepotentemente nella *Quinta Parte* in cui si rivolge a «geometrici, disegnatori, prospettivi, architettori, ingegneri, & machinatori, sì naturali come Mathematici» per mostrare «il modo di essequire con il compasso et con la regha tutti li problemi geometrici di Euclide et da altri philosophi et con modi piu ispedienti e brevi di quelli dati da esso Euclide». Oltre a trattare le costruzioni con riga e compasso riferite ai libri II-VI e XIII-XV degli *Elementi*, il matematico bresciano dedica larga parte del terzo libro a «risolvere molti problemi di Euclide con una sola apertura di compasso». L'argomento potrebbe sembrare un pezzo di virtuosismo, ma in realtà cela un problema squisitamente tecnico: quando si usano nella pratica i compassi ad apertura variabile – il compasso degli *Elementi*, per intenderci – la precisione delle figure non è certo assoluta. Per migliorare la situazione è preferibile usare un certo numero di compassi ad apertura fissa o, ancora meglio, un unico compasso ad apertura determinata. Il tema era già stato dibattuto nei *Cartelli*, quando Tartaglia aveva proposto a Ferrari, nell'aprile 1547, di risolvere un certo numero di problemi degli *Elementi* (e non solo) con un compasso ad apertura fissa; nel *Quinto cartello* (ottobre 1547) l'allievo di Cardano aveva ricostruito tutta la geometria euclidea, senza limitarsi alle sole costruzioni, ma comprendendo anche le dimostrazioni dei teoremi.⁵⁷ Ferrari osserva correttamente che basta limitarsi a risolvere solo un numero limitato di costruzioni, dalle quali poi dipendono tutte le altre

Sono adunque fin' hora, secondo la nostra conventione di non mutare l'apertura del compasso, demonstrati perfettamente i primi sei libri d'Euclide. Da qui, con l'aiuto delle già demonstrate & di due avvertimenti noi ci n'andremo francamente fin'al fin di tutto il libro. Et potremo non solamente dimostrare le propositioni che nel testo greco sono attribuite ad Euclide, cioè quelle de i primi tredici libri: ma anchora quelle de i due libri seguenti, cioè quartodecimo & quinto decimo. Con tutte quelle che Campano ha gionto, che non si trovano ne nelli testi Grechi, ne anchora nelle traduttioni de gli altri [...] E così è provato tutto Euclide, solamente con gli suoi principi. Mutando la sua

⁵⁷ In un passo del quindicesimo libro del *De subtilitate*, intitolato *De inutilibus subtilitatibus*, Cardano raccontava – senza tuttavia far menzione della *querelle* con Tartaglia – di aver ridimostrato “paucis in diebus” assieme a Ferrari tutti gli *Elementa* euclidei servendosi di un compasso ad apertura fissa anziché di un compasso ad apertura variabile. Si trattava, secondo l'autore, di una “iuvenili ostentatione” piuttosto che un lavoro di “utilitate manifesta”, giacché non presentava alcuna proposizione veramente originale, ma solo nuove dimostrazioni di risultati ben conosciuti. A Cardano tuttavia non doveva essere sfuggito il rilievo queste ricerche, poiché dedicò una decina di pagine del *De subtilitate* ad illustrarle, limitandosi essenzialmente a tradurre in latino, talvolta sintetizzando, quanto Ferrari aveva esposto nel Quinto Cartello.

terza petitione, in una che dica, sopra ogni ponto descrivere un circolo secondo l'apertura del compasso, assignata, secondo il voler dell'adversario.⁵⁸

Qualche anno dopo Giovan Battista Benedetti (1530-1590), pubblicava sempre a Venezia la *Resolutio omnium Euclidis problematum aliorumque ad hoc necessario inventorum una tantummodo circini data apertura* (1553) in cui risolve i problemi degli *Elementi* con metodi che differiscono da quelli di Ferrari-Cardano. Nella *Quinta Parte del General Trattato*, il matematico bresciano segue in parte Benedetti e in parte Ferrari, anche se sostiene che la risposta data nel Quinto Cartello sia del tutto insoddisfacente («...niuno di miei quesiti 17 in tal materia proposti a Hieronimo cardano & a Lodovico suo creato (nella nostra pubblica disputa) esser stato risolto»⁵⁹).

Orgogliosamente autodidatta – ammette solo di aver studiato i primi quattro libri degli *Elementi* sotto la guida di Tartaglia – Benedetti si spinge ad elaborare una dinamica caratterizzata dall'uso sistematico della matematica; la fisica del veneziano si affranca dalla filosofia naturale prefigurando così, anche se in forma embrionale, quella che sarà una caratteristica della Rivoluzione Scientifica.⁶⁰ Gli scritti benedettiani dedicati specificamente a Euclide sono la *Resolutio*, di cui abbiamo già dato qualche cenno, e *In quintum Euclidis librum* inserito nella sua ultima opera, il *Diversarum speculationum mathematicarum & physicarum liber* (Torino, 1585). In questo trattatello l'autore propone una risistemazione del tutto originale e moderna della teoria delle proporzioni illustrata nel libro V degli *Elementi*.⁶¹ Lo scritto del matematico veneziano si colloca in quella ricca tradizione

⁵⁸ L.FERRARI, N.TARTAGLIA, *Cartelli di sfida matematica*, a cura di A.MASOTTI, Commentari dell'Ateneo di Brescia, 1974, pp. 153 – 154.

⁵⁹ N.TARTAGLIA, *Quinta parte del General trattato...* cit., p. 63v. Tartaglia non riesce tuttavia a raggiungere un risultato più generale del *Teorema di Ferrari-Cardano*, secondo il quale con la riga e col compasso ad apertura fissa si possono dimostrare tutti i teoremi di geometria piana ed eseguire tutte le costruzioni relative, colla restrizione che le circonferenze a raggio diverso dall'apertura fissa non possono essere tracciate completamente, però di esse si può costruire il centro, il raggio e quanti punti si vogliono. Per avere un risultato più generale, bisognerà attendere fino al *Teorema di Mascheroni* (*Geometria del compasso*, 1797) secondo cui ogni problema geometrico risolvibile colla riga e col compasso è risolvibile anche col solo compasso. Sulla questione si veda H.GEPPERT, *Sulle costruzioni geometriche che si eseguono colla riga ed un compasso ad apertura fissa*, «Periodico di matematiche», s.IV, (IX) 1929, pp.292-319.

⁶⁰ Per un quadro complessivo dell'opera di Benedetti e del contesto culturale in cui si colloca si rimanda a *Cultura, scienze e tecniche nella Venezia del Cinquecento. Giovan Battista Benedetti e il suo tempo*, Venezia, Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, 1987.

⁶¹ Si vedano in particolare le pp.22-34 in E.GIUSTI, *Euclides reformatus. La teoria delle proporzioni nella scuola galileiana*, Torino, Bollati Boringhieri, 1993.

di commenti cinquecenteschi al libro V, la cui difficoltà di interpretazione risiedeva essenzialmente nella presenza di definizioni complesse e artificiose a fronte di teoremi dal contenuto del tutto intuitivo. Uno degli approcci più comuni alla revisione della teoria, consisteva in una nuova organizzazione della materia secondo un “criterio euclideo” di progressiva difficoltà, basato sullo scambio di ruolo fra definizioni e teoremi. Questo fu anche il punto di partenza della ristrutturazione di Benedetti, che assunse come assiomi addirittura sette teoremi del libro V, arrivando a formulare una nuova teoria che, pur con molti limiti e imprecisioni, giunse «alla soglia dell’individuazione dei rapporti come gruppo moltiplicativo; nessuno dopo di lui riuscirà a spingersi più oltre».⁶²

8. Alla fine del Quattrocento, l’invenzione della stampa a caratteri mobili segnò una svolta epocale nelle modalità di trasmissione dei testi e di diffusione del sapere e l’averne intuito immediatamente le enormi potenzialità fece di Venezia l’epicentro della cultura europea fino ai primi decenni del secolo successivo. Le prime opere di alto profilo che vennero stampate riflettevano, nei temi e nei criteri editoriali, la cultura umanistica, che nella città lagunare trovava con Ermolao Barbaro una delle sue massime espressioni. E se l’*editio princeps* degli *Elementi* di Euclide, che uscì dall’officina di Ratdolt nel 1482, si discostava da questi criteri, apparendo influenzata da scelte imprenditoriali piuttosto che culturali, ventitré anni dopo fu la volta di una nuova edizione, questa volta basata sulla traduzione da un codice greco eseguita dall’umanista Bartolomeo Zamberti. Le due versioni non si differenziavano solo per la rozzezza del latino duecentesco, infarcito per di più di arabismi, che sfigurava palesemente a confronto col latino classico dell’umanista veneziano; le differenze riguardavano anche la numerazione e il numero delle proposizioni, nonché l’architettura delle dimostrazioni.⁶³ Per quello che riguarda i libri apocrifi XIV e XV, poi, le divergenze erano ancora più profonde e si può parlare di due testi diversi. La ricezione del testo euclideo, soprattutto dei suoi due libri più delicati, il V e il X, dedicati rispettivamente alla teoria delle proporzioni e alla classificazione degli irrazionali quadratici, passava anche e soprattutto per la costituzione di un testo unico e condiviso, affidabile sia dal punto di vista matematico che da quello filologico. Tuttavia, nessuna delle soluzioni proposte nei decenni successivi riuscì a sostituire veramente le due edizioni veneziane fino alla comparsa, nel 1572, della traduzione di Federico Commandino, condotta su

⁶² Ivi, p.33.

⁶³ Non bisogna scordare poi che le caratteristiche dei due corredi illustrativi erano piuttosto diverse e le peculiarità si mantennero nelle successive edizioni che si ispiravano a Campano oppure a Zamberti, come è stato ben evidenziato nello studio di A.SORCI, *I corredi iconografici degli Elementi...*, cit.

un nuovo codice greco e sulla *princeps* del testo greco del 1533, che riuscì a coniugare acribia filologica con competenza matematica e che sostanzialmente dominerà la scena fino ai primi dell'Ottocento.

Mentre nei primi decenni del XVI secolo a Venezia furono stampati anche altri classici matematici, *in primis* la monumentale enciclopedia di Giorgio Valla *De expetendis et fugiendis rebus* (1501), ma anche alcuni testi archimedei tradotti da Luca Gaurico (1503) e le *Coniche* di Apollonio edita da Memmo (1537), pian piano la città lagunare perse la sua preminenza in favore di centri quali Basilea e Parigi, e nella cultura scientifica riaffiorò con determinazione quella componente tecnico-pratica che da sempre l'aveva connotata e che ora si coniugava assai felicemente sia con l'Umanesimo matematico, finalizzato alla *restitutio* del *corpus* matematico classico, sia con l'Umanesimo volgare, che nel veneziano Pietro Bembo ebbe uno dei suoi emblemi. Luca Pacioli fu una figura di raccordo fra questi diversi ambienti culturali e se l'edizione del suo *Euclide* del 1509, pur non presentando novità di rilievo rispetto alla *recensio* di Campano, accreditava il suo *status* di insegnante presso la prestigiosa Scuola di Rialto, la *Summa* si era posta l'ambizioso obiettivo di ricostituire in sé un sapere scisso fra speculativo e pratico. Lo strumento d'elezione per attuare il suo progetto fu il testo euclideo, denominatore comune dei due saperi e protagonista indiscusso della produzione scientifica pacioliiana.

Negli anni centrali del '500 l'eredità venne raccolta da Tartaglia che, interpretando perfettamente lo spirito che informava larga parte della società veneziana, sia il patriziato che il ceto intermedio, pose Euclide ed Archimede al servizio di un sapere eminentemente tecnico. La sua scelta di adottare il volgare fu del tutto consona all'ambiente culturale veneziano, non solo condizionata dalla mancanza di adeguati studi, come spiegava in un passo dei *Cartelli*,⁶⁴ né legata semplicemente alla volontà di farsi intendere da un pubblico ampio e non necessariamente erudito. Come è ben noto, assieme a Firenze e Milano, Venezia

⁶⁴ Nel cartello del 1 aprile 1547 Ludovico Ferrari invitava Tartaglia a scrivergli in latino, ma il bresciano rispose il 21 aprile d'essere un matematico e non un uomo di lettere «Confesso io veramente mai haver fatto professione, ne dilettao di alcuna sorte lingua. Egli e ben vero che il desiderio grandissimo da intendere li Autori che delle discipline Mathematiche in lingua Latina trattavano, me ha sforzato a darvi qualche volta opera da me medesimo, con lo agiutto de molti vocabulisti: & delli Autori che con lingua volgare se sono sforzati a darla ad intendere & così con tal modo & via ne ho acquistato tanta che mi basta, si per intendere li detti Autori & anchora la vostra così longa risposta». Egli era tuttavia consapevole di non esprimersi in un toscano raffinato ed elegante «perche in effetto, essendo io Brisciano (& non havendo io giamai imparato lingua toska) egli e necessario (non volendome servire di quegli che di tal lingua fanno professione, come fati forsi voi) che la pronontia mia, me ve dia in nota per Brisciano, cioè un puoco grossetto di loquella» (L.FERRARI, N.TARTAGLIA, *Cartelli...*, cit., pp. 40 - 42).

dalla fine del Quattrocento in poi fu all'avanguardia nella stampa di testi in volgare e, se nei primi decenni la preferenza venne accordata ai trecentisti toscani – le “tre corone” Dante, Petrarca e Boccaccio – ben presto iniziò a prendere consistenza anche la pubblicazione di trattati e manuali tecnici. In ambito matematico, il pensiero corre subito alla *Summa* di Pacioli, redatta in «materna e vernacula lingua»,⁶⁵ ma molto importanti furono anche il *Libro de abacho* di Pietro Borghi, pubblicato da Ratdolt nel 1484, e il *Libro de abaco* di Girolamo Tagliente (Venezia, 1515) che conobbero più di una decina di edizioni in tutto il secolo XVI. Se il campo medico, molto legato all'ambiente universitario, predilesse ampiamente i testi in latino, ad eccezione di qualche manuale pratico, in quello astronomico, cominciarono a comparire alcuni commenti in volgare alla *Sfera* di Sacrobosco, uno dei testi tradizionalmente in uso negli Studi.⁶⁶ Vi furono poi interi settori, come quello militare e quello architettonico, in cui la trattatistica era ormai quasi tutta in volgare. Fra il 1492 e il 1570 a Venezia vennero pubblicati circa 145 titoli relativi a questioni militari o attinenti ad esse e fra essi spiccano *La nova scientia* e i *Quesiti* di Tartaglia, ma anche testi minori come i *Due dialoghi ... del modo di disegnare le piante delle fortezze secondo Euclide*, di Giacomo Lanteri (1557) che si proponevano di rifondare l'arte militare su basi matematiche, senza dimenticare il noto *De la pirotechnia* di Vannoccio Biringuccio (Venezia, 1540) dedicato alla metallurgia, alla fusione dei cannoni e alla preparazione di esplosivi e composti incendiari. In campo architettonico, se l'opera più importante fu certamente la traduzione di Vitruvio data alle stampe da Daniele Barbaro nel 1556, non bisogna dimenticare trattati in qualche modo propedeutici come la *Quinta Parte del General Trattato* di Tartaglia o la *Resolutio* di Benedetti. La scelta del volgare per la redazione di manuali pratici nella Venezia della metà del Cinquecento non segnò dunque un momento di rottura, ma con la traduzione dell'*Euclide* Tartaglia riuscì comunque a dilatare i confini dell'Umanesimo scientifico e a conferire una nuova dignità ai volgarizzamenti dell'opera euclidea che già circolavano in ampie zone dell'Italia settentrionale.

Con Tartaglia e Benedetti, l'applicazione sistematica della matematica all'indagine dei fenomeni naturali assunse, pur con tutti i limiti, un ruolo di primo piano e pose le basi di quel programma di geometrizzazione della natura, modellato

⁶⁵ Oltre al fatto che, di tanto in tanto, nella *Summa* compaiono passi in latino, vale la pena di ricordare che la lettera di dedica a Guidobaldo d'Urbino è in italiano e in latino. Del resto, anche nelle lettere in volgare, molto spesso l'intitolazione, i saluti e la firma erano in latino.

⁶⁶ Alessandro Piccolomini pubblicò *De la sfera del mondo* (Venezia 1540), una spiegazione della cosmografia tolemaica e qualche anno dopo Giacomo Gabriele diede alle stampe il *Dialogo... de la Sfera e de gli orti et occasi de le stelle* (Venezia, 1545), ricevendo i complimenti di Pietro Bembo.

sul linguaggio della teoria euclidea delle proporzioni, che avrà in Galileo il suo massimo esponente. L'*Euclide* volgare di Tartaglia – e il complementare *General trattato* –, la *Resolutio* e il trattatello sul libro V di Benedetti sintetizzavano esemplarmente i vari aspetti che connotavano la ricezione dell'opera euclidea nel secondo Cinquecento veneziano. La traduzione tartaleana nacque da un confronto critico delle due classiche edizioni di Campano e di Zamberti, ma era rivolta ad un pubblico orientato più alle applicazioni dell'opera euclidea che non alla *restitutio* filologica del testo, alla quale nemmeno Benedetti era in fondo interessato, preferendole una revisione dell'architettura logica sottesa al libro V, finalizzata a rendere la teoria delle proporzioni uno strumento del tutto efficiente e ben fondato. Il connubio fra una siffatta lettura degli *Elementi* e la riappropriazione dell'opera archimedeica, di cui non a caso Tartaglia fu un convinto promotore, costituì una delle premesse necessarie alla comprensione dei fondamenti della Rivoluzione Scientifica.

PAOLA MANNI*

Il De computis et scripturis e le origini della moderna terminologia economico-finanziaria

Fa parte dell'esperienza comune constatare come la lettura di un qualsiasi testo di argomento economico-finanziario ci ponga di fronte ad una terminologia tecnica in gran parte costituita da voci inglesi accolte in forma non adattata. Cito alcuni titoli ripresi in questi ultimi giorni dalla pagina economica di un comune quotidiano: *Via i manager dalle banche (sottocapitalizzate)*; *L'antitrust avvia una procedura contro il patto Intesa*; *È l'Egitto a guidare il boom dell'export*; *Università, se le idee diventano business*. *Manager, trust, boom, export, business* sono un'esigua parte degli anglicismi che ormai sono entrati nell'italiano e fanno parte del linguaggio internazionale dell'economia. Né ci si stupisce che il monopolio, in questo settore, spetti oggi all'inglese, dato l'indiscusso primato che, dal dopoguerra in poi, i paesi anglosassoni e gli Stati Uniti in particolare detengono nell'assetto dell'economia mondiale.

Prima dell'inglese, è stato il francese ad avere un ruolo di primo piano nel medesimo settore. Il francese ha infatti pilotato la svolta decisiva che, in epoca illuministica, ha portato alla nascita della moderna scienza economica. Gianfranco Folena ha magistralmente ricostruito questo processo, seguendo la nascita e la diffusione di termini come *commercio, industria, produzione, distribuzione, statistica*, che dalla Francia si propagano all'Europa.¹

Se poi facciamo un passo ancora più indietro, andando all'epoca rinascimentale e tardo medievale, non ci sono dubbi che è l'italiano ad imporsi come lingua principe nel mondo del commercio e della finanza. Questo in concomitanza con l'eccezionale sviluppo che, a partire dai secoli XII-XIII, investe la penisola e ne fa il cuore pulsante dell'economia europea. Ce ne danno una prova immediata i tanti termini italiani di ambito commerciale e finanziario che si riversano nei documenti dei mercanti europei dell'epoca. Uno studio interessantissimo di Johanna De Bruijn-van der Helm, uscito nel 1992, mostra quanto estesa e talora invasiva sia la presenza degli italianismi nei

*Università di Firenze.

¹ Cfr. G. FOLENA, *L'italiano in Europa. Esperienze linguistiche del Settecento*, Torino, Einaudi, 1983, pp. 39-55.

testi mercantili neerlandesi dei secoli XVI e XVII.² E la stessa De Bruijn-van der Helm ci informa che nel Cinquecento alcune aziende di Anversa erano addirittura solite tenere la loro corrispondenza in italiano, come pure in italiano venivano talora scritti i libri contabili delle maggiori aziende, ad esempio quella dei Della Faille.³

Sul lungo percorso, l'egemonia esercitata dalla nostra lingua in questo settore si traduce in un'eredità cospicua di termini italiani stabilmente insediati nelle lingue europee. Si tratta di prestiti che si presentano in genere ben adattati nelle diverse lingue sotto il profilo formale, spesso produttivi (ovvero capaci di dar luogo, nelle lingue riceventi, a derivati e composti, segno di un'assimilazione ben radicata) e, per quanto riguarda la diffusione areale, sostenuti da un raggio di riscontri vastissimo che spesso ne fa dei veri e propri internazionalismi. È peraltro evidente che questi prestiti delineano un sistema semantico di primaria importanza, rimandando a nozioni, istituzioni e strumenti che costituiscono le fondamenta su cui si edificherà poi la moderna scienza economica. Cominciando dagli esempi più noti, ricorderemo la fortuna planetaria di *banco* (uso la forma maschile, che è costante nelle attestazioni italiane di epoca medievale), e insieme con *banco* vanno naturalmente tutta una serie di derivati e composti, a partire da *banchiere*. Altre voci che passano dall'italiano alle altre lingue moderne sono: *affare*, e tutta la famiglia di termini che fa capo a *sicurtà* e quindi *assicurare*, *assicurazione* e *assicuratore*, e poi *bilancio*, *borsa*, *brutto* (nel senso oggi scomparso di 'lordo'), *cambio*, *capitale*, *cassa* e *cassiere*, *compagnia*, *contante*, *conto corrente*, *credito* e *creditore*, *debito* e *debitore*, *fallire* e *fallimento*, *investire* e *investimento*, *liquido*, *netto*, *partita*, *quietanza*, *saldare* e *saldo*, *scontare* e *sconto*, *stornare* e *storno*, *traffico*, *tratta*. E potremmo aggiungere anche diverse voci di origine araba o bizantina la cui diffusione all'Europa è sicuramente passata attraverso l'Italia: *aggio*, *avaria*, *carovana*, *dogana*, *fondaco*, *magazzino*, *polizza*, *rischio* col denominale *rischiare*, *sensale*, *tara*, *tariffa*, e *zero* (termine matematico che a ragione può essere incluso in questo elenco in quanto esso nasce e si propaga nell'ambito della matematica abachistica inscindibilmente connessa alla prassi mercantile).

Ma quali sono, nel concreto, i mezzi e i modi attraverso cui questo contingente di italianismi commerciali e finanziari si è trasmesso all'Europa?

² J. DE BRUIJN-VAN DER HELM, *Merce, moneta e monte, Termini commerciali italiani attestati nei testi neerlandesi dei secoli XVI e XVII*, Utrecht, LED, 1992. La spiccata presenza di elementi settentrionali che si ravvisa nei testi citati dall'autrice è dovuta ai rapporti particolarmente stretti che a quest'epoca legano l'area fiamminga a Venezia. Sul volume si veda anche la recensione di A. STUSSI, in «*Revue de Linguistique Romane*», n. 227-228, 1993, pp. 518-519.

³ Cfr. J. DE BRUIJN-VAN DER HELM, cit. pp. 34-38.

Non ci sono dubbi che il primo e più importante mezzo è da individuare nella mobilità dei mercanti stessi, che hanno frequentato le piazze europee e, a partire dalla fine del secolo XIII, con le grandi compagnie toscane, si sono imposti come potenza finanziaria di livello mondiale. Per avere la percezione di quanto vasto e attivo fosse il giro d'affari che questi mercanti gestivano, basterà scorrere gli indici dei toponimi che spesso completano le edizioni dei libri contabili delle grandi compagnie come i Gianfigliuzzi, i Peruzzi, i Frescobaldi, o le edizioni di quegli straordinari strumenti ad uso dei mercanti che erano le pratiche della mercatura. Ma la testimonianza più eloquente e diretta la danno naturalmente gli archivi, i grandi fondi mercantili che sono giunti fino a noi. D'obbligo ricordare l'archivio Datini di Prato, prodigiosamente ricco, che permette di ricostruire i contatti che la compagnia di Francesco di Marco Datini ebbe con quasi tutto il mondo allora conosciuto, comprese le Indie e la Cina. Ma ci sono anche i cospicui fondi mercantili italiani tuttora depositati negli archivi europei, assai utili, fra l'altro, per delineare le mappe delle rotte e degli insediamenti più importanti, che spesso coincidono con i principali snodi di irradiazione del prestito linguistico. Si pensi al patrimonio dei documenti veneziani che si accumulano lungo il bacino del Mediterraneo, nelle grandi sedi coloniali come Ragusa e Cipro; o ai documenti genovesi recuperabili nelle città costiere della Provenza. Forse meno note (e di fatto ancora in parte da esplorare) le raccolte di carte appartenenti alle grandi aziende toscane conservate in alcuni centri dell'Europa occidentale. Per citare quanto è stato valorizzato da recenti pubblicazioni, ricorderò le lettere della compagnia lucchese dei Ricciardi, conservate presso il Public Record Office di Kew (Londra), che hanno visto la luce come ultimo lavoro postumo di Arrigo Castellani.⁴ Nel medesimo archivio si trovano anche i documenti (già editi a suo tempo da Armando Saponi) dei Frescobaldi, che precedettero i Ricciardi come banchieri del re d'Inghilterra. Altro deposito di grandissimo interesse quello lasciato dalla compagnia senese dei Gallerani presso il Rijksarchief di Gent nelle Fiandre, di cui sta occupando Roberta Cella.⁵

Ma non furono solo le gambe dei mercanti a portare nel mondo la terminologia economico-finanziaria italiana; ci fu un mezzo che le diede le ali e la veicolò oltre qualsiasi confine geografico e politico; un mezzo che peraltro, per la

⁴ *Lettere dei Ricciardi di Lucca ai loro compagni in Inghilterra (1295-1303)*, Edizione e glossario a cura di A. CASTELLANI, Introduzione, commenti, indici a cura di I. DEL PUNTA, Roma, Salerno Editrice, 2005.

⁵ R. CELLA, *Le carte della filiale londinese della compagnia dei Gallerani e una Ricordanza di Biagio Aldobrandini (ottobre 1305)*, in «Bollettino dell'Opera del Vocabolario Italiano – Istituto del CNR», VIII, 2003, pp. 403-414; *Libri, conti e lettere della compagnia senese dei Gallerani, I testi*, Pisa, Edizioni, ETS, 2005; e da ultimo *La documentazione Gallerani-Fini nell'Archivio di Stato di Gent (1304-1309)*, Firenze, Sismel-Edizioni del Galluzzo, 2009.

sua stessa natura, fu al contempo capace di imprimere a quella terminologia uno stigma di indiscussa autorevolezza. Questo mezzo è dato dalla *Summa de Arithmetica Geometria Proporzioni et Proportionalità*, l'opera che Luca Pacioli pubblicò a Venezia nel 1494 presso Paganino de' Paganini e che, dato il successo, venne riedita nel 1523, a Tuscolano sul Garda. In questo grande contenitore del sapere matematico medievale, le materie merceologiche e contabili, strettamente connesse alla matematica abachistica, sono spesso chiamate in causa e occupano in modo specifico un'intera sezione (la nona distinzione) entro cui è compreso il *Tractatus XI particularis de computis et scripturis*, tutto dedicato alla gestione della contabilità. Si tratta – come gli storici della ragioneria ben sanno – della prima trattazione organica relativa alla computistica commerciale e finanziaria, comprendente, fra l'altro, la prima esposizione teorica del metodo della partita doppia. E se la *Summa* fu – com'è risaputo – opera fortunatissima, «per tutto l'universo divulgata» come ci dice lo stesso Pacioli nel prologo del *De viribus quantitatis*, una fortuna ancora maggiore ebbe il *De computis et scripturis*, che circolò anche individualmente divenendo un manuale assai utile e ricercato da parte dei mercanti e dei banchieri europei.

Sarebbe impossibile delineare, anche sommariamente, le traduzioni, le rielaborazioni e gli adattamenti che ebbe il *De computis*. Certo è che nel corso del Cinquecento esso viene divulgato in molte delle principali lingue moderne. Non stupisce che l'epicentro della diffusione siano i Paesi Bassi, che vanno sostituendosi all'Italia come asse portante del commercio e della finanza europea. Ad Anversa esce infatti nel 1543 un adattamento fiammingo facente capo al *De Computis* dovuto a Jan Ympyn Christoffels (*Nieuwe instructie ende bewijs der looffelijcker consten des rekenboecks ende rekeninghe te houdene nae die Italiaensche maniere*), da cui derivano immediatamente delle versioni in francese e in inglese, uscite sempre ad Anversa nel 1543 (*Nouvelle instructio, et remonstracion de la tres excellente science du livre de compte et mener comptez, a la maniere d'Itallie*, Anversa, 1543; *A notable ad very excellente woorke, espressyng and declaryng the manner and forme how to keep a booke of accomptes or recoynges*, Londra, 1547). Su un precedente testo di Hugh Oldcastle andato perduto e pubblicato anch'esso nel 1543 (*A profitable treatyce called the instrument or booke to learne to knowe the good order of the kepyng of the famouse reconyng called in latin, Dare and Habere, and in Englyshe, Debitor and Creditor*, Londra, 1543), si basa un'altra versione inglese, dovuta a John Mellis, *A briefe instruction and maner to keepe bookes of accompts after the order of Debitor and Creditor* (Londra, 1588). In area tedesca, l'esperienza pacioliana ha un influsso decisivo su varie opere di argomento contabile che vengono alla luce già nella prima metà del secolo, fra cui ricorderemo *Ein Teutsch*

vertendig Buchhalten fur Herren oder Gesellschafter inhalt Wellischem process di Johann Gotlieb (Norimberga, 1531), *Zwifach Buchhalten* di Wolffgang Schweicker (Norimberga, 1549) e *Die Musterbuchhaltung* (1518) di Matthäus Schwarz, che fu fattore della ditta Fugger di Augusta. Né andrà dimenticato che un compendio latino del trattato *De computis et scripturis* è incluso nella *Practica arithmetice et mensurandi singularis* di Girolamo Cardano (Milano, 1539) col titolo *De ratione librorum tractandorum*.

* * *

Nel proporre ora alcune riflessioni sulla lingua del trattato *De computis et scripturis*, è d'obbligo tener conto di quanto è già stato osservato sulla lingua della *Summa* nel suo complesso. Mi riferisco anzitutto ai fondamentali studi di Enzo Mattesini e di Laura Ricci,⁶ che hanno messo a fuoco i caratteri costitutivi del volgare pacioliiano, che si definiscono in stretto rapporto con le finalità del testo e la tipologia del pubblico al quale esso è rivolto: un pubblico che, come ci dice l'autore stesso nella solenne *Dedica* al Duca di Urbino, comprende *litterati e vulgari*, ovvero intende coinvolgere non solo il lettore tradizionale dei libri d'abaco legato al mondo della mercatura e delle professioni, ma anche un lettore di livello socioculturale più alto, che padroneggia il latino e richiede un testo di maggiore complessità teorica.⁷ Mattesini ha peraltro messo in luce tutta la complessità della lingua pacioliiana, ben ravvisabile anche sul piano fonomorfológico, ovvero nelle sue componenti più minute, relative ai suoni e alle forme. Alla Ricci si deve invece un'accurata analisi del lessico matematico della *Summa*, che consente di coglierne tutta la stratificazione interna, legata a componenti diverse, sia di natura dotta, sia di matrice prettamente popolare. Non abbiamo, purtroppo, uno studio altrettanto ampio e sistematico sulla terminologia del *De computis et scripturis*, che pure in tempi a noi vicini – precisamente nel 1994 – è stato riproposto in un'edizione moderna curata da Annalisa Conterio, edizione che è corredata da un'Introduzione e un commento di Basil Yamey e da una Nota filologica di Gino Belloni.⁸ Va tuttavia segnalato che al *De computis* dedica ampio spazio il recente volume di Roman Sosnowski, *Origini della lingua dell'economia in Italia. Dal XIII al XVI secolo* che, valorizzando il ruolo svolto dal

⁶ Cfr. E. MATTESINI, *Luca Pacioli e l'uso del volgare*, in «Studi linguistici italiani», XXII, 1996, pp. 145-180; L. RICCI, *Il lessico matematico della «Summa» di Luca Pacioli*, in «Studi di lessicografia italiana», XII, 1994, pp. 5-71.

⁷ Più distesamente Pacioli afferma di aver scritto la *Summa* in «materna e vernacula lingua [...] in modo che litterati e vulgari oltre l'utile ne haranno grandissimo piacere in essa exercitandose» (c. IIf). Per la definizione del pubblico a cui la *Summa* si rivolge cfr. L. RICCI, cit., pp. 8-9; E. MATTESINI, cit., pp. 153-155.

⁸ L. PACIOLI, *Trattato di partita doppia*, Venezia 1494, Edizione critica a cura di A. CONTERIO, Introduzione e commento di B. YAMEY, Nota filologica di G. BELLONI, Venezia, Albrizzi, 1994.

trattato pacioliiano ai fini della formazione della lingua italiana (ed europea) dell'economia, si sofferma su molti aspetti terminologici e testuali.⁹

Come accade per le altre branche della matematica, anche per quanto riguarda il settore della contabilità, l'opera svolta da Pacioli non consiste tanto nell'aver innovato, quanto nell'aver raccolto, vagliato e sistematizzato il patrimonio delle conoscenze accumulate nel corso del Medioevo. Lo stesso metodo della partita doppia si sa che era applicato da tempo nei registri dei mercanti italiani: Castellani ne ha additato la presenza già in un libro mastro fiorentino degli anni 1296-1305 (il *Libro del dare e dell'avere di Renieri Fini de' Benzi e fratelli da Figline alle fiere di Sciampagna*).¹⁰ Ed è anche vero che una più sommaria descrizione del metodo si può già trovare nel *Libro dell'arte di mercatura* del raguseo Benedetto Cotrugli, risalente al 1458, per quanto edito solo nel 1573 a cura di Francesco Patrizi, che ne modificò il dettato e lo ripropose col nuovo titolo *Della mercatura e del mercante perfetto* (Venezia, 1573).¹¹ La descrizione pacioliiana resta comunque esemplare, e proprio da essa vogliamo partire per un primo contatto con il testo:¹²

[...] sappi che di tutte le partite che tu harai poste in lo giornale, al quaderno grande te ne conven sempre fare doi, cioè una in dare e l'altra in havere, perché li si chiama debitore per lo "per" e lo creditore per lo "a" [...] che de l'uno e de l'altro si deve da per sé fare una partita, quella del debitore ponere a la man sinistra e quella del creditore a la man dextra. E in quella del debitore chiamare la carta dove sia quella del suo creditore, e così in quella del creditore chiamare la carta di quella dove sia el suo debitore. E in questo modo sempre vengano incatenate tutte le partite del ditto quaderno grande, nel quale mai si deve mettere cosa in dare che quella ancora non si ponga in havere, e così mai si deve mettere cosa in havere che ancora quella medesima con suo amontare non si metta in dare. E di qua nasci poi al bilancio, che del libro si fa nel suo saldo, tanto convien che sia el dare quanto l'avere [...] (p. 73).

Pacioli sta qui descrivendo il metodo di tenuta dei conti che si applica nel *quaderno grande* che, nell'ambito della tipologia dei libri contabili, è quello caratterizzato dal più alto grado di formalità del linguaggio, contrapponendosi per questo al *memoriale* e al *giornale* (o *çornale*, *çornal*, alla veneta). Il brano ci permette di osservare come

⁹ Cfr. R. SOSNOWSKI, *Origini della lingua dell'economia in Italia. Dal XIII al XVI secolo*, Milano, Franco Angeli, 2006, pp. 63-96.

¹⁰ Cfr. *Nuovi testi fiorentini del Dugento*, a cura di A. CASTELLANI, Firenze, Sansoni, 1952, vol. I, pp. 8-9. Sui primordi della partita doppia si veda ora R. CELLA, *La documentazione Gallerani - Fini* cit., pp. 40-58.

¹¹ L'opera di Cotrugli è stata ultimamente edita secondo la lezione desunta da due codici fiorentini del tardo secolo XV: B. COTRUGLI, *Il libro dell'arte di mercatura*, a cura di U. TUCCI, Venezia, Arsenal, 1990. E si veda anche T. ZANATO, *Sul testo della «Mercatura» di Benedetto Cotrugli (A proposito di una recente edizione)*, in «Studi Veneziani», n.s., XXVI, 1993, pp. 15-65.

¹² Tutte le nostre citazioni sono tratte dalla già ricordata edizione curata da Annalisa Conterio: L. PACIOLI, *Trattato di partita doppia*, cit.

quelli che fino ad allora erano dei procedimenti applicativi, per quanto diffusi e collaudati, divengano oggetto di una messa a punto teorica di cui si può apprezzare lo scrupolo e la lucidità espositiva. In effetti il brano risulta costruito con estremo rigore sintattico e terminologico, e francamente riesce a farci dimenticare quella prolissità un po' farraginoso che grava su altre parti della *Summa* e – come sappiamo – ha alimentato, in passato, giudizi negativi e censure riguardanti proprio la lingua.¹³

Proprio la consapevolezza di dare per la prima volta ordine e coerenza a quanto fino ad allora era affidato alla pura pratica induce Pacioli a prestare grande attenzione alle strategie espositive che possono facilitare la recettività del testo.¹⁴ Di qui il largo ricorso a esempi, personificazioni, proverbi. Vivacissimi certi paragoni volti a mettere in luce le doti che il buon mercante deve possedere:

E però bene se figura e asimiglia el mercatante al gallo, quale è fra gli altri el più vigilante animale che sia, e d'inverno e di state fa le sue noturne vigilie, che mai per alcun tempo resta. [...] E anco fia simigliata la sua testa a una che abbia cento ochi, che ancora non li sonno bastanti, né in dir, né in fare [...] (p. 62).

Pacioli è altresì cosciente di dover fondare la sua trattazione su una terminologia non istituzionalizzata, una terminologia ancora varia e variabile, e per molti aspetti incoerente. Ecco allora l'impegno sul piano delle definizioni, che – com'è noto – costituiscono un momento importantissimo che contrassegna la nascita di un sapere che ambisce a proporsi come scientifico. Nel primo brano citato, dedicato alla partita doppia, si sarà notata l'investitura data alle comunissime preposizioni *per* e *a*, che si svincolano dal loro valore convenzionale per riprecisarsi come tecnicismi designanti rispettivamente il debitore e il creditore. Tale investitura viene ribadita in modo ancor più circostanziato in un altro passo:

Doi sonno [...] li termini usati in ditto giornale, l'uno è ditto 'per' e l'altro è ditto 'a', li quali hano loro significati, ciascuno separato. Per lo 'per' sempre se dinota el debitore, o uno o più che sienno, e per lo 'a' se dinota lo creditore, o uno o più se sienno (p. 69).

La stessa attenzione per la lingua induce Pacioli a cogliere la presenza di geosinonimi, ovvero termini equivalenti che, non essendo ancora intervenute le necessarie azioni di coagulo, persistono sul territorio italiano. Pur essendosi autorizzato ad adottare un punto di vista che muove dalla realtà veneziana (il «modo de Vinegia, quale certamente fra gli altri è molto da commendare»), egli non manca di segnalare le voci alternative utilizzate in altri centri,

¹³ Cfr. E. MATTESINI, cit, pp. 160-163; L. RICCI, cit, pp. 16.

¹⁴ Questi aspetti testuali sono messi in evidenza da R. SOSNOWSKI, cit, pp. 78-96.

prestando particolare attenzione alle soluzioni di Firenze, riconosciuta al fianco di Venezia come polo di eccellenza del commercio:¹⁵ «*memoriale*, ovvero secondo alcuni *vachetta* o *squartafoglio*» (p. 64), «uno *alfabeto* ovvero *repertorio*, o voi dir *trovatello* secondo alcuni, a la fiorentina se dici lo *stratto*» (p. 72), «una [partita] chiamata de *pro' e danno*, o voi dire *utile e danno sequito*, ovvero *avançi e desavançi* secondo alcuno paese» (p. 94), «*retrattare*, o voi dire *stornare* a la fiorentina» (p. 97).

Il complesso delle citazioni che abbiamo fin qui proposto offre una campionatura minima, ma comunque sufficiente a dare un'idea della complessità della lingua pacioliiana anche nelle sue componenti di natura fonomorfologica. Si saranno colti alcuni evidenti venetismi come *çornale*, *çornal* (usato però accanto al toscano *giornale*), oppure *cavedale*, *cavedal* in luogo del toscano *capitale*. Essi s'innestano sul tessuto di una lingua fortemente miscidata, con pesanti influssi latini e in larga misura riconducibile ad un toscano contrassegnato da vistose coloriture locali, che rimandano all'area orientale e, talora più specificamente, al paese natale di Borgo Sansepolcro. Significativo, ad esempio, per citare un altro termine di ambito economico marcato però anche nell'aspetto fonologico, *borscia* 'borsa' ovvero metonimicamente 'denaro', 'liquidità disponibile' (e si tratta peraltro di un termine anch'esso oggetto di una puntualizzazione sul piano definitorio: «per la cassa s'intende la tua partita ovvero *borscia*» p. 69): *borscia* in luogo di *borsa* presenta una *s* palatalizzata che è appunto tipica dell'area toscana orientale e umbra settentrionale.¹⁶

* * *

Ma vorrei a questo punto tornare a considerare l'importanza del *De computis et scripturis* come veicolo della terminologia economico-finanziaria italiana nel mondo. Mi propongo quindi, in quest'ultima parte del mio intervento, di delineare brevemente il percorso di alcuni singoli termini nati in seno alla cultura mercantile italiana del tardo Medio Evo, accolti da Pacioli nel *De computis*, e quindi passati, col decisivo contributo di quest'ultimo, alle lingue moderne.¹⁷

Comincerò col termine più comune e diffuso, il già ricordato *banco*. È certo che in Italia si compie il passo decisivo che porta *banco* ad aggiungere al significato

¹⁵ Indicativo il brano in cui, dopo aver passato in rassegna le diverse città italiane con i loro mercanti, afferma: «le qual republiche tra l'altre in Ytalia del trafico tengano el principato, maxime la excelsa città de Venetia con Fiorença» (p. 67).

¹⁶ Per il fenomeno cfr. E. MATTESINI, cit, p. 173.

¹⁷ Per la documentazione degli italianismi nelle diverse lingue e le prime attestazioni di cui daremo notizia qui di seguito, si è proficuamente utilizzato il *Dizionario degli italianismi in inglese, francese, tedesco*, a cura di H. STAMMERJOHANN et al., Firenze, Accademia della Crusca, 2009.

originario di ‘panca’, ‘sedile’ (coerente con l’etimo germanico **bank*) il significato più particolare di origine metonimica di ‘banco di prestatore o cambiatore’ e quindi, per estensione, quello di ‘istituto di credito’. *Bancum* ancora in veste latina, ma col senso di ‘banco di cambio’, è documentato in Liguria già alla metà del secolo XII. A Genova, nella stessa epoca, compaiono anche le prime attestazioni della forma derivata *bancherius*, che verso la fine del secolo si trova anche in documenti pisani.¹⁸ Nei testi volgari *banco*, sempre in forma maschile, si trova a partire dalla fine del secolo XIII, prima a Siena e poi via via a Firenze, Palermo, Venezia.¹⁹ È interessante osservare che all’inizio, in Italia, le voci *banco* e *banchiere* trovano un serio concorrente nelle voci di significato analogo e di uguale origine metonimica *tavola* e *tavoliere*, eredi del latino *tabula* che già era usato nel senso di ‘banco di cambio’. Fino a tutto il Trecento *banco* e *tavola* si alternano nei testi fiorentini, come mostra anche il Boccaccio in una novella del *Decameron* (VIII, 3, 29): «che avrem noi a fare altro, se non mettercela nella scarsella e andare alle *tavole* de’ cambiatori, le quali sapete che stanno sempre cariche di grossi e di fiorini, e torcene quanti noi ne vorremo?». Non ci sono però dubbi che nel secolo successivo, mentre *tavola* va scomparendo, non senza qualche significativa resistenza (a Venezia il termine, nelle sue varianti locali *tola*, *taola*, *taula*, resterà ad indicare l’ufficio addetto alla riscossione del dazio sulle merci in entrata e uscita), *banco* è d’uso corrente presso i mercanti nel significato di ‘istituto di credito’ (si pensi al *Banco dei Medici*). Ne prende atto anche Pacioli che usa comunemente *banco*, *banchieri* (pur ricordando anche l’ufficio veneziano della *Tavola de l’uscita*) e del *banco* così spiega in modo molto efficace la funzione:

E però è da notar che con lo bancho te pòi comunamente impaciare da te, ponendovi denari per più tua sigureçça, ovvero per modo de disposito a la giornata, poter con quelli far tuoi pagamenti chiari a Piero, Giovanni e Martino [...] (p. 90).

Il ventaglio dei corrispondenti europei di *banco* ci pone anzitutto di fronte il francese *banque*, che compare per la prima volta in una lettera di Luigi XI del 1458 (quindi anteriore alla pubblicazione della *Summa*), al quale fanno seguito l’inglese *bank*, il tedesco *Bank*, il neerlandese *bank*, il portoghese e lo spagnolo *banco*, documentati tutti entro la fine del secolo XV o, al massimo, entro i primi anni del XVI. Più precoce, ma pur sempre posteriore agli esempi di area

¹⁸ Cfr. P. LARSON, *Glossario diplomatico toscano avanti il 1200*, Firenze, Accademia della Crusca, 1995, pp. 69-70.

¹⁹ Cfr. *Tesoro della lingua italiana delle Origini*, Firenze, Opera del Vocabolario Italiano, consultabile al sito di rete www.vocabolario.org oppure www.csovi.fi.cnr.it, s.v. *banco*.

italiana, la prima attestazione del francese *banquier* (1243), che sarà seguito a lunga distanza dall'inglese *banker*, dal tedesco *Banker*, dal neerlandese *bankier*, ecc. Da notare che in francese il termine *banque* è subito assimilato al genere femminile, ed è probabilmente per influsso del francese che l'italiano *banco* diviene poi *banca*, quest'ultimo attestato solo a partire dal secolo XVII.²⁰ Insomma *banco*, dopo aver varcato le Alpi e aver dato vita al francese *banque*, subisce l'influsso di quest'ultimo per quanto riguarda il genere e diviene femminile.²¹

Banco appartiene a quei termini che, pur avendo già varcato i confini dell'Italia attraverso il canale immediato e diretto dell'attività mercantile, ricevono attraverso il *De computis et scripturis* una legittimazione e una spinta propulsiva che contribuisce in modo decisivo ad allargarne la diffusione. Ma non mancano termini per i quali l'investitura pacioliiana ha probabilmente assunto un ruolo ancor più determinante, testimoniato dal fatto che la loro diffusione europea risulta relativamente tarda, senz'altro posteriore al secolo XVI. Si tratta di termini che riguardano in modo specifico la tenuta della contabilità.

Prendiamo anzitutto *bilancio*, termine-chiave della pratica computistica, al quale Pacioli riserva la massima attenzione sul piano definitorio:

[...] bisogna hora dar modo al reporto de un libro in l'altro [...]. E questo atto insieme con li sequenti è detto el bilancio del libro, la qual cosa voler sequire bisogna grandissima diligentia (p. 98).

Lo bilancio del libro s'intende un foglio piegato per lo longo, sul quale da la mano destra si copiano li creditori del libro e da la sinistra li debitori. E vedese se la summa del dare è quanto quella de l'avere e allora il libro sta bene. El bilancio del libro debbe essere pari, cioè che tanto debbe essere la summa, non dico de' creditori, né debitori, ma dico la summa del credito, quanto la summa del debito, e non essendo, saria errore nel libro (p. 106).

Qui, come dicevamo, il quadro delle voci corrispondenti nelle diverse lingue rimanda ad anni decisamente posteriori al *De computis*: si veda il portoghese

²⁰ Cfr. M. CORTELAZZO-M. ZOLLI, *Il nuovo etimologico. DELI. Dizionario etimologico della lingua italiana*, Bologna, Zanichelli, 1999 (II ediz., a cura di M. CORTELAZZO e M. A. CORTELAZZO), s. v. *banca*.

²¹ Pure d'importazione francese sembra essere il composto *bancarotta*, dato che dobbiamo constatare che le prime attestazioni del francese *banqueroute* (1466), come pure quelle del tedesco *Bankeruth* (1457), del neerlandese *bankroet* (1526) e dell'inglese *banke rota* (1533) precedono l'apparire dell'italiano *bancarotta*, che è documentato più tardi e subito nella forma femminile. Che il composto italiano fosse reimportato dal francese lo avevano già sostenuto i puristi ottocenteschi. Cfr. M. CORTELAZZO-M. ZOLLI, *Il nuovo etimologico*, cit. s.v. *bancarotta*; inoltre T. E. HOPE, *Lexical Borrowing in the Romance Languages. A Critical Study of Italianism in French and Gallicism in Italian from 1100 to 1900*, Oxford, Blackwell, 1971, pp. 28-29.

balanço (1512), il neerlandese *balance, bylance* (che compare per la prima volta nel 1543, anno in cui viene pubblicata ad Anversa la traduzione fiamminga di Jan Ympyn Christoffels), e poi il francese *bilan* (1578), il tedesco *Bilanz*, l'inglese *balance*, ecc.

Interessante anche il caso di *stornare*, proposto da Pacioli come forma fiorentina nel significato di 'correggere una partita contabile scritta per errore in un luogo trasferendola altrove' (che poi si evolverà nell'accezione più generica e moderna di 'girare una partita da un conto ad un altro'):

È ancora necessario al bon quadernieri sapere retrattare, o voi dire stornare a la fiorentina, una partita che per errore havesse posta in altro luogo che ella dovesse andare, comme se l'avesse messa in dare e doviala ponere in havere, et è contra, e quando dovia porla a conto de Martino, e lui la misse a conto de Çuani, et è contra (p. 97).

Se una partita fosse a libro messa per errore, che non dovessi essere, come adviene a le volte per ismemoragine, e tu la volessi istornare, farai così [...] (p. 107).

I continuatori francesi di *stornare* e del relativo sostantivo *storno*, nella gamma delle loro varianti antiche e moderne (*extorne, extorni, stourny, resto(u)rne, risto(u)rne* e corrispondenti voci verbali), sono stati presi in esame da Benedek Elemer Vidos,²² che li considera di derivazione italiana e ne segnala la presenza in alcuni repertori specializzati del secolo XVIII, quali il *Dictionnaire universel de commerce* di Jaques Savary des Bruslons (Amsterdam, 1726) e, successivamente, il *Traité des assurances et des contrats a la grosse* di M. Balthazard-Marie Emerigon (Marsiglia, 1783), che documenta l'ulteriore sviluppo semantico che i termini *stourny, ristourne, restourne* assumono in campo assicurativo a indicare «la dissolution de la police d'assurance».

Vidos certo non sbaglia nell'interpretare le voci francesi come italianismi; non rileva però la stretta dipendenza che esse hanno nei confronti del *De Computis*: una dipendenza che risulta ancor più evidente se si guarda alla definizione fornita da Savary des Bruslons, visibilmente calcata su quella pacioliiana: *restorner* «contreposer un article mal porté dans le grand Livre, au débit ou au crédit d'un compte: On dit aussi Extorne»; *restorne* «Terme de Teneur de Livres. C'est la même chose que Contreposition... Quelques-uns se servent du terme d'Extorne, ou d'Extorni, qui a la même signification». Né del resto potevano indurlo sulla corretta strada i dizionari storici allora disponibili (l'articolo di Vidos risale al 1965),

²² Cfr. B. E. VIDOS, *Prestito, espansione e migrazione dei termini tecnici nelle lingue romanze e non romanze. Problemi, metodo, risultati*, Firenze, Olschki, 1965, pp. 133-135.

dalla Crusca al Tommaseo-Bellini,²³ che non registrano affatto le voci *stornare*, *storno* nella loro accezione contabile. Colpisce però che questa lacuna non venga adeguatamente colmata neppure dall'ultima grande impresa della lessicografia storica italiana, il *Grande dizionario della lingua italiana* della UTET, che accoglie *stornare* nel significato che ci interessa, con esempi a partire dal secolo XVI inoltrato, e quindi senza citare Pacioli²⁴ (l'attestazione pacioliiana è invece segnalata nel *Dizionario etimologico della lingua italiana* di Cortelazzo e Zolli²⁵ che la recupera dal Glossario dei termini commerciali d'epoca medievale della Edler).²⁶ Infine, per completare il quadro della diffusione di questo italianismo, ricorderemo che ai riscontri francesi si aggiungono quelli tedeschi: *stornieren*, *Storno*; e poi quelli neerlandesi: *storneren* (ma già dal sec. XVII in forma non adattata, *storno*, *ristorno*); quelli portoghesi: *estornar*, *estorno*, ecc.

In realtà la storia degli italianismi di ambito economico è ancora in gran parte da scrivere. I dati che si ricavano dai comuni strumenti bibliografici danno a volte l'impressione di affiorare come punte di un *iceberg* che ha sotto di sé un sommerso molto esteso. Indispensabile, per chi voglia portare alla luce queste zone d'ombra, sottoporre la terminologia tecnica depositata nel *De computis et scripturis* ad un'analisi sistematica che la interpreti in modo esauriente e la valorizzi in tutta la sua ampiezza, colmando le lacune che, come abbiamo visto, caratterizzano la nostra lessicografia storica, compresa quella più recente.²⁷ Ma è anche indispensabile, naturalmente, un lavoro capillare che metta in evidenza come la terminologia del *De computis* venga recepita dalle tantissime traduzioni e rielaborazioni che il trattato ebbe nelle diverse lingue e che fecero scuola a generazioni di mercanti.²⁸

²³ Si allude alla V impressione del *Vocabolario degli Accademici della Crusca*, Firenze, Tipografia Galileiana, 1863-1923, e al *Dizionario della lingua italiana* di N. TOMMASEO e B. BELLINI, Torino, Unione Tipografico-Editrice, 1861-1879.

²⁴ Cfr. *Grande dizionario della lingua italiana*, fondato da S. BATTAGLIA e diretto da G. BARBERI SQUAROTTI, Torino, UTET, 1961-2002, s. v.

²⁵ Cfr. M. CORTELAZZO-M. ZOLLI, *Il nuovo etimologico*, cit, s. v.

²⁶ F. EDLER, *Glossary of Mediaeval Terms of Business. Italian Series 1200-1600*, Cambridge, Mass., The Mediaeval Academy of America, 1934.

²⁷ Riferendoci al *Grande dizionario della lingua italiana*, fondato da S. BATTAGLIA, cit, abbiamo notato il caso di *stornare*, di cui non viene registrata l'attestazione pacioliiana. Ma lo stesso accade per *bilancio*, anch'esso accolto con una documentazione che parte dal secolo XVI inoltrato. Altri termini sono del tutto assenti: così *alfabeto* e *trovarello* impiegati da Pacioli per designare l'indice di tutti i debitori e creditori registrati nel libro mastro.

²⁸ Sui rapporti fra la *Summa* e i primi adattamenti, quello fiammingo di Ympyng Christoffels e quello inglese di Mellis, si sofferma ampiamente il commento di Basil Yamey in L. PACIOLI, *Trattato di partita doppia*, cit, pp. 23-29 e 113-185. In quest'ultima sezione, Yamey propone dei raffronti che consentono di osservare quanto sarebbe interessante e proficuo anche uno sviluppo dell'analisi in direzione più prettamente lessicale.

È auspicabile che un tale allargamento di studi – in direzione sia interna che esterna – possa realizzarsi, superando le difficoltà che indubbiamente si prospettano (penso ad esempio alle competenze interlinguistiche che l'analisi delle traduzioni richiede, per non dire delle competenze interdisciplinari, come sempre irrinunciabili quando si affrontino le lingue della scienza e della tecnica). Potrebbe essere questo un grande progetto da varare in futuro. Mi permetto di augurarlo, convinta che solo così avremo la possibilità di cogliere in tutta la sua portata il contributo che, attraverso Pacioli, l'italiano ha dato ad un settore terminologico come quello dell'economia, d'importanza non secondaria per la formazione del lessico intellettuale europeo.

ENZO MATTESINI*

Scavi lessicali nel De viribus quantitatis di Luca Pacioli

Da un entusiasta divulgatore, sia pure a livello “alto”, del sapere matematico quale si mostra perfino dalle sue opere maggiori Luca Pacioli, tutto proteso alle implicazioni pratiche dello scibile, non ci si poteva non attendere un’opera come il *De viribus quantitatis*, vasta silloge – come ricordava qualche anno fa Elisabetta Ulivi – «di problemi a carattere ricreativo sullo stile di un altro testo ms. cioè il *Libro di giuochi mathematici* di Piero di Nicolao d’Antonio da Filicaia» di poco posteriore (ca. 1511)¹.

Non molto tempo dopo la consegna alla stampa della *Summa de Arithmetica Geometria Proportioni et Proportionalità*, impressa sotto la sua personale cura nel 1494 nelle officine veneziane del «prudente homo» Paganino de’ Paganini da Brescia, sappiamo dai biografi che Luca dal Borgo Sansepulcro fu chiamato alla corte sforzesca per tenere l’insegnamento della matematica nell’università, appositamente istituito per lui da Ludovico il Moro. Proprio durante il suo soggiorno milanese, protrattosi dal 1496 al 1499, il francescano strinse uno stretto e proficuo legame di fraterna amicizia con Leonardo – a più riprese orgogliosamente rivendicato nelle sue opere – e si dedicò alla composizione del *Compendio de la divina proportione* che costituisce il primo dei tre distinti trattati in cui si articola il *De divina proportione* (cc. 1r-23r), l’altra sua fondamentale opera, tra le più rilevanti della matematica rinascimentale, che vide per la prima volta la luce della stampa ancora a Venezia presso lo stesso editore nel 1509². Portato a termine il

***Università di Perugia.**

¹ È conservato presso la Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze, cod. Magl. Cl. XI, 15. Cfr. E. ULIVI, *Luca Pacioli, una biografia scientifica*, in *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, a cura di E. Giusti e C. Maccagni, Firenze, Giunti, 1994, pp. 21-110, a pp. 73-75, che ci fornisce anche una breve rassegna sulla tradizione di giochi e problemi matematici dilettevoli, a volte simili o del tutto uguali a quelli di Pacioli. Ricordo che anche il cosiddetto “Tractatus mathematicus”, dedicato agli allievi perugini (si veda oltre), contiene una parte che riguarda questioni di matematica ricreativa e geometria pratica: «La undecima parte contiene bolzoni, o voi dir tastoni, ut de ludis mathematicis, e fia denotata per literam B e gomenza a carti 217 e sonno ragioni numero 38» (c. 3r 1-4, mia la trascrizione).

² Il secondo trattato è un compendio di architettura che si rifà al testo basilare di Vitruvio (cc. 23r-33v) ed è dedicato «Ali suoi carissimi discipuli e alievi Cesaro del Saxo, Cera del Cera, Rainer Francesco de Pippo, Bernardino e Marsilio da Monte e Hieronymo del Secciarino e compagni del Borgo San Sepulcro degni lapicidi di scultura e architectonica facultà solertissimi sectatori»; il terzo trattato, offerto al gonfaloniere

Compendio, Pacioli avrebbe posto mano alla compilazione del *De viribus quantitatis*.

In realtà non si conosce con esattezza l'anno (o piuttosto gli anni) in cui avvenne la stesura di quella che si dice essere stata cronologicamente l'ultima sua opera. Secondo don Ivano Ricci, stimato storico biturgense, sarebbe stata addirittura scritta nel 1488 (ancor prima della edizione a stampa della *Summa* quindi), ma si tratta certamente di un mero errore meccanico o piuttosto di un banale refuso tipografico³. Infatti Augusto Marinoni, a cui si deve la *Prefazione* della recente edizione del *De viribus quantitatis*, ne stabilisce la stesura «[i]ntorno al 1498»⁴.

Con buona probabilità si può tuttavia soltanto affermare che l'opera fu compilata in un lasso di tempo piuttosto ampio, e cioè dal 1496 (quando avrà cominciato a raccogliere i primi materiali) ad almeno il 1508⁵. Nella lettera dedicatoria, dopo la *Summa*, si ricorda anche «la sublime altra nostra opera detta “Della divina Proportione”, nelli anni similmente salutiferi 1496, alo excelentissimo et potentissimo duca de Milano, Ludovico Maria Sforza dicata et con dignissima gratitudine praesentata»⁶, che viene quindi a costituire il *terminus post quem*⁷. Il termine *ante quem* è rappresentato dal 29 dicembre 1508, allorché Pacioli rivolge una supplica al Doge di Venezia Leonardo Loredan in cui, oltre a manifestare

e amico fiorentino Pier Soderini, è il *Libellus in tres partiales tractatus divisus*, il “famigerato” volgarizzamento del *De quinque corporibus regularibus* del concittadino Piero della Francesca, che gli costò la nota accusa di plagio da parte di Giorgio Vasari (*Le vite de' più eccellenti pittori, scultori et architettori*, Milano, Sonzogno, 1928, 3 voll., vol. I, p. 876).

³ D. I. RICCI, *Fra Luca Pacioli. L'uomo e lo scienziato (con documenti inediti)*, Sanssepulcro, Stab. tip. «Boncompagni», Succ. Giampieri-Gennaioli-Palazzeschi, 1940, p. 35, che si rifà alla voce dell'*Enciclopedia italiana*, vol. XXV, p. 882, curata da Amedeo Agostini.

⁴ L. PACIOLI, *De viribus quantitatis*, trascrizione di M. Garlaschi Peirani dal codice n. 250 della Biblioteca Universitaria di Bologna. Prefazione e direzione di A. Marinoni, Milano, Ente Raccolta Vinciana, 1997, p. VI.

⁵ Alcuni passi sembrano concorrere a una più precisa datazione della stesura. Ad esempio, al cap. LXXXV della seconda parte del *De viribus q.*, laddove si ricorda come «Cesare Valentino, duca de Romagna et al presente signor de Piombino» (lo fu dal 1501 al 1503), dovendo attraversare con il suo esercito un fiume largo più di «passa 24», fece costruire rapidamente un ponte militare, forse su progetto di Leonardo (nominato in effetti ingegnere militare del Borgia nell'agosto del 1502). Stando dunque al testo, a questa data la compilazione dell'opera avrebbe superato di poco la sua metà. Sulla questione si veda comunque la *Prefazione* di A. Marinoni a L. PACIOLI, *De viribus quantitatis ...*, cit., pp. VIII-IX, che richiama tra l'altro l'attenzione su un'aggiunta al testo del 1509.

⁶ *De viribus q.*, c. 1r 17-21. Di séguito corre la notizia che «le supraeme et legiadriissime figure de tutti li platonici et mathematici corpi regolare et dependenti, che in prospectivo disegno non è possibile al mondo farli meglio, quando bene Apelle, Mirone, Policreto et gli altri fra noi tornassero» furono «facte et formate per quella ineffabile senistra mano a tutte discipline mathematici acomodatissima del prencipe oggi fra' mortali pro prima fiorentino Lionardo nostro da Venci, in quel foelici tempo che insieme a' medesimi stipendii nella mirabilissima città di Milano ci trovammo» (ivi, c. 1rv; qui, come più oltre nelle citazioni, mia la trascrizione di sul ricordato manoscritto bolognese).

⁷ In realtà la dedica nella *princeps* del 1509 è del 9 febbraio 1498.

l'intenzione di dare alle stampe alcune sue opere, e cioè «tutti li quindecim libri de Euclide» e il «De divina proportione» (che in effetti vedranno la luce l'anno successivo), con anche il «De viribus quantitatis» e il «De ludo scachorum» – rimasti però entrambi inediti fino a tempi recenti –, nonché la «Summa» (stampata già nel 1494, e poi di nuovo nel 1523), chiede altresì il privilegio che «alcuno non possi a ruina sua istamparle in questa inclyta città né in lo suo sublime dominio né altrove [...] fin ad anni vinti proximi»⁸.

A quanto si conosce il *De viribus q.* è trådito da un unico manoscritto, il cod. cartaceo 250 (mm. 240x165), della Biblioteca Universitaria di Bologna, che proviene dal fondo librario del bibliofilo bolognese Giovanni Giacomo Amadei (1686-1767), canonico di S. Maria Maggiore, come si ricava dal *recto* della c. Ia, vergata in latino da mano diversa da quella che ha esemplato l'intero testo⁹.

Le carte I-XIII, numerate in cifre romane sempre in alto a destra del *recto*, contengono la «Taula del presente compendio detto De viribus quantitatis» (le ultime tre parole in inchiostro rosso). Il testo del trattato è vergato nelle cc. 1-292, numerate invece in cifre arabe. Precede il compendio vero e proprio la già ricordata «epistola dell'autore» (cc. 1r-2v) e un «prologo» (cc. 2v-3v).

Il manoscritto non è autografo, né si conosce l'autore della copia, che nel corso del XVI secolo ne ha trascritto il testo in una corsiva libraria accuratamente calligrafica, vergando diligentemente 24 righe per carta con inchiostro bruno scuro, a parte titoli dei capitoli e lettere iniziali in rosso.

Nella lettera proemiale manca il nome del dedicatario; la cancellatura delle prime otto linee di scrittura (e di parte della nona e della decima)¹⁰ ha indotto il Marinoni a ritenere che ciò possa essere «probabile conseguenza dell'alterna onnipotenza delle umane sorti che deve aver gettato il Principe dall'altare nella polvere»¹¹; altri prima di lui (più genericamente o, se si vuole, meno

⁸ La supplica è conservata nell'Archivio di Stato di Venezia, Collegio, Notatorio, reg. 16, cc. 35r-36v. Si veda in proposito E. ULIVI, *Luca Pacioli ...*, cit., p. 28 e, da ultimo, D. CONTIN, *Luca Pacioli e il De ludo scachorum*, «Contributi di filologia dell'Italia mediana», XXI, 2007, pp. 5-18, a p. 7.

⁹ Nella c. IIb, numerata recentemente come la prima nell'angolo superiore esterno del *recto*, si legge di mano ancora diversa: «Compendio detto de Viribus quantitatis M. S. inedito del 1496, in 4°. Ne fu autore Frate Luca Paciolo dalla Città di Borgo S. Sepolcro dell'ordine de' Minori». Segue una elencazione delle opere edite e inedite dell'autore (con le ultime cinque righe nel *verso* della medesima carta).

¹⁰ Anche la c. Ir, dove ha inizio la cit. «Taula», al rigo 11 legge: «È prima la epistola dell'autore a ***» (con spazio lasciato in bianco). E inoltre, a c. 2r 18-23, ancora senza precisa indicazione: «... deliberai el presente compendio, in segno de efficacissimo, servile amore, a Vostra Excellentia dicare, del quale non dubito che grandissimo apiacere et consolatione, insieme con tutta sua ligiadrissima corte, non ne prenda per le divine forze de ditta quantità che in epso se manifestano ...».

¹¹ Cfr. L. PACIOLI, *De divina proportione*. Introduzione di A. Marinoni, Roma-Milano, Associazione fra le Casse di Risparmio Italiane-Silvana Editoriale, 1982 (Fontes Ambrosiani in lucem editi cura et studio Bibliothecae Ambrosianae, LXXII), p. 6.

maliziosamente) hanno attribuito il fatto a una precisa intenzione del copista, che avrebbe lasciato «spesso spazi vuoti per le lettere da alluminarsi, ed è per questa ragione che non ci sono pervenuti né il nome del personaggio cui l'opera fu dedicata né l'anno della sua composizione»¹².

La questione non pare di gran conto, almeno per gli scopi che ci si prefigge in questo lavoro.

Piuttosto merita sottolineare l'unicità della fonte di trasmissione del trattato (sempre che non ci tocchi in sorte di rinvenirne altri esemplari)¹³, che potrebbe far pensare quantomeno a una scarsa circolazione dell'opera, se non proprio a un suo poco favorevole accoglimento. Ma anche questa è storia recondita, che non si può ancora scrivere. Il dato certo, l'unico, è che il *De viribus q.* – che, come tutte le altre opere di Pacioli stampate o comunque destinate ai torchi, presenta una lettera dedicatoria¹⁴ – non venne mai edito pur essendo l'autore pienamente consapevole delle straordinarie possibilità di diffusione della recente invenzione della stampa a caratteri mobili¹⁵. La certezza dell'intenzione di Pacioli di destinare l'opera all'*ars artificialiter scribendi* ci è data per l'appunto dalla ricordata supplica di fine dicembre 1508 al Doge di Venezia.

Sull'esito negativo del progetto può aver influito o la perdita del manoscritto originale o, sia pure entro certi limiti, anche il livello di elaborazione del testo ovvero – che è più o meno dire la stessa cosa – l'insoddisfazione dell'autore medesimo (o di un eventuale stampatore). Ci soccorre nell'ipotesi per un verso la sorte toccata a un'altra opera di Pacioli, destinata pur essa all'intrattenimento di quegli ambienti cortigiani da lui assiduamente frequentati, il *De ludis*, e in particolare alla sua sezione dedicata al gioco degli scacchi (il *De ludo scachorum*), che non fu mai stampato, e per un altro verso il voluminoso trattato autografo, ad uso didattico, scritto proprio per gli allievi dello *Studium perusinum* tra il dicembre 1477 e l'aprile dell'anno successivo, trasmesso dal codice Vat. Lat. 3129, inedito pur esso fino a tempi recenti¹⁶, il cui contenuto è andato per larghissima parte a

¹² A. AGOSTINI, *Il "De viribus quantitatis" di Luca Pacioli*, «Periodico di matematiche», serie IV, IV, 1924, pp. 165-192, a p. 165.

¹³ Di nessuna rilevanza, com'è ovvio, la copia esemplata nel 1852 da Amedeo Caronti di sullo stesso codice della Biblioteca Universitaria di Bologna per il principe Baldassarre Boncompagni (attualmente presso la Biblioteca Casanatense di Roma, ms. 4066). Cfr. V. MONTEBELLI, *I giochi matematici nel De viribus quantitatis*, in *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*. Atti del convegno internazionale di studi, Sansepolcro, 13-16 aprile 1994, a cura di E. Giusti, Città di Castello, Petrucci, 1998, pp. 313-330, a p. 313.

¹⁴ Cfr. per questo E. MATTESINI, *La lingua di un trattato di scacchi attribuito a Luca Pacioli*, «Contributi di filologia dell'Italia mediana», XXI, 2007, pp. 47-78, a pp. 70-72.

¹⁵ Su questo si veda quanto ne ho scritto in E. MATTESINI, *Luca Pacioli e l'uso del volgare*, «Studi linguistici italiani», XXII, 1996, pp. 145-180, a pp. 157-158.

¹⁶ L. PACIOLI, *"Tractatus mathematicus ad discipulos perusinos"*, a cura di G. Calzoni e G. Cavazzoni, s. n. t. [ma Città di Castello, Delta Grafica, 1996].

confluire nella *Summa*. La fortuna editoriale dell'opera maggiore ne dovette probabilmente precludere l'accesso alle stampe.

Si diceva del livello di elaborazione. Ai copisti si è soliti attribuire ogni sorta di responsabilità per le corrotte del testo. In effetti il manoscritto che ci conserva il *De viribus q.* mostra varie lacunosità, non corrispondenza dei titoli tra indice e testo, mancanza dello svolgimento di alcuni problemi elencati nella «Taula del presente compendio», frequentissimi errori meccanici e fraintendimenti non tutti sanabili, salti e incongruenze attribuibili giocoforza alla mano che ha esemplato la copia. Non è qui ovviamente la sede per produrre quello che sarebbe un lunghissimo elenco, non tanto di oscillazioni nella resa di suoni e forme – responsabili dell'imponente polimorfia, che potrebbe comunque essere anche caratteristica ingenita –, quanto piuttosto di vere e proprie disgrafie di vario genere, di metatesi grafiche senza effettivo riscontro fonetico, di aplografie e di incoerenze testuali che qua e là rendono addirittura problematica la piena intelligenza del dettato¹⁷.

Del *De viribus q.* abbiamo ora a disposizione una recente edizione a stampa, senza dubbio di valido sussidio agli studi di storia della matematica¹⁸, ma filologicamente non impeccabile e quindi non completamente affidabile per una disamina complessiva delle caratteristiche grafiche e fonetiche, morfosintattiche e lessicali del testo che, pur non essendo autografo, si rivela comunque di rimarchevole interesse e che oltretutto – come avrò modo di precisare più avanti – conferma in larga misura, al netto delle scorrezioni, quanto già si conosceva della lingua di Pacioli.

Il *De viribus q.* si propone principalmente di mostrare la forza della matematica e come essa possa avere anche aspetti dilettevoli. L'opera costituisce, come altri suoi trattati, una specie di "summa", cioè un'ampia compilazione di problemi matematici su base numerica, di risoluzioni di questioni geometriche, di quesiti fisico-meccanici e di vari giochi di parole, indovinelli e altri passatempi, con intenti più o meno pratici (stimolare la capacità di ragionamento) o didascalici (risolvere situazioni a prima vista complicate), sempre comunque ricreativi (dilettare e meravigliare i lettori o gli ascoltatori nelle corti signorili). L'amichevole sodalizio con Leonardo alla corte di Ludovico Maria Sforza, materiato da reciproca stima e da comune interesse per le discipline matematiche e le loro applicazioni pratiche, produsse risultati fecondi soprattutto nella progettazione e nella costruzione di opere

¹⁷ Nell'edizione critica che sto curando per «Aboca Museum Edizioni» di Sansepolcro darò puntualmente conto di tutto ciò in apparato.

¹⁸ Vd. L. PACIOLI, *De viribus quantitatis* ..., cit. (che è in pratica la stampa della tesi di laurea della Garlaschi Peirani).

difensive e di macchine belliche per il Ducato, senza dimenticare che proprio in questo torno di tempo il genio di Vinci stava lavorando alla statua equestre di Francesco Sforza e ad affrescare il *Cenacolo* nel refettorio di Santa Maria delle Grazie. Appare pertanto più che plausibile che proprio in questo clima di fervore teorico-scientifico e di concreta operatività il minorita di Borgo Sansepolcro abbia pensato e prodotto una silloge come il *De viribus q.* che è principalmente – direi quasi – un “monumento” alle straordinarie possibilità di un utilizzo pragmatico delle conoscenze matematiche, una dimostrazione a vari livelli e per circostanze diverse del quotidiano della potenza delle “quantità” numeriche e geometriche.

Il Pacioli uomo di religione, che a un certo punto può anche fregiarsi del titolo di “magister theologiae”, è convinto non solo che il sapere matematico è una delle vie che conducono a quel Dio creatore che riflette la sua immagine nei molteplici aspetti della realtà, ma soprattutto che le discipline matematiche

sianno fondamento e scala de pervenire ala notitia de ciascun'altra scientia per essere loro nel primo grado dela certeça [...] e loro sequitano tutte le naturali. E sença lor notitia fia impossibile alcun'altra bene intendere e nella Sapientia ancora è scripto “quod omnia consistunt in numero, pondere et mensura”, cioè che tutto ciò che per lo universo inferiore e superiore si squaterna, quello de necessità al numero, peso e mensura fia soctoposto¹⁹.

Tutte le opere di Luca affondano le proprie radici in quella fertilissima *humus* alimentata dal clima filosofico e culturale sviluppatosi nella seconda metà del Quattrocento soprattutto a Firenze: il neplatonismo. Sebbene la cultura ufficiale della Chiesa fosse ancora di matrice aristotelica, tuttavia Luca ebbe modo di conoscere il nuovo indirizzo filosofico per i contatti, più o meno diretti, con uomini impegnati in prima persona nella cultura platonica, come Botticelli, o comunque legati a questa nuova sensibilità, come Piero della Francesca e Leonardo. Pacioli fa dunque suo il principio platonico secondo cui l'intera realtà è «traducibile in termini matematici, anzi addirittura tutta la realtà è numero, è misura e proporzione»²⁰. Mosso da questa convinzione e consapevole altresì della notevole richiesta di conoscenza delle discipline

¹⁹ Cfr. *Divina proportione*, c. 2r. Questa citazione del versetto della *Sapienza* XI, 21 («Omnia in mensura et numero et pondere disposuisti») ricorre anche nella *Summa*, c. 5r. e può essere accostata all'analoga espressione del *Timeo* di Platone: Ταῦτα πρῶτον διεσχηματίσατο εἶδεσθαι τε καὶ ἀριθμοῖς; inoltre, nel frontespizio della *princeps* (1509) della *Divina proportione* si legge programmaticamente: «Opera a tutti gl'ingegni perspicaci e curiosi necessaria. Ove ciascun studioso di Philosophia, Prospectiva, Pictura, Sculptura, Architectura, Musica, e altre Mathematiche, suavissima, sottile e admirabile doctrina consequirà, e delectarasi con varie questione de secretissima scientia». Vd. anche E. MATTESINI, *Luca Pacioli ...*, cit., pp. 149-151.

²⁰ Cfr. E. MIRRI, *Elementi di filosofia platonica in Luca Pacioli*, in *Filosofia e cultura in Umbria tra Medioevo e Rinascimento*. Atti del IV Convegno di Studi umbri, Gubbio, 22-26 maggio 1966, Gubbio-Perugia, Centro di Studi umbri-Università degli studi di Perugia, pp. 377-389, a p. 383.

matematiche che viene dal mondo dei cosiddetti “empirici vulgari”, quel variegato mondo costituito cioè da tecnici delle varie arti, artisti di professione, banchieri e mercanti, egli è pronto a fornire loro una serie di trattati che costituiscano un compendio del sapere matematico utile a fini operativi, piuttosto che teorici. Così è in particolare per l’opera sua più famosa, la *Summa*, una vera e propria enciclopedia del sapere matematico fino ad allora conosciuto, con anche la presenza di tariffe monetarie e la descrizione del metodo della partita doppia per la tenuta dei libri contabili, così è per la *Divina proportione*, con i suoi tre diversi trattati, così doveva essere per il *De ludis*, che al suo interno conteneva, tra le altre cose, un trattato sul gioco degli scacchi di cui l’autografo recentemente scoperto da Duilio Contin nella biblioteca della Fondazione Coronini Cronberg di Gorizia non è che un brogliaccio contenente un florilegio di 121 “partiti” o problemi scacchistici, una «specie di scartafaccio provvisorio da servire a una successiva e più accurata redazione»²¹; così è infine per il *De viribus q.*, anch’esso – come s’è detto – una ricca antologia di vari problemi a carattere ricreativo e di altro ancora.

L’opera è divisa in tre parti. La prima contiene veri e propri giochi numerici (in tutto 81 problemi dilettevoli, denominati a volte «effecti», a volte semplicemente «capitoli») che intendono mostrare appunto la forza dei numeri (la *quantità discreta*), cioè quali straordinari risultati si possono ottenere applicando talune regole aritmetiche.

La seconda parte tratta *della virtù et forza geometrica, con dignissimi documenti*. Si compone di CXXXIV documenti (ordinati talora anche in «capitoli») in cui vengono proposti al lettore dapprima 80 quesiti geometrici (alcuni abbinati a tavole e disegni), con indicazioni pratiche per la costruzione di figure piane, e poi a seguire 54 problemi, alcuni di carattere fisico-meccanico, risolvibili sulla base delle conoscenze geometriche (la *quantità continua*); tra questi ultimi – per non fare che solo qualche esempio – *saper dire quanta neve et aqua mette et piove sopra l’universo una nocte* (doc. LXXXI), *turare una finestra quadra con tre pietre quadre, commo si possa et commo no* (doc. LXXXII), *uno fiume largo 24 et con legni lunghi 16 solamente farvi ponte senza altro* (doc. LXXXV), *stando in terra, dir quanto va una nave* (doc. LXXXIX), ecc.

Nella prima delle due sezioni di questa seconda parte Pacioli non intende (come già ha fatto nella *Summa*) ripetere «i principi de epsa geometria», cioè le definizioni euclidee e le dimostrazioni dei teoremi. La trattazione non vuole cioè avere alcunché di teorico²². Insegna solo come si possano costruire, sulla base della teoria e con

²¹ E. MATTESINI, *La lingua di un trattato di scacchi ...*, cit., pp. 73-75 (a p. 75 la citaz.).

²² In proposito si veda il doc. XXXVI (c. 153rv): «Sonno nell’arte pratica le linee perallele, ovvero equidistanti, molto necessarie, e così in la theorica tutta de geometria senza lor notitia mal si pò fare, e con quelle tutta l’arte pictoria si rege et governase la cosmografia del’universo superiore et inferiore; per la qual cosa, a tua

opportuni strumenti, le più svariate figure geometriche (cerchio, triangolo, quadrato, rombo, eptagono, ecc.) e le loro parti («angoli et lati de semicirculo, diametro, circonferenza, centro, corda, arco», ecc.). Il destinatario è costituito appunto da quella categoria di “empirici” (agrimensori, astronomi, geometri e architetti, cosmografi, ecc.), che nel lavoro quotidiano mettono a partito le indispensabili basi teoriche, esortati da Pacioli a considerare quanta bellezza si celi nella forza della «quantità discreta e lineale» e quanto sia degno di ammirazione il loro lavoro di operatori:

La industria mirabile del buon geometra, che dele forze e virtù lineale èlice, non è senza immensa dolcezza e spirituale recreatione, maxime quando de diverse forme e qualità una ne fa risultare. (doc. LV, c. 169v 6-10)

Nella seconda sezione sono presentati, oltre a quelli fisico-meccanici, problemi anche curiosi, destinati a divertire e a suscitare stupore nell'uditorio composto da «idioti» o «donnicciole», che non conoscono neppure i primi rudimenti delle basi teoriche sottese a questi artifici pratici, come, ad esempio, *fare stare uno coltello fuora de una tavola in s'uno regoletto o altra stecca* (cap. LXLIIII), *in s'una punta d'ago sostenere uno stecco con doi et più coltelli pur in bilico* (cap. LXLVIII), *scrivere una letra difficile a leger* (cap. CXII), *ardere una candela in aqua et usque in finem* (cap. CXV), *tagliare uno pome dentro, senza tagliare la scorcia, et così persico, laranzo* (cap. CXXIII), *torcere uno agutto con uno fazoletto* (cap. CXXVIII), ecc. Parafrasando il primo verso del noto distico mariniano, si potrebbe dire che, in questa sezione del *De viribus q.*, «è del matematico il fin la meraviglia».

La terza parte del trattato non ha propriamente carattere scientifico e si apre con la sezione dedicata a poco più d'una ventina di *Documenti morali utilissimi commo proverbii* improntati al comune buon senso popolare e desunti dall'antica e diffusa tradizione paremiologica. I proverbi “moralì” sono seguiti da un componimento intitolato *Lamento de uno innamorato verso una donzella* (22 dei 27 distici iniziano con lettere in precisa successione alfabetica e mostrano pertanto una intenzionalità didattica)²³ e da una breve elencazione di *Documenti et proverbii mercanteschi utilissimi*, molti dei quali probabilmente noti a Pacioli per la sua personale e lunga frequentazione degli ambienti della mercatura.

bastanza, el presente documento di quelle ti darà norma con brevità, benché scientifiche el nostro philosopho procedendo, per la 31ª del primo te lo mostri. Ma commo più volte s'è detto, noi atendiamo a'lato pratico operativo, prosuponendo le theoriche già concluse».

²³ Il componimento termina infatti con le parole «Finis alfabeti».

Il fulcro tuttavia di questa terza parte è costituito dagli 83 «documenti» che trattano, non più «dela virtù e forza del'una e l'altra quantità, cioè continua et discreta, cioè arimethica e geometria con lor proportione», bensì di «alcune forze e virtù naturali quali procedono da sé a sé dala loro maestra fondamentale, detta natura», che produce “effecti” i quali, al solito, «certamente a chi ignora li secreti suoi parano miraculi»²⁴. Si tratta di indicazioni varie su modalità di scrittura occulte, cioè come tracciare lettere su carta bianca in modo che lo scritto sia visibile o comprensibile al solo destinatario, avvalendosi o di sostanze appositamente preparate o di codici speciali (veri e propri crittogrammi); e ancora di ricette per ottenere prodotti d'uso comune come colla, inchiostro, essenze di fiori ed erbe profumate per la biancheria e inoltre una serie di passatempi, tra cui quello che ha dato vita al modo di dire “l'uovo di Colombo”²⁵ o quello, da sempre tradizionale nelle nostre campagne ma oggi fortemente rilanciato da mode di importazione, della zucca svuotata con candela accesa all'interno²⁶; qui anche veri e propri giochi di prestigio, quasi da illusionista, appunto per sbalordire gli incolti:

Se scrive anchora, per maraveglia ali indioti, con aqua de pozzo tolta a lor modo et con una penna tolta a lor modo, in carta biancha. Scrivendo le lettere vengano nere, che a loro pare un miraculo, maxime alle doniciole che non sanno più in là, etc. (c. 238v 7-11)

Lo stesso concetto è talora ribadito anche in latino:

Et poi dirai ali astanti che niuno soffiando non lo farà andar fore de ditto c[e]rchio; purché ditto cerchio sia sì grande che 'l capello non possa insir[e], et soffiando andarà or qua or là et mai uscirà. Quod erit idiotis et mulieribus satis iocundum. (c. 249v 18-23)

E in lingua “grammaticale”, pur essendo l'intero trattato scritto in volgare, oltre ad alcuni brevi brani, si leggono parti di una certa consistenza, destinate evidentemente a un pubblico di persone colte, come, ad esempio, sotto il titolo *De*

²⁴ *De viribus q.*, c. 236r 4-13.

²⁵ Tuttavia Pacioli ne assegna ad altri la paternità: «Capitolo LII. Documento. Far star ritto in punta uno ovo senz'altro. Recipe uno ovo, et fra molti siando a una taula proponi de farlo stare ritto in punta senz'altro, ponendo pegno, commo già feci Pippo de ser Brunelleschi, architecto fiorentino, qual voltò la cupola de Sancta Liberata, etc. Onde ognuno che non sa penserà el modo et tu lo farai subito con dextrezza, botando con la punta in sula taula, in modo che si acciachi, et lasciandolo, sempre se tirà e meglio quando fosse cotto sodo; la qual cosa vista parrà facile et prima niun la sapia» (cc. 251v-252r).

²⁶ «Capitolo. LXXIX. Documento: far parere di nocte un capo brutto. Un collo de zucha, cioè la sumata de una zucha longa, et in quello con lo tuo cortello farrai ochi, bocha, orecchie, naso forate; poi di nocte, lontano, posto in terra con una candeluzza mettarà paura, etc. Facto a guisa de qualche bestia parrà un dimonio, commo potrai provare, etc.» (c. 258v 2-9).

problematibus et enigmatibus litteralibus (cc. 261v-268r), dove è infatti raccolta una serie di enigmi, problemi e giochi di parole in latino, a cui tuttavia si intessono qua e là alcuni brevi lacerti in volgare.

Vengono da ultimo i *Problemata vulgari a sollicitar ingenno et fa[r] solazzo* (cc. 268v-292v), ripartizione che contiene 222 indovinelli non già, come i precedenti, destinati ai “litterati”, ma per i “vulgari”, cioè per le persone semplici e indotte «aciò in epsi facendose experti, sieno ali resposte pronti sì li maschi commo le femine» (c. 268 v 9-10). Non mancano né quelli improntati a un’ingenua ovvietà o semplicemente burleschi, né quelli salaci a doppio senso sessuale (risolti però in chiave grottesca), e neppure difetta il largo ricorso alla coprolalia²⁷, di cui l’autore chiede genericamente venia al lettore («Parce queso, lector, nam faceta narramus et remotis arbitris») ²⁸, ovvero ne dà giustificazione sul piano, per così dire, della linguistica testuale, facendo osservare come le parole possono assumere significati diversi in funzione del contesto in cui sono adibite:

Et perché a tutti el senso litterale non è noto, però oltra li già dinanze alli dotti posti, qui sequente alquanti per li vulgari ne porremo, aciò in epsi facendose experti, sieno ali resposte pronti, sì li maschi commo le femine. Conscios[i]a che sieno de natura alegre et de solazi honesti, havenga che alcune parolle fra loro se interponghino in aparenza mancho che honeste, le quali poi, exposte et interpretate, aperto dimostrano el senso vero. Et pertanto sonno piacevili, perché nel dire par che sonno una cosa, nondimeno nel senso sia un’altra sì in bene comme in male, commo intenderai. (c. 268v 6-17)

Tra gli indovinelli 218-219 è interposto l’*Epitaphium Romae in ede divi Bartholomei inter duos pontes* (in latino, così come in latino è la parte finale dell’ultimo indovinello e l’intera carta 292v).

A conclusione di questa cursoria descrizione dell’intera compagine del trattato è d’obbligo una pur ovvia considerazione: i problemi, i giochi e gli indovinelli che Pacioli raccoglie in questa cretomazia non sono originali, avvalendosi egli in gran parte della tradizione ludica che si era andata costituendo nel tempo a partire dalle

²⁷ Cfr. il n. «44. Dime che cosa è quella che tutto il dì caca et poi la sera se copre con la sua merda. Dirai el fuoco, che tutto il dì fa cenere et poi la sera con quella se copre como sai, etc.» (c. 272r 13-16), il n. «72. Dimme che vol dire corpo sopra corpo, e mani sotto el culo, et carne fresca in buco. Dirai la donna che lacta el fanciulo al pecto; li tiene le mani sotto al culo che non caschi; el suo corpo sopra al suo et la popa, carne fresca, nel bucco, cioè nella bocca. Ideo, etc.» (c. 274v 9-13), il n. «102. Dimme perché l’asino piscia ala stroschia degli altri asini et fiutando alza el muso al cielo degrignando ...» (c. 277v 12-14), il n. «122. Dimme che cosa [è] quella che se caca doi volte et mangiase una. Dirai l’uovo della gallina et altri, che una volta el caca lei, l’altra tu» (c. 280v 15-17), il n. «167. Dimme se fra la p[otta] e ’l cu[lo] nascesse una rossa [‘rosa’] e lor litigassero de chi dovesse essere, a dar giusta sentenza, como faresti tu? Dirai che tu la fiutaristi et, se l’ha più de mer[da] che de piscio, dirai che la sia del cu[lo]» (c. 284r 22-24 e 284v 1), ecc.

²⁸ Cfr. c. 282v 4-5.

Propositiones ad acuendos iuvenes che Alcuino di York (735-804), maestro di Carlo Magno, aveva dedicato ai giovani. Non lo sono neppure quelli di contenuto matematico, che si rifanno in buona parte a quelle “ragioni di sollazzo” già presenti nella tradizione abachistica, utili a distogliere l’intelletto dalla vasta casistica delle mere questioni mercantili per ritagliarsi uno spazio di semplice svago²⁹. Ancora una volta il merito del francescano di Borgo Sansepolcro non sta dunque nell’originalità dei contenuti, bensì nella sensibilità di cogliere le esigenze della società del tempo e nella capacità di allestire un’antologia ampia e molto varia di passatempi per soddisfare a una tale richiesta.

La prosa dei testi riuniti nella silloge pacioliiana presenta un andamento discorsivo che indulge frequentemente all’autobiografia o piuttosto all’aneddotica personale (in mancanza di più probanti riscontri documentali). Un ritmo narrativo capace sovente di avvincere il lettore per la sua vicinanza al parlato, che si avvale quindi di una costruzione del periodo tutto sommato abbastanza semplice (anche se non mancano i passi che fanno largo impiego della subordinazione), un periodare che si prefigge comunque la chiarezza massima nei confronti di quegli «idioti splebei» ai quali intende «dimostrare li admirandi e stupendi effecti che de ditta quantità procedano, sì della discreta como della continua, quali veramente nel conspecto de ciascuno non humani, ma divini, sonno da essere existimati»³⁰.

Se gli “idioti”, i rozzi (detti da Pacioli anche “cozzi”, con voce ancor oggi viva nel dialetto locale) e le donne sono i destinatari – ai quali il procedimento per raggiungere i risultati pratici, spesso intenzionalmente complicato dal numero di operazioni richieste, deve rimanere segreto di modo che la soluzione dei vari problemi risulterà loro tanto più sbalorditiva e portentosa contribuendo a circondare il conduttore del gioco di un’aura quasi miracolosa –, se questi sono dunque i destinatari, allora l’uso del volgare è certamente d’obbligo. Non più quindi scelta deliberata – e perciò tanto più importante in quanto innovativa, sia pure non in assoluto, per la storia della lingua scientifica, come nel caso della *Summa* o della *Divina proportione*, trattazioni cioè di livello medio-alto e di contenuto teorico-pratico³¹ – ma adozione condizionata dall’intento esclusivamente pratico-

²⁹ A questo punto sorge spontaneo il nome di un suo contemporaneo, quello di Leon Battista Alberti con i suoi *Ludi matematici* (Milano, Guanda, 1980). L’influenza culturale e letteraria dell’Alberti (di cui Luca fu ospite a Roma nel 1471) è stata già invocata per la scelta del volgare (e per altro ancora) da parte di Pacioli in tutte le sue opere. Cfr. E. MATTESINI, *Luca Pacioli ...*, cit., pp. 148, 155 e 163.

³⁰ *De viribus q.*, c. 1v 12-16.

³¹ Com’è noto tutte le opere di Pacioli sono in volgare, se si esclude l’edizione con commento degli *Elementa* di Euclide (stampata a Venezia nel 1509). Per la questione dell’adozione consapevole del volgare per la divulgazione del sapere matematico sia «pratico» che teorico tra XV e XVI secolo, nel periodo cioè del cosiddetto «rinascimento scientifico», si veda E. MATTESINI, *Luca Pacioli ...*, cit., pp. 150-158 (e bibliografia ivi indicata).

didascalico e ludico del *De viribus q.* e obbligata dal livello socio-culturale dei naturali fruitori dell'opera ormai pressoché del tutto ignari del latino. Nella lettera dedicatoria Pacioli lo dice espressamente:

Et perché più chiaro succeda sua immensa et delectevole dolcezza, per evitare la scrabosità deli termini suoi latini, non a tutti a' nostri tempi forse facilmente noti per la carità ['carenza'] di lor buoni praeceptori, però in vernacula et materna nostra vulgar lingua lo dispose³², non che però a Vostra Excellentia un più alto che 'l ciceronico stile non s'aspettasse, ma stretto da compasione a' suoi inferiori. (c. 2rv)

Ancora in latino tuttavia, oltre alle sezioni già viste, ai titoli di alcuni problemi e a saltuarie frasi e citazioni, probabile cascame delle fonti a cui Pacioli ha attinto, resta il titolo³³, che è sintomatico di quella «simbiosi tra latino e volgare» a cui si assiste in età umanistica³⁴.

Il volgare adibito, nonostante la condizione di copia non autografa del codice, è quello che ben si conosce nelle sue pur minime peculiarità attraverso le altre opere di Pacioli e su cui non è dunque qui il caso di indugiare troppo a lungo³⁵. Una lingua in ogni caso che mostra ancora una forte patina latineggiante a livello grafico-fonetico, morfosintattico e financo lessicale (*h-* iniziale, a volte anche anetimologico, conservazione dei nessi consonantici <bs>, <ct>, <dv>, <ps>, <pt>, <ti> + voc., ecc., voci come *acervo de saxa* 'cumulo di sassi', *admirandi*, *caulo*, *èlice* 'scaturisce', *figolo* 'vasaio', *frigido*, *lepore*, *licori*, *magnopera*, *regulare*, *spate*, *summo opifice*, ecc.), mescolata a vari elementi tipici dell'idioma natio di Borgo Sansepolcro (amplissima la presenza di *e* atona di latino volgare per *i* in voci come *depegni*, *desegnata*, *el*, *laberinto*, *maraveglioso*, *mesura*, ecc.; ben rappresentata anche la preferenza per *ar* atono in luogo di *er* in forme quali *avanzarà*, *barnice* 'vernice', *ciarabotane*, *sarare* 'serrare', ecc.; molto più frequente che in altre opere il fenomeno

³² Queste ultime sono più o meno le stesse parole usate nella *Summa*, c. IIf 18 (cfr. E. MATTESINI, Luca Pacioli..., cit., p. 160).

³³ Come avviene del resto per tutti gli altri suoi trattati dalla *Summa* al *De divina proportione*, allo stesso deperito *De ludis*, all'interno del quale era contenuto il già ricordato *De ludo scachorum*, che doveva essere comunque altro dal trattatello autografo recentemente riscoperto da Duilio Contin presso l'archivio della Fondazione Coronini Cronberg di Gorizia (cfr. sopra la nota 14). Per le ragioni dell'attribuzione e per l'intera questione rinvio al bel volume *Gli scacchi di Luca Pacioli. Evoluzione rinascimentale di un gioco matematico*, Sansepolcro, Aboca Museum Edizioni, 2007, pp. 75-99 e 101-128. Ma si veda ora, con qualche modifica, A. BARTOLI LANGELI, *Il manoscritto goriziano coi Partiti di scacchi e la scrittura di Luca Pacioli*, «Contributi di filologia dell'Italia mediana», XXI, 2007, pp. 19-46 e E. MATTESINI, *La lingua di un trattato di scacchi ...*, cit.

³⁴ B. MIGLIORINI, *Storia della lingua italiana*, Firenze, Sansoni, 1963⁴, p. 257.

³⁵ Per una più dettagliata disamina delle caratteristiche linguistiche del volgare pacioliiano cfr. E. MATTESINI, *Luca Pacioli ...*, cit., pp. 168-180 e E. MATTESINI, *La lingua di un trattato di scacchi ...*, cit., pp. 49-69.

tipico del borghese della chiusura in *-i* di *-e* finale dopo consonante palatale o vibrante *r* documentato da *croci, mastici, pulici, semplici, valigi*, ecc. e da *auricolari, corrieri, taglieri* [tutte forme al sing.]; addirittura imponente lo scempiamento consonantico in protonia e postonia che riverbera un tratto ancora ben vivace nel dialetto odierno, confermato dagli altrettanto frequentissimi ipercorrettismi come *apresse* ‘apprese’, *disparra, monette, parolle*, ecc.; attestato anche il cosiddetto betacismo, non estraneo alla parlata borghese attuale, anche se con frequenza minore: *barnice, bermeglie, biva, bolta, pioba* ‘piova’, ecc., con anche la lenizione in *venché, vinda* ‘binda’, *vinducio* allato però a *binducio*), commisto anche a qualche tratto settentrionale della cui provenienza si è altrove discusso (casi di assibilazione come in *capassone* o [indiotia] *capasone* ‘capoccione’, *fazoletto, fereza e ferizza* ‘freccia’, *menaze, in scurzo* ‘in scorcio’, *venzere, zellata* ‘celata’, ecc.; le forme di gerundio in *-ando* nei verbi di coniugazione diversa dalla prima, come *habbiando, sapiando, siando* ‘essendo’ e inoltre *siropi* con passaggio da *s* palatale a sibilante dentale); il tutto temperato da una toscanità più “letteraria” (dittongamento di *e, o* toniche di timbro aperto; casi di anafonesi fiorentina come *asimiglia, asotiglia, lingua, vince, aggiunto, punto*, ecc. a fronte di molto più numerosi esempi di conservazione di *e, o* chiuse nelle medesime condizioni; qualche caso di rafforzamento sintattico, da sempre estraneo al dialetto borghese, come *a rrompere, A ssimili, E sse*, ecc.).

Uno strumento espressivo composito, con i tipici ingredienti delle lingue di *koinè* (destinate presto a soccombere per il prorompere e il diffondersi di una più limpida e meglio assimilata toscanità), assai spesso rude e stentato perché ancora acerbo, tipico di molte scritture quattrocentesche di registro tecnico-scientifico e non solo. Fu proprio questa “rozzezza”, questa trascuratezza nello stile che tanto dispiacque nel secolo successivo al Baldi, che ne dette un giudizio fortemente negativo sulla base però di un incongruo accostamento a quello che era allora il modello toscano-fiorentino ormai pressoché imperante³⁶.

Naturalmente il severo giudizio di condanna del volgare pacioliano da parte di uno scrittore cinquecentesco potrebbe essere in qualche modo attenuato, se non addirittura rivisto in appello, sia per la già ricordata mancanza, a quell’altezza cronologica, di una norma linguistica consolidata, sia per l’assenza di modelli autorevoli di lingua genericamente “scientifica”, un settore della prosa quant’altri mai impervio anche per quello che è il versante lessicale; va da sé comunque che il

³⁶ Per la questione si veda E. MATTESINI, *Luca Pacioli ...*, cit., pp. 160-164 (e bibliografia ivi indicata) e da ultimo anche M. PIOTTI, *I giudizi linguistici di Bernardino Baldi*, in *Bernardino Baldi (1553-1617) studioso rinascimentale: poesia, storia, linguistica, meccanica, architettura*. Atti del Convegno di studi di Milano (19-21 novembre 2003), a cura di E. Nenci, Milano, Franco Angeli, 2005, pp. 115-126, a pp. 119-120.

giudizio negativo non può concernere, o lo può in minor misura, l'ambito terminologico di una scienza.

E siamo al lessico. Le prime due parti del *De viribus q.* offrono molti di quei tecnicismi dell'aritmetica e della geometria già utilizzati e definiti teoricamente nella *Summa* e nella *Divina proportione* che, pur stampata nel 1509, come già si è ricordato era stata composta negli anni milanesi. Anzi, non pochi di questi termini tecnico-scientifici compaiono altresì, com'è ovvio, nell'autografo trattato matematico per gli allievi perugini conservato nella biblioteca Vaticana a cui si è sopra accennato³⁷.

Su questo vocabolario tecnico, a lungo trascurato dalla lessicografia storica, e sulle possibili retrodatazioni, anche di lungo termine, di alcune sue voci siamo bene informati dall'indagine di Laura Ricci, che oltretutto consente una più corretta valutazione dell'evolversi «di determinate branche della matematica, che stando alla descrizione fornita dai lessici, conoscerebbero uno sviluppo significativo solo molto più tardi»³⁸. Un ulteriore apporto alle nostre conoscenze sulla terminologia scientifica pacioliiana ci è stato successivamente fornito da una mia allieva, Edvige Mazziotti³⁹. A questi due studi si rimanda per i riscontri con fonti latine e con fonti volgari contemporanee o precedenti (come l'*Aritmetica* di Treviso e l'*Arithmetica* di Pietro Borghi) relativi alle varie voci che, presenti nella *Summa* e nella *Divina proportione*, sono attestate anche nel *De viribus q.*, di cui dunque si darà qui una semplice elencazione; per i termini che invece mancano ai glossari dei due saggi citati, oltre al contesto, si forniranno altri rinvii e, segnatamente per quelli relativi alla parte che tratta *della virtù et forza geometrica*, si darà conto della loro eventuale presenza in due volgarizzamenti della *Practica Geometriae* di Leonardo Fibonacci⁴⁰.

Questo lessico tecnico della matematica si sostanzia di termini di origine colta modellati sulla tradizione greco-latina (a scapito di una terminologia più "popolare")⁴¹ e di largo impiego nella trattatistica mediolatina (che risalgono

³⁷ Sul quale sto da tempo conducendo un'indagine linguistico-lessicale per un utile confronto con le caratteristiche del volgare di Pacioli che emergono dalle scritture autografe di registro pratico-documentario (lettere e testamenti).

³⁸ L. RICCI, *Il lessico matematico della «Summa» di Luca Pacioli*, «Studi di lessicografia italiana», XII, 1994, pp. 5-71 (a p. 17 la citaz.).

³⁹ E. MAZZIOTTI, *Tecnicismi matematici nella «Divina Proportione» di Luca Pacioli*, «Contributi di filologia dell'Italia mediana», IX, 1995, pp. 55-81.

⁴⁰ A. SIMI, *La geometria nel Rinascimento: il codice Ottoboniano Latino 3307 della Biblioteca Apostolica Vaticana*, «Contributi di filologia dell'Italia mediana», XIII, 1999, pp. 41-109; F. FEOLA, *Gli esordi della geometria in volgare. Un volgarizzamento trecentesco della Practica Geometriae di Leonardo Pisano*, Firenze, Accademia della Crusca, 2008. Le sigle [R], [M], [F] e [S] rinviano ai glossari di Ricci, Mazziotti, Feola e Simi. Avverto infine che delle singole voci non si fornisce la totalità delle occorrenze.

⁴¹ Ad esempio si riscontra una sola occorrenza di *cantone* 284r, ma non nel significato tecnico di 'angolo'.

soprattutto a Boezio, Euclide o Leonardo Pisano) come *algebra* 51r, 174v [R], *ampligonio* ‘detto di triangolo avente un angolo ottuso’ 136v («per voler el tuo triangolo equicruo ampligonio») [R], [S], *ambligonia* 138r («questa specie pò essere ambligonia e pò essere oxigonia»), *ambligonii* 136r («Onde a voler formare subito deli altri, cioè ambligonii che àno uno angulo obtuso, cioè maggior de recto») e *ambligonio* 138r («Et se tu lo volesse ambligonio, cioè che havesse l’angolo obtuso maggior de retto»), *angulo acuto* 133r, 136v, 139r [R], [F], [S], *angulo curvilinio* 133r [R], *angulo obtuso* 133r, 138r, 139r [S], *angulo erecto* 133r e *angulo recto* 138v, 139r [F], [S], e inoltre, non presenti nei glossari presi a riferimento, *angulo acutissimo* 152v (solo *angulo acuto* [R], *angulo aguto* [F], *angulo achuto* [S]), *angulo più arditto* 199v («cioè minore de recto»), *angulo bastardo* 133r (lo stesso che *angulo mixto*, vd. oltre), *angulo della contingentia* 153r («causerà uno angulo acutissimo de tutti gli rectilini, cioè che non sarà possibile formare un angulo con doi linee recte più angusto di quello; et questo è quello che dali philosophi fia ditto angulo della contingentia»), *angulo mixto* 133r («et mixto over bastardo»), *angulo* (e *-ulo*) *pentagonico* VIIv, 141v, 142v e *angulo rectilinio* 133r, 150r, 150v («saper [dividere] un angulo rectilinio»), 152v («causerà uno angulo acutissimo de tutti gli rectilini, cioè che non sarà possibile formare un angulo con doi linee recte più angusto di quello»).

Si riscontra ovviamente *arco* IXr, 133v, 137r, 139v, 152r, 153r e passim [R], [F], [S], *acutiangolo* 138r («harai formato el triangolo de .3. lati inaequali oxigonio, cioè acutiangolo») [M]), *cateto* 145v, 183v [R], [F], [S], *centro* IXr, 133v, 135rv, 139v, 140r e passim e *centro del cerchio* IXr, 145v, 176r, 177v, 178r, 180r, 181v [F], *cerchio* IIIr, VIIv, IXr, IXv, XIv, XIIIr, 11v, 87v, 99v e passim [F], *circumferentia* 101r, 133v, 152v, 194r [F], [S] e *circunferentia della sua etlithica* 229v, *contingente* 133v [R], *corda* 133v, 183v [F], *corde* VIIr, *corda del’angulo pentagonico* 142v, *corda pentagonale* 145r («cioè di quella linea che fia protracta dal’un deli angoli del pentagono al’altro suo opposito»), *corde pentagonali* 145r, *co[r]di pentagonali* VIIv, *corpo* ‘solido geometrico’ [R], [F], [S], solo però accompagnato da determinanti, e cioè *c. columnare* 133v [R: solo *piramide colonnale*], *c. cubico* 133v [M], [S: solo *radicie cubica*], *c. pyramidale* 133v, *c. regolare* 133v [R], *c. seratile* 133v [R], [S], *c. sperico* 133v, 201r, *decagono* VIIv, 147v [R], [M], [S], *diametro* VIIv, 117v, 118r, 120v, 133v, 137r e passim [R], [F], [S], *equatione* 51v [R], *equiangolo* 141r, 142r, 145v, 147v e passim [R], [S], *equilatero* (vd. oltre *figura quadrata e.*, *octagono e.*, *quindecagono e.*) [R], [S], *exagono* VIIv, 142v, 143rv, 144rv, 145rv, 146r e passim [R], [M: solo *exagonale* (agg.)], [F], [S], *figura rectilinea* ‘figura piana delimitata da linee rette’ 147r [F], [S] e anche *figure rectilineae* 138v, *[figure] rectelinee* 145v («la quinta figura in

ordine dele r.», 147v, *geometria* Ir, 133r, 153v, 170v, 236r [F], *gnomone* 170r, 170v, 188r [R], *ysocbele* VIIr («Della 2ª spetie triangolare di .2. lati equali dicta y.»), 136r [R], [S], *ysopleuros* ‘triangolo equilatero’ 135v [R], [S], *multiplicatori communi* 55v, *numero perfetto* 44v, 45v, 46r, 46v [R] e *numero sano* ‘numero razionale intero’ Iv, 35r, 38r [R], ma anche (assenti nel lessico della *Summa*) *numeri rationati* 65v [R], *numeri exagitati* 47r, *numero mixto* («cioè composto del digito et del’articulo») 60v, 61r, 137r, *orthogonio* ‘detto di triangolo avente un angolo retto, triangolo rettangolo’ 136r («quali *** propriamente, secondo Plato nel suo “Timeo”, sonno la mità de un quadrato et per consequente sia orthogonio, cioè che l’uno deli suoi angoli sia recto»), 137v («la terza specie triangolare, dicta scalenon, la quale medesimamente pò essere ortogonia»), 152v [R], [S], *oxigonio* 136v, 138r («harai formato el triangolo de .3. lati inaequali oxigonio, cioè acutiangolo») [R], [S], *paralele* (linee) 133v, 165v, *pentagono* 145r [F], [M], [S] (con anche, non attestati nella *Summa*, *pentagono equilatero et equiangolo* VIIr, 141r e *pentagono rationale* 143r), *peralelogramo rectangulo* 171r [R: *paralelograma*], [F: *parilogrammo*], *perpendicularare* VIIIr, 144v, 145v, 150v, 151r e passim [F], [S], *portione (de cerchio)* IXr, 133v, 176v, 177r, 177v [R], [F], *progressione octupla* 129v, *progressione (...)* *sexcupla* 129r, *septupla (progressione)* 129r [R: *progressione*], *continua proportionalità* VIIIv, 160r [R], [M], *proportione* 49v, 54v, 136r, 141v e passim [R], [F], [S], *proportione continua* 160v, 161v [S], *quadrilatero* 139r, 140r (sost.) («q. regolare»), 140v e *quadrilatero* 138v (anche come agg., vd. *figure q.*) [R], [F], [S], *quadrilatero regolare* 185r («non limitando altramente el quadrilatero regolare, ovvero elmuariffo»), *quantità* 1r, 1v, 2r, 5r e passim, *quantità continua* 1v, 162v, 236r [R], *quantità discreta* 1v, 236r [R], *radici cuba* 24v, 25r, 50v [R], [S], *radici sorda* 28v, 175r [R], *rombo* VIIr, 139r, 140r, 140v [F], [S], *ronbon* 138v, *rombo equilatero* 140v, *romboide* ‘parallelogramma con i lati opposti uguali e gli angoli non retti’ VIIr, 140v, 141r, *ronboyde* 138v («la 4ª, simile al elmuaym, ovvero r.») [F], [S], *saetta* 183v [R], [F], [S], *scaleno* VIIr, *scalenon* 137v («la terza specie triangolare, dicta scalenon, la quale medesimamente pò essere ortogonia») ‘detto di triangolo avente i lati non uguali’ [R], *semicirculo* 133v, 139v, 153r, 171v, 175r, 175v [R], [S], *superficie circolari* 229r, *superficie curvilinia* 133r, *superficie rectilinea* 133r, *superficie spherica* 133r (per *superficie* [R], [F], [S]), *tetragono* Vr21 [R], [F], [S], *tetragono longo* ‘rettangolo’ VIIr («tetragono longo, aliter parte altera longiore»), 124r, 137v («Et questa sempre nasci dal tetragono longo [...] ditto tetragono longo ovvero, secondo Boetio, parte altera longior»), 139r, 139v, 140v, *tetragono orthogonio* 167v, *sancta unità* 52r ‘il numero uno’ [R: *unità*],

triangolare 137v («la terza specie triangolare»), [R], [M], **triangolo** 138r (vd. sopra *ampligonio*, *ysoschele*, *ysopleuros*, *orthogonio*, *oxigonio*, *scaleno*).

Compaiono inoltre voci con solo saltuari riscontri dai glossari presi a riferimento, ma in gran parte attestate nel *Trattato d'Abaco* di Piero della Francesca⁴². È, ad esempio, il caso di **abattere** 'sottrarre' 49v (nelle forme flesse *abatte* e *abatti*), 50r, 164v [R], **acozza** 8v 'somma' [R], **algorismi** 60r 'trattati di aritmetica' [R], **avenimento** 21r, 61v 'risultato di un'operazione aritmetica' [R], **digito** e **digitto** 'numero di una sola cifra' 60v, 61v, 77v, 78v, 80v, 87r e passim, **elmuarife** 39r e **elmuariffe** 139r («L'altre tutte [figure] quadrilatere, da queste in fuore, sonno dette elmuariffe, cioè irregolari»), **elmuariffo** (agg.) 185r («non limitando altramente el quadrilatero regolare, overo elmuariffo»), **elmuaym** 138v 'rombo' («elmuaym over ronbon»), 140r, 140v, **elmuin** 218v («E così de mano in mano andarai voltandola in modo che tu vorrai a fare pieghe similiter al elmuin»), **linea etlitica** 229v, **eptagono** 145v [M], **eptangola** VIIr («Della figura detta eptangola, cioè de .17. lati»), **equalità** 159v («tagliarai alla equalità de ditta linea»), **equicruro** 'triangolo isoscele' 136r («2^a specie principale de triangoli se chiama vulgarmente equicruro, cioè de .2. lati aequali, altramente ysochele»), 136v («per voler el tuo triangolo equicruro ampligonio») [S: *equicurio*], **figura quadrata equilatera** 138v 'quadrato', **figura tetragona longa** 138v 'rettangolo', **figure quadrilatere** 139r, **inorthogonii** 137v («l'arai risoluto in .2. triangoli inaequaliter inorthogonii»), **ipotumissa**, **yipotumissa** 172v, **linea girativa** 224v, **nonangolo** VIIv, 147r, **numeratori comuni** 55v, **obtusio** (vd. *angulo o.*), **ottagono** 146v, **octagono equilatero et equiangolo** 147r, **parte altera longior** 137v e **parte altera longiore** VIIr (vd. sopra *tetragono longo*), **parti agregative**, **p. aliquotae**, **p. irrationali**, **p. multiplicative** 155v («parti aliquotae o voi dire multiplicative peroché del'altre irrationali overo agregative, o voi dire inproprie ditte, non cura»), **partitore** 37v, 42v, 44r 66v, 165v, 166v e **-i** 44v, 50r, 55v, **productio** IIr, 5v, 19v, 20v, 22r e passim, **quincuplasse** Vv, 128v, **quincupla** 51r, **-o** 49r, 49v, 51r, 142v e passim, **quincuplarai** 51r, ecc., **quindecagona (figura)** VIIIr («cioè de .15. lati»), **quindecagono** 148v, **quindecagono equilatero** 149r, **repiego** 'divisore' 13r, 43v («basta che ora lo multiplichì per .2. che sia el repiego de .8., cioè .2. v[i]a .4.»), 55rv, 60r, 61v, 62v e passim [R], **rotto (numero)** '(numero) frazionario' Iv, IIv, 4v, 16v, 17r e passim [F], **sedecagono** 149v («cioè figura de .16. lati»), **summara** 'somma' 81r («summara de' numeri») (non attestato in questa forma), **tondo** IXv,

⁴² A cui rinvia il *Grande dizionario della lingua italiana* fondato da S. Battaglia, Torino, UTET, 1961-2002 (d'ora in poi GDLI). Per l'edizione critica di questo autografo pierfrancescano ho curato la parte relativa a *Grafia e Note linguistiche* e l'*Indice lessicale*. Cfr. PIERO DELLA FRANCESCA, *Abaco*. Edizione Nazionale degli scritti di Piero della Francesca, Roma, Poligrafico dello Stato (in corso di stampa).

Xr, 143v, 179r e passim, *tondi intrinseci et extrinseci* 178r, *tridecagona (figura)* VIIIr, *tridecagono* 148v («cioè figura de .13. lati»).

Non mi risultano presenti nella *Summa* e nella *Divina Proportione* nemmeno *articolo* 60r («prima da te tacitamente tu fermerai un numero quale termini in nulla; cioè, phylosophice parlando, prenderai uno articolo, che così lo chiamano in loro algorismi, commo a dire .10., .20., .40., .100., .1000., etc.»), 60v («overo un numero mixto, cioè composto del digito et del'a.»), *binario* 22v, 41r 'due numeri', *cinquino* 85r («Et quando gitasse buffa, cioè tutti .6., overo cinquino al 3°, quaderno al 3°»), *concaua et convesa* 133v, *decenario* 41r, *duodenario* 101v, *novenario* 17r, 101v, *ottonario* 101v, *quaderno* 85r, *quaternario* 'quaterna di numeri' 14v, 130v, *quinarii* 15v, *senario* 101v e *senarii* 16r, *setenario* 101v, *stoleus* (lat.) 137v («della .3. spetie di .3. lati inequali, dicta stoleus»), *strinsico* 200v («l capo *b*, strinsico, non passi la curvità del capo *c*»), *ternario* 35v, 130r, 130v, *-i* 15v, *undecagono* VIIIr, 148r, 149v.

Si registrano anche alcuni tecnicismi popolari: *biscia* 220v («prima tirando dal castello .f. alla sua porta .d. la linea .a. biscia») e *a biscia* 'a zigzag, serpeggiando' 227r («Ma bisogna prima torno a torno segnarla con la penna et compartire a biscia, che l'onde venghino disparo») [GDLI, s.v., 2], *circino* 'compasso' 133v («così l'uno de ditti strumenti servirà per la recta et chiamaremolo riga, l'altro per la curva et chiamaremolo sexto, over compasso o voi dir circino») [GDLI, s.v., prima attestazione dal Marino], *lamma* 'lama, strumento per disegnare le figure geometriche' 134v («una lamma de ottone, o rame o de che altro fermo metallo se sia, overo acciaio, piana, liscia da ogni parte et giusta quanto al mondo sia possibile, overo da qualche legno sodo, longa quanto a te pare che non fa caso, et porrai, per più tuo commodo, che la ditta riga te serva per questo modello facto in questo modo, como qui da lato vedi figurato»), *riga* 133v, *sexto* 'compasso' 133v («Ma più conveniente se dirà sexto, peroché sempre lui fia la sexta parte della sua circumferentia che, formando el cerchio, describe in qualunque modo lui si trovi») [GDLI, s. *sesto*²].

In queste prime due parti del trattato si riscontrano, oltre ai termini sopra visti, anche voci comuni di un certo interesse (per alcune delle quali è anche possibile anticipare la data di prima attestazione) come [*alibare*] 'alleggerire (una nave) scaricando una parte del carico' 99v («non aliba, cioè non scemi over scarchi») [GDLI, s. *allibare* e *libare*²], *auricolare* e *-i* 'dito mignolo' 86v, 88r («dal grosso, overo dal picolino auriculari») [GDLI, s. *auricolare*¹, con es. da Orazio Rucellai (sec. XVII)], *a bruschette* 'gioco delle b., che consiste nel tirare a caso fuscilli di diversa lunghezza per il solo capo che fuoriesce dalla mano stretta di un compagno' 99v («E però fanno per sorta chi prima debia essere in aqua gittato, al conto, a

bruschette, etc.») [GDLI, s. *bruschetta*], **buffa** ‘stesso punteggio di due dadi’ 79v («Et se avesse tratto buffa, cioè in ciascuno el medesimo ponto, commo a dire .6. et .6., ovvero .4. et .4., etc.») ⁴³, 80r, 85r, **caffo** ‘dispari’ 11r («o paro o caffo che sia»), 80v («disparo, o voi dir caffo»), 81r, 93r, **capia** ‘cappio’ 206r, 206v, 209r, 209v, 211r e passim (al femm. è dialettale [GDLI, s. *cappia*, con un es. del XX sec. da *Aprilante* di Carlo Linati]), [**caratate**] ‘vagliare una persona’ e anche ‘saggiare, soppesare’ (letteral. ‘pesare a carati’) 99r («ma dele persone che una non pò al’avenante del’altra essere caratata»), 137r («caratando el tuo modello o graduale con mezzi, terzi, quarti») [GDLI, s. *caratate*¹], **carità** ‘mancanza’ 2v, 3v (manca in questa accezione al GDLI), **cognomento** ‘soprannome’ 122v (manca al GDLI), **contestabili** ‘conestabili’ IVv, 112r, 112v 113r, 114r [GDLI, s. *conestabile*], **corvelli** (probabilmente) ‘corvè, incarico, lavoro particolarmente faticoso’ 54v («conciò sia che gli corvelli siano giornate a chi maxime compone et le cure fratesche anchora non sempre sonno a un modo») (manca in questa forma ai dizionari), **strumenti martiali** 200v e **spirientia martiale** 207r (qui però probabilmente con significato fig., cioè ‘da battaglia’, d’uso quotidiano’) ⁴⁴, **nodo** ‘articolazione del dito, nocca’ 86r («cioè de trovare la persona che l’à, et in che mano l’à, et in che nodo»), 86v, 87r, 88r e passim [GDLI, s.v., 33], **raggi visitali** o nel significato di ‘raggio visuale, la linea retta immaginaria che congiunge l’occhio con l’oggetto visto’ [GDLI, s. *raggio*, 21, con prima attestazione nei *Quesiti et invenzioni diverse* del Tartaglia (sec. XVI); cfr. anche *linea visuale* in GDLI, s. *visuale* (con es. da Leonardo)] o piuttosto in quello di ‘riflessi ottici’ 222v («prendi un vaso d’aqua chiarissima e gettala in quel catino, a poco a poco, non movendo ditta monetta del fondo del catino, fin tanto che colui vederà, per raggi visitali et per reverberatione, ditta monetta a ponto commo sia»), **regia francale** 91r («Ora dirai che de questa mezza ultima rimassa, che l’amico ne cavi gli suoi tutti, cioè .12.; ne restarà .18. aponto per la ½ regia francale»), **salceto** ‘saliceto, situazione complicata (dalla forma dialettale sincopata *salce*)’ 62r («faralo intrare in che salceto tu vuoi») [GDLI, s. *saliceto*, 2, con attestazione ottocentesca], **scalizare** (forse) ‘scalare (scaleggiare)’ 18r, 21r, 26v (non trovo riscontri), **scrabosità** (con metatesi probabilmente solo grafica) ‘scabrosità, scarsa comprensibilità, difficoltà a capire’ 2r («Et perché più chiaro suceda sua immensa et delectevole dolcezza, per evitare la scrabosità deli termini suoi latini») ⁴⁵, **taglieri** (sing.) ‘largo piatto circolare di legno’ 229r («saper dire quante superficie circolari, grandi ognuna quanto el taglieri maximo del sole, vorebono essere che a

⁴³ Senza riscontro nei vocabolari in questa accezione.

⁴⁴ Non trovo riscontri per questo particolare significato.

⁴⁵ Della voce è dunque possibile anticipare la data di prima attestazione registrata nel GDLI, s.v., 5 ‘scarsa comprensibilità di una parlata’ (da *L’amico tradito* di P. M. Cecchini [Ferrara, 1563-1641]).

ponto copriseno la circumferentia della sua linea etlitica») [GDLI, s. *tagliere*, 1], **a taston** ‘senza idee chiare, a caso, senza fondatezza’ 119v («negociando, per inge[*g*]no più che per arte, a taston, etc.»), 139v («quello te forma el quadrato senza andare a taston»), 141r, 150r e passim, **travagliamento** ‘insieme di operazioni aritmetiche che rendono complicata la soluzione del problema’ 52v, 78v (manca in questa particolare accezione al GDLI) e **unità travagliata** 54r («E se tu voli de tal regola el suo fon[damento] et amultiplicato, questo sia peroché ogni unità travagliata in questo modo sempre torna dove era, cioè pur .1., commo poi provare»), **virgulo** 5r (forse) ‘filo, serie’ («se porrà, per forza del virgulo de loro multiplicationi, divisioni et subtractioni, pervenire alla notitia de ciascuna parte separatamente»).

Altrettanto nutrito è il lessico del quotidiano, rappresentato anche da voci dialettali: **bambagio** ‘sciocco’ 250r («maxime dormendo con lo bambagio, stando tu da savio, no s’acorgerà mai, etc.») [nel GDLI solo *bambagione* ‘persona grassoccia e pacioccona, senza riscontri], **bruzolosa** ‘bitorzoluta’ 226r («Ma la mela che si taglia convien che molto sia uniforme in coloro et corpo, cioè che la sia più tonda che si possa et de un sol colore, peroché se la fosse bruzolosa et divisa in colore, mediante quelli facilmente s’aracozariano asiemi») [GDLI, s. *brozzoloso*, sola attestazione in C. Trinci (sec. XVIII)], **bulighetto** (forse) ‘bulbo dell’occhio’ 274r («Dimme che vol dire peloso per me’, peloso al riscontro e dentro bulighetto. Dirai l’ochio, che di sotto et di sopra ha peli parte e dentro la luciola») [cfr. probabilmente GDLI, s. *bùlica* ‘bollicina interna che si riscontra talvolta in blocchi di cristallo e altre pietre trasparenti’ (sec. XVIII, Targioni Tozzetti)]⁴⁶, **callarla** ‘beffare, fare un brutto tiro’ 224v («Così anchora quando vanno a notare, l’uno con l’altro chi tenne li panni la calla et così ali bagni s’usano tal piacevilezze») [GDLI, s. *calare*, 21], **cianno** (non trovo riscontri) 199r («Ma vol essere de vetro, overo de alcun legno denso cianno, vosso et oliva, pero»), **cirege** ‘ciliege’ 210r, 210v, 211v, 229r, 254r, 279v, **citerna** ‘cisterna’ 199r, **cocone** (di area it. sett.) ‘cocchiume, tappo per chiudere il foro della botte’ 220r («che habbia fondo dopio fatto secreto dal figolo con un cocone sporco medesimamente con cera, pasta o altra cola turatto») [GDLI, s. *coccone*, ma solo come tecnicismo dal *Dizionario militare* (1847)], **cono** ‘conio’ 222v («et con uno specchio di lontano legerà sua circumscriptione et imagine de cono»), **cozzi** (ancor vivo nel dialetto borghese) ‘rozzi, idioti’ 194v («in modo che in doi tagli ne faccia .6. pezzi, commo ale volte fra cozzi se propone»), 196r («che a’ cozzi parano miraculose et nondimeno sonno

⁴⁶ Non trovo riscontri per la voce. Di questo indovinello si legge una variante a c. 275v: «Dime che vol dire peloso de sotto et peloso di sopra et la chiarezza in mezzo. Dirai l’ochio, che in le palpetre de sopra et de sotto ha li pelli, et la luciola chiara nel mezzo, etc.».

naturali»), **fiuba** ‘fibbia’ XIr, XIv, 211r («una corregia, o centola che habbia fiuba») ⁴⁷, **golluppo del nodo** 211r e **goluppo** ‘viluppo, intreccio, groviglio’ 211r (con anche la forma verbale **agolupalo** 224v) [GDLI, s. **goluppo** ‘fagotto, mucchio’, con prima attestazione in P. Aretino], **gratacascio** ‘grattugia’ 273v [GDLI, s. **grattacacia** e DEI, s. **grattacacio**], **gruglia** 229r («in la gruglia e piegha dela mano») ⁴⁸, **luciola** ‘lucciola, occhio’ 274r («Dirai l’occhio, che di sotto et di sopra ha peli parte e dentro la luciola») ⁴⁹, 275v ⁵⁰, **lustro** ‘sfavillio, fulgore’ 221v («et non porrano decernere che se sia per lo lustro del fuoco») [GDLI, s.v., 2, con es. da Galileo in questa accezione], **merigi** (sing.) ‘ombra fresca (che dà refrigerio al caldo del mezzogiorno)’ 198r («et altri con certa observanza de sole et sua umbra, overo merigi») e **merige** 248v [GDLI, s. **meriggio**²], **navegio** (di area it. sett.) ‘laveggio, paiolo’ 274v [DEI, s. **laveggio**], **nizza** ‘linguetta di carta per chiudere le lettere’ 218r, 218v, 219v [GDLI, s. **nizza**⁴, prima attestazione in F. Sansovino, sec. XVI], **paternostro** (forse) ‘spazio breve quanto il grano che nella corona del rosario corrisponde alla recita di tale preghiera’ 216r («et ambedoi gambuli fitti un pater nostro» e «per questo anchora convien el foro del’ambra, overo pater nostro, esser tanto largo che così dopiata con li gambuli vi possono intrare»), **pomerance** ‘melarance’ (ma anche **melarancia** XIv) 73r [GDLI, s. **pomarancia**, prima attestazione da *Eleonora di Aragona a pranzo in Roma dal cardinale di San Sisto* (1473), r. 67], **stella** ‘scheggia di legno’ 195v («commo in quella stella posta in billico in sua punta d’ago marciale apare») [nel GDLI, s. **stelletta**², con rinvio a **stella**, da lat. tardo **ASTELLA**, ma con altri significati e attestazioni comunque posteriori], **strigiuolo** ‘regolo di legno di forma cilindrica’ 218r («involtata che l’arai a vite in sul tuo strigiuolo, overo costiciuolo») ⁵¹, **taulieri de schachi** (sing.) ‘tavoliere, tavolo da gioco’ VIr2, 100r [GDLI, s. **tavoliere**¹, 2], **trionfi** ‘le 22 carte figurate del gioco dei tarocchi’ 74r («prese tutti li giuochi caffì dele carri over trionfi») [GDLI, s. **trionfo**, 14], 93r, **tuzzo** ‘colpo battuto alla porta’ 274r [DEI e GDLI, s. **tozzare** e **tozzolare**, con prima attestazione cinque-secentesca].

A volte compaiono modi dire di schietta toscanità. Ad esempio, nel documento XXV (*A trovare un numero che partito in 2 avanza 1, in 3, 2, in 4, 3, in 5, 4, in 6, 5, in 7 nulla*) in fine alla soluzione fa notare che il problema si potrebbe porre come il precedente parlando però di una panierina di uova: «E così verrebbe el caso posto nello

⁴⁷ È voce di area sett. da lat. *FLUBBA, variante di FIBULA, da cui l’it. *fibbia*. Cfr. C. BATTISTI-G. ALESSIO, *Dizionario etimologico italiano*, Firenze, Barbèra, 1950-1957 (d’ora in poi DEI), s. *fibbia*.

⁴⁸ Non trovo riscontri per questa voce.

⁴⁹ Vd. sopra *bulighetto*.

⁵⁰ Per il contesto cfr. sopra la nota 46.

⁵¹ Manca ai dizionari, ma cfr. GDLI, s. *strigile*^{1,2}.

effecto precedente degli ova; ma bisognarrebbe fosse *una panera*⁵² *magiore del sacco del Gonella* 44v, il burlone fiorentino del Trecento Pietro Gonnella, famoso per le sue burle e le sue facezie, ricordato nel *Trecentonovelle* di Franco Sacchetti.

La terza parte del *De viribus q.*, dato il contenuto – come s'è visto – alquanto eterogeneo, ci riserva un vocabolario molto più vario, privo ovviamente di tecnicismi della matematica, che si compone tuttavia anche di termini scientifici relativi al mondo naturale e di parole dell'uso quotidiano, anche in questo caso con non poche indulgenze al dialetto; così nell'indovinello «60. Dime che vol dire *nervo buso in co*', ovvero in cima forato, mettilo dentro sciuto et cavalo bagnato. Dirai la pena che se scrive; in capo è forata e sia sciuta, et mettila dentro nel calamaio del'inchiostro et cavasse bagnata» (c. 273r), così in alcuni proverbi relativi o al mondo mercantile (*Chi sta a ca', vende el bo', chi va in mercà', fa come 'l pò* 235v, con parole apocopate che ne indicano una provenienza settentrionale) o all'atteggiamento misogino del tempo: *Né per bo', né per vacha non tor la mogliera matta* 235v e la *la rrobba va e ven, chi à la moiiera matta se la ten, cioè che robba non fa donna, ma la donna fa la rrobba* 235v, con la voce non toscana *moiera* (da *mogliera* per riduzione della palatale ad approssimante), mentre di norma Pacioli, qui e in altre sue opere, usa la forma *mogli* 104v, 275r, 280v (con *-i* da *-e* per la palatale precedente), a tutt'oggi viva nel dialetto borghese.

Negli enigmi in volgare (più che nella sezione paremiologica) e nelle ricette per i vari preparati si annidano tuttavia i dialettismi più numerosi. Abbiamo così *agolupato* 'avvolto' 283v e *goluppo* 250r (già registrati nelle prime due parti, ma con anche *invilupasse* 288r [vd. sopra per i riscontri]), *agutolo* 'chiodo' 285r («Dimme, legnaiolo, che cosa è quella che se ficha al contrario del'agutolo? Dirai praeputium asini et muli, peroché l'agutolo mette la punta inanze et la capuchia derieto, et questo la capochia dinanze») [nel GDLI solo *aguto*], *becarie* 'beccherie, macellerie' 279r [GDLI, s. *beccheria*], *bragia* 'brace' 244v, *bugliava* 'buttava' 275r [GDLI, s.v., con prima attestazione in P. Aretino], *cadittura* 'raditura, raschiatura del legno' 260v (non trovo riscontri), *capello* 'prepuzio' 272v («Dimme che cosa [è] quella che non è cardinale et ha capello et ha la chierica et non è monacello. Dicas praeputium virile membrum»), *case stanne* 'casse stagne, specie di compartimenti stagni' 279r («Dimme da che tempo sonno bone le castagne. Dirai quando piove, cioè le case stanne alla lombarda che tengano l'acqua, etc.»), *cevolle* 237r (ma *cepolla* 236v), *cioncare* 'bere smodatamente' 266v [GDLI, s.v.], *coaglia* 'quaglia' 271r («Dime che cosa è quella che va per calcare et more per la via. Dirai

⁵² Nel ms. *pariera* (ma si tratta di uno dei tanti errori del copista).

la coaglia, quando l'ucelatore al quagliere l'ingana fingendo femina»⁵³, **covelle** 'niente' 38v, 214r, 215r, 236r, 278v, **cucco** 'cuculo' 271v, 272r («Dimme che cosa [è] quella che genera li figlioli et altri li alieva. Dirai el cucco, secondo li naturali, quale va al nido deli altri et trovandovi ova li getta vi[a] et favi li suoi, et venendo l'ucello, li cova per li suoi et nasci el cucco. Per questo se dici: tu se' più tristo che 'l cucco, che non se sa fare un nido et va per quelli d'altri») [GDLI, s.v.], **cunna** 'culla' 278v («Dimme perché 'l bove ha sì gram corpo. Dirai perché la matre da piccolo non lo fasciò in cunna»), 288r, **la depenatoro** 'dipanatoio, arcolaio' 276r («Dimme che vol dire tre pin ven dal boscho et tre pin torna tosto, et se madonna vorrà, tre pin caminarà. Dirai la depenatoro di legno che ven dal boscho et voltase col filo»), **in derlinda** 'a penzoloni' 276r («Dimme che vuol dire in su quel monte sonno dodici millia cavaglieri con le gambe in derlinda et con li elmetti rossi in capo. Dirai uno campo de sagina over meliga, con le gambe alte come canne fraschate et le mape rosse») [DEI, s. *dirlindana* 'v. del lago di Como che indica anche una cosa lunga e pendula'], **fessa** (voce merid.) 'organo genitale femminile' 289r («Dimme che vol dire penziglion che penzigliava fra le cosce de madonna che tocava, et lei con le suae mani nella fessa se 'l caciava. Dirai la chiave, che atacata alla cintura con lo cordone, pendolando, alla donna dava fra le cosce»), con doppio senso osceno) [GDLI, s.v., con prima attestazione in P. Aretino], **fraida (la noci)** 'fradicia' 270v (attraverso la forma metatetica *fra(c)ida*), **ghiaron de fiume** 'ghiaia più grossa dell'ordinario' 238r [GDLI, s. *ghiaione*, con prima attestazione in Leonardo da Vinci], **gnochì** 'sciocchi, sempliciotti' 246v [GDLI, s.v., 4 con prima attestazione sei-settecentesca (Baldovini, 1635-1716)], **granata** (pretto toscanesimo) 'scopa costituita da mazzi di saggina' 276v («una spazatori over g.»), **gristara** 'anguistara, caraffa (provenz. *engrestara*)' 243v, con **ingrestara** 246r e **ingristara** XIIIr, 246r, 253r, 253v, 261r, 276v [GDLI, s. *anguistara*], **inbriacha** 'ubriaca' 273r, **ludere** (anche nel dialetto borghese) 'ludre, fasce per neonati' 288r («e ludere et fasce da nutriri»), **luceglìo** 'lucignolo' XIIIr e **lucegllo** 251r, **lustra** 'fa luce' 273r [GDLI, s. *lustrare*, 5], **mandeci** 'mantice' 245r, **pepone** 'melone' 282r (ma anche **melone** 282r) [GDLI, s. *popone*], **persichi** 'peschi' 254r [GDLI, s. *persico*²], **pescione** 'pigione, affitto' 233v (nel proverbio "mercantesco" «El presto aprire et tardo serrare paga el pescione dela botega») [GDLI, s. *pescione*²], **petrosello** 'prezzemolo' XIIIv, 258r [GDLI, s.v.], **piadene** 'sorta di larghe scodelle usate per conservare o servire in tavola i cibi' 282r [GDLI, s. *piadena*], **pipione** 'piccione' 247v [GDLI, s.v.], **poce** (voce tosc.) 'mammelle' 277r [GDLI, s. *poccia*], **rogo** 'rovo'

⁵³ Forma più vicina all'etimo di lat. volg. *COACULA nella resa della labiovelare (ma pur sempre con influsso del provenz. e fr. ant. *quaille*).

270r [GDLI, s.v.], **sappa** ‘zappa’ 270r (v. dialettale, ma anche più vicina all’etimo di lat. tardo SAPPA), **schina** (vivo ancora nel dialetto borghese) ‘schiena’ 269v, 272r, **sciorare** ‘spandersi, diffondersi’ o ‘trovare libero sfogo’ 250v [GDLI, s.v., con prima attestazione in G. Soderini, 1526-1597, ma riferito all’acqua, per il primo significato; con un es. da P. Aretino per il secondo]⁵⁴, **sciugo de cepolla** ‘sugo di cipolla’ 236v, **scompezza** ‘polvere’ e ‘spazzatura’ 269r (già nel volg. ant. di Gubbio)⁵⁵, **scote** ‘manici in legno di accetta, martello, zappa’ 270r, **sciorinate** ‘messe in mostra, offerte alla vista’ 236v («ordina che latore le porti [le lettere] sciorinate, che non parà suo effecto le lettere») [GDLI, s. *sciorinare* (Piovano Arlotto, 1396-1484 e poi P. Aretino)], **scrimendo** ‘duellando, (letteral.) tirando di scherma’ 251r («et bagnandola secreta, tutti voltaranno scrimendo uno contra l’altro con grandissimo piacere alla brigata») [GDLI, s.v.], **staccia** ‘setaccio’ 269r («et la staccia che getta la farina et per sé tenne el remolo»), **-e** 289r, **stradiera** (v. ancora viva nel borghese) ‘stadera’ 271v, **stroschia** (v. ancora viva nel borghese) ‘pozza di abbondante emissione di urina’ 277v («Dimme perché l’asino piscia ala stroschia degli altri asini et fiutando alza el muso al cielo degrignando») ⁵⁶ [GDLI, s.v., con prima attestazione in E. Cecchi (sec. XX)], **trespido** ‘treppiede, tavolino a tre gambe’ 286r («Di’ uno huomo che sta a uno desco o trespido») [GDLI, s. *trespide*], **vascosità** ‘viscosità’ 252r, 292r, **vena** ‘avena’ 251r [GDLI, s. *vena*²], **ventello** ‘tuorlo’ 248v, 269r [GDLI, s.v., con una sola attestazione], **verza** (forse) ‘che rivela qualche sofferenza, difetto’ 235v e **zota** ‘ciotta, zoppa, sciancata’ 235v («Ancho di’ domandar se l’è verza o zota la sposa, cioè se l’ha maga[g]na alcuna») [GDLI, s. *verzo* e *ciotto*¹ o *zotto* ‘zoppo’, con prima attestazione in T. Garzoni]⁵⁷.

Non mancano alcune voci di lingua oggi raramente usate o connotate come antiquate: **babuassi** ‘scimuniti’ 247v («in modo che li babuassi si credano medesimamente che sia per incanto, presertim le doniciole») [GDLI, s. *babbuasso*], **bolzone** ‘freccia con punta smussata o a corona’ 278v («tu ponesti la mano in su la balestra che havia carca et festila scrocicare; el bolzone te dette in le gambe») [GDLI, s.v.], **brochieri** ‘scudo rotondo’ 279v [GDLI, s. *brocchiere*, con prima attestazione in Machiavelli], **busca** ‘bruscolo’ 269r [GDLI, s.v.], **calcare**

⁵⁴ La Garlaschi Peirani ritiene a torto che si tratti di un errore per *sciogare* ‘asciugare’. Cfr. L. PACIOLI, *De viribus quantitatis* ..., cit., p. 354, nota 717.

⁵⁵ Cfr. M. T. NAVARRO SALAZAR, *Un glossario latino-eugubino del Trecento*, «Studi di lessicografia italiana», 7, 1985, pp. 21-155, a p. 113: «Hec scobs, bis id est la scompeçça» (v. ancora viva nel dialetto di Borgo Sansepolcro).

⁵⁶ Non ‘scroscio d’acqua’ come intende la Garlaschi Peirani. Vd. L. PACIOLI, *De viribus quantitatis* ..., cit., p. 401, nota 859.

⁵⁷ Non accettabile per il contesto *ciotta* ‘pulita’ (in Abruzzo) per *zotta*. Cfr. *ivi*, p. 328, nota 652.

‘accoppiarsi, congiungersi (di uccelli)’ 271r («Dime che cosa è quella che va per calcare et more per la via. Dirai la coaglia, quando l’ucelatore al quagliere l’ingana fingendo femina»), 279r (*la calcha*, forma verb.) [GDLI, s. *calcare*¹], *caviglio* e *-a* ‘cavicchio, legnetto per lo più cilindrico munito di capocchia’ 275v («Dimme che vol dire el mio pecto contra el vostro pecto, el mio caviglio, over la mia caviglia, nel vostro bucco») [GDLI, s.v.], *gergoni o voi dir calmone* 241v ‘gerghi, cioè parlare per metafora o ambiguamente’ («Altri usano gergoni o voi dir calmone, sì nel scrivere commo nel parlare») [GDLI, s. *calmo*¹, 8, con prima attestazione in Boiardo e poi P. Aretino], *gomiscello* ‘gomitolo’ 269v [GDLI, s. *gomicello*], *paidire* ‘digerire’ 283r [GDLI, s.v.], *tenieri* (sing.) ‘fusto di legno duro della balestra’ 278r [GDLI, s. *teniere*, con prima attestazione in Buonaccorsi, 1472-1522].

Assai più numerosi sono i termini che si riferiscono al settore delle scienze naturali (sostanze minerali, erbe, piante, animali, preparati, ecc.): *abrotano* ‘abrotano’ 243v [GDLI, s.v.], *aloe* ‘albero originario dell’India il cui legno, bruciando, emana un delicato aroma’ 243r («un puoco de rena subtilissima de fiumme, ligni aloè mezza parte») [GDLI, s. *aloè*], *alume de rrocha* ‘solfato doppio di alluminio e potassio, usato come mordente e colorante in tintoria, e come emostatico e astringente in medicina’ 260v [GDLI, s. *allume*¹], con le varianti aferetiche *lume de roco* 261r, *lume de rrocha* 252r, *lume di roca* 244r, e inoltre il derivato aggettivale *aqua alumata* ‘acqua impregnata di allume’ 239v, *aqua arzente* ‘acquavite raffinata, alcool’ 251r [GDLI, s. *acqua*, 6 con sola attestazione quattrocentesca da una lettera di P. Soderini], *aquarella* ‘acquarello (pittura)’ 260r («tu poi con verderame, overo altro verde a modo aquarella») [GDLI, s. *acquerella*²], *argento vivo* ‘mercurio’ 198v, 249r [GDLI, s. *argento*, 7], *argomento* ‘clistere’ 246r (con relativo aneddoto: «Comme ancho dicano li medici che dala cicogna inpararo fare l’argomento, overo servitiale metendovi el sale in aqua calda») [GDLI, s. *argomento*, 11], *sale armoniaco* 236r e *armoniaco* ‘ammoniaco’ 240r («et lo medesimo farà salgeme et armoniaco con aceto forte destemperato et ancho col velderame») [GDLI, s. *armoniaco*²], *arseneco stemperato* 240r, *barnice* ‘vernice’ 238v («Ma prima bisogna che da te a te habbi el foglio polverizato commo se fa con la barnice»), 239r (ma anche *vernice* 239r e *vernici* 242r, 244r), *beretino* ‘di colore bigio, cinereo’ 243r, 270v («bigia over beretina») [GDLI, s. *berrettino*², con prima attestazione in Leonardo], *biaccha* ‘sostanza colorante bianca (carbonato basico di piombo)’ 237r, *borraci* ‘borragine’ 259v («Cioè che hanno coste, commo sonno foglie de viole, ficara, [...] borraci») [GDLI, s. *borrace*²], *carbone de salci* ‘c. di salice’ 242v, 246v, 249v, 259r, 260r, *catapucia* ‘catapuzia, erba con fusto ricco di lattice acre e irritante’ 238r («lacte del’erba ditta catapucia»)

[GDLI, s. *catapuzia*], **chiocole indiane** ‘conchiglia della chiocciola ciprèa (che vive in mari caldi come quelli dell’India)’ 243v (vd. oltre *porcellete*), **cinamomo** 243r [GDLI, s. *cinnamomo*], **cipro bengiuno** ‘erba alcanna (meno probabile ‘cipria’) aromatizzata col benzoino’ 242v («Recipe cipro bengiuno tre parti, storacis calamite una parte») [GDLI, s. *cipro* e *benzoino*], **colla caravella** ‘colla molto adesiva usata dai falegnami’ 253v [GDLI, s. *caravella*², attestata solo nel Cennini (secc. XIV-XV)], **colla cerbona** ‘colla molto tenace, fatta con carnicci’ 258v [GDLI, s. *cervona*, sola attestazione in Cellini, 1500-1571], **colla de pescio** 258v, **corbi** ‘corvi’ 271r [GDLI, s. *corbo*¹], **cresta regina** ‘cresta del gallo’ 271v («et ha la corona, cioè cresta regina»), **gomma dragante** 243r e **draganti** ‘adragante, gomma resinosa’ 253v [GDLI, s. *adragante*], **endaco vagade** ‘indaco bagadello, cioè di Bagdad’ 243r («Et se la vorrai colorita, quello colore polverizzato che li darai, quel tira, cioè endaco vagade fa azzuro chiaro») [DEI, s. *bagadello*], **feligine** ‘fuliggine, polvere nerastra’ 243r, 243v («Fondatio de rota da fabri overo feligine») [GDLI, s. *fuliggine*], **ficara** ‘ficaia’ 259v, **galla** ‘escrescenza delle piante utilizzata in conceria e tintoria per il tannino che contiene’ 238v («farrà con galla et vitriuolo roman partes aequales vel $\frac{2}{3}$ ^a de vitriolo e $\frac{1}{3}$ galla) [GDLI, s.v.], **gallia** ‘noce aromatica, noce moscata’ 238v («prendi gallia de Puglia ben tritta») [GDLI, s. *galia*], **garofali** (forse) ‘chiodi di garofano’ o ‘essenza di g.’ 243r [GDLI, s. *garofano*¹], **gazole** (vezz.) ‘gazze’ 271r [GDLI, s. *gazza*¹, con prima attestazione in P. Aretino], **gersa** ‘bianchetto in polvere usato dalle donne come cosmetico’ 243r («Gomma arabica, gersa et gesso da pictori per terzo») [GDLI, s.v., con prima attestazione nel Poliziano], **gianolino** (forse) ‘giallo chiaro’ 243r [GDLI, s. *giallolino*, ma con prima attestazione in D’Annunzio], **ginabrio** (tosco.) ‘cinabro, color rosso brillante’ 238r, 243r [GDLI, s. *ginabro*, prima attestazione solo otto-novecentesca (L. Viani)], **gomma arabica** 243r, 247v, **grecare** ‘incidere’ 259r («agrecando tutte le lettere scripte» e «per lo grecare del stilo») [GDLI, s.v., solo nel significato di ‘praticare intagli sul dorso dei libri da rilegare per inserirvi gli spaghi o i nervi della cucitura’], **ierapriga** ‘geraprica o gerapriga, elettuario a base di aloe, cinnamomo, zafferano, spinacardi, mastice e altri ingredienti, impastato con miele o con sciroppi’ 246v [GDLI, s. *geraprica*], **irios** ‘irione, erisimo, pianta erbacea usata per curare raucedine e tosse’ 243v [GDLI, s. *irione*], **herba lactaria** ‘euforbia, titimalo’ 238r [GDLI, s. *erba* e *lattario*¹, con prima attestazione in L. Domenichi (1515-1564)], **lacte de fico** 247v, **latuca caprina** ‘catapuzia (erba)’ 238r («Anchora scrivendo con lacte del’erba ditte catapucia, overo herba lactaria, overo ditte latuca caprina») [manca al GDLI], **laranze** ‘arance’ (con agglutinazione dell’articolo) 237r, 239r, **lingua bovina** ‘buglossa, nome volgare di alcune borraginacee (dette anche *lingua bovina*)’ 259v [GDLI, s. *buglossa*], **louno** ‘lupino’ 239r («dentro alle bozzole de louno,

cioè dentro a quelle vesiche che sogliano fare che dentro par che sia farina»⁵⁸, **marchesita de stagno** ‘marcassite, minerale simile alla pirite’ 248r (serve per «far specchio da ve[t]ro brunito») [GDLI, s. *marchesita*], **melarance forti (lo sciugo de)** ‘arance amare e assai aspre’ 236v [GDLI, s. *forte*¹, 6], **melle virgine** ‘miele che cola dai favi prima che questi siano sottoposti a spremitura’ 254r («melle v. che non sia cotto») [GDLI, s. *miele*, 1 e *virgine*, 6], **meliga** ‘melica, pianta erbacea delle graminacee’ 276r («sagina over meliga») [GDLI, s. *mèlica*], **musco** ‘essenza di muschio’ 243r [GDLI, s. *muschio*¹], **navoni** (plur.) ‘pianta erbacea bienne della famiglia crucifere di cui si consumano foglie e radice’ 284r [GDLI, s.v.], **nero de fume** ‘inchiostro grasso da stampa ricavato dal fumo della combustione di materie grasse’ 259v («con che se stampa libri») [GDLI, s. *fumo*, 15, con prima attestazione in R. Borghini (1537-1588)], **noctula** ‘pipistrello, nottola’ 271r («Dimme che cosa [è] quella che vola con l’ali senza penna. Dirai la noctula che non ha alcuna penna») [GDLI, s. *noctola*, 3], **ocrea** (ant.) ‘ocra’ 237r («ocrea fa gi[a]lle; minio, rosse; biaccha, bianche, etc.») [GDLI, s. *ocra*], **pece grecha** 244r e **peci greca** ‘resina che residua nella distillazione della trementina per ricavarne l’essenza’ 239r [GDLI, s. *pecegreca*], **pegola** (ant. e lett.) ‘pece’ 244r [GDLI, s.v.], **carta perlara** ‘carta perlacea, di colore grigioperla’ 275r («Dimme che vol dire aia bianca et semenza nera, doi la guarda et cinco la mena. Dirai la carta perlara; doi ochi la guarda, l’inchiostro semenza nera, cinque la tenne, cioè cinque deti tene la penna che scrive») [nel GDLI, s. *perlare*², ma con unica attestazione novecentesca], **pescelli** ‘chicchi’ del pisello’ 270r [GDLI, s. *pisello*¹, ma non attestata la forma con palatale], **pino paradiso** 243r («scorze de pino p. che sonno odorifere») [manca al GDLI questa varietà di pino], **porcellete** ‘conchiglie calcaree di ciprèa’ XIIv, 243v («le porcellete over chiocole indiane bianche, pur nette») [GDLI, s. *porcelletta*, 3 e 5], **preta** ‘pietra (di paragone)’ 238r («la preta che usano li orefici, ditta paragone»), **pumici** (sing.) ‘pomice’ 243v (p. ven trita et inborfala sempre con urina chiara») [GDLI, s. *pomice*], **purpurina** XIIr [GDLI, s. *porporina*], **remolo** (ant. e di area sett.) ‘crusca’ 269r [GDLI, s. *remolo*²], **rosata** (ant.) ‘rugiada’ 248v («Rosata la matina suavemente con una spogna overo banbaggio») [GDLI, s.v.], **salgеме** 240r [GDLI, s. *salgemma*], **salnitrio** 260r [GDLI, s. *salnitro*], **sandali** (sing.) ‘sandalò’ 243r («sandali et musco e timiama, cinamomo, garofali») [GDLI, s. *sandalo*¹], **sangue de drago** ‘gomma estratta dal tronco di alcune piante resinose’ 258r («sangue de drago, overo beccho») [GDLI, s. *drago*, 12, con prima attestazione in Cellini], **sciansuga** ‘sanguisuga’ 271v e **sansughe over mignate** 248r [GDLI, s. *sanguisuga*], **scisa** (forse) ‘solcatura del foglio’ 239r («Scrivere oro de foglio senza scisa né altro»),

⁵⁸ Più d’un dubbio per questa accezione del termine, data l’evidente corruzione del testo.

240r («scrive prima con lacte de fico over scisa») [GDLI, s. *scisso*, ma non in questa accezione], *sego* 221r, 221v, 237v («colo sego o altro grasso, strutto tepido») [GDLI, s.v.], (ant.) *solfano* 260r [GDLI, s.v.], (ant.) *solfaro* 239v, 244r, (ant.) *solfero* 260r e (ant.) *solforo* 244r ‘zolfo’ [GDLI, s. *solfore*], *somesso* ‘misura lineare corrispondente alla lunghezza del pugno col pollice alzato, (per estens.) ‘un bel po’» 287r [GDLI, s. *sommesso*², 1 e 2], *spiuma* ‘schiuma’ 258r («Marmo pesto arso in litame equino per diem et noctem, poi tritato et marinato con la spiuma de tentori») [GDLI, s.v., con prima attestazione dal Cennini (secc. XIV-XV)], *stanno* ‘stagno’ 256v [GDLI, s.v., con es. dall’*Hypnerotomachia Poliphili* di F. Colonna], *strozieri over falgonieri* (sing.) ‘chi allevava e addestrava gli uccelli da falconeria’ 284v [GDLI, s. *strozziere*], *stufaro* (ant.) ‘addetto al servizio dei bagni caldi, in partic. termali’ 285r («Dimme, stufaro, como faresti tu a radere la natura a una donna et ch’ella, siando nuda, non si movesse et stesse legata») [GDLI, s. *stufaio*, 2, con prima attestazione da Del Tufo (sec. XVI)], *tartaro sarco* (forse) ‘gromma (della botte) di color rosso sangue (come la carne)’ 244r [non attestato nei dizionari, ma cfr. il gr. *sarx sarkos*? ‘carne’], *timiama* ‘insieme di sostanze aromatiche che vengono bruciate per profumare l’ambiente’ 243r [GDLI, s.v.], *tramentinata* ‘trattata con la trementina’ 251v («cera soda che non sia t.») [manca ai dizionari], *uceleti odoriferi de cipro* ‘candele composte da un impiastro medicamentoso che, bruciate, sprigionano fumo aromatico’ XIIr, 242v [GDLI, s. *uccelletto*, 3: *uccelletti cipriani* o *di Cipro*], *ungrello* 254v («copertamente sempre maneggiando ditto ferro, qual se chiama u.») [non trovo attestazioni per questa voce], *uva persica* XIIIr [manca al GDLI, s. *uva*], *vari* (plur.) ‘indumenti o copricapo foderati con pelliccia di vaio, distintivi in età medievale di personaggi eminenti, di dottori, magistrati, ecc.’ 271v («et ha li vari et non è doctore né giudici») [GDLI, s. *vaiò*²], *velderame* 240r e *verderame* 260r [GDLI, s.v.], *verzino* ‘colorante che si ricava dal legno rosso del Brasile’ XIIIv («De far verzino che subito se scriva senza cocere»), 260v («far verzino finissimo» e «legno de Brasile, over v.») [GDLI, s.v.], *vischia* (forse) ‘ramo di vischio’ 278v [GDLI, s. *vischio*, manca al femm.]⁵⁹, *vitriolo* e *vitriuolo* ‘solfato di rame’ 238v, 242r e *vitriol roman* ‘solfato di ferro cristallizzato’ 239r [GDLI, s. *vetriolo*¹], *zerpillo* ‘serpillo, specie di timo’ 243v [GDLI, s.v.], *zinepero* ‘ginepro’ 239r («peci greca overo gomma de zinepero») [GDLI, s.v.].

I sondaggi condotti, a profondità varia, negli strati lessicali del *De viribus q.* hanno messo in luce la ricchezza e la varietà del vocabolario. Il settore dei tecnicismi della matematica ha permesso di riscontrare numerose voci non

⁵⁹ Ma potrebbe trattarsi di un errore del copista per *ruschia* ‘rametto di pungitopo o di altra pianta spinosa’ Cfr. GDLI, s.v.

presenti nella *Summa* e nella *Divina proportione* (o almeno non registrate dalle studiose che si sono occupate dell'argomento). Si tratta per lo più di cultismi (comunque non del tutto originali) che si alternano a voci di tradizione più popolare, a mostrare quel proficuo processo di osmosi tra lingua della scienza (in questo caso della matematica) e lingua parlata quotidiana che sarà foriero di risultati di grande "momento" (e voglio usare di proposito questo termine scientifico galileiano) nei successivi secoli raggiungendo la sua acme proprio con Galilei stesso, genio della scienza e – com'è noto – della lingua proprio per le sue scelte innovative in fatto di lessico⁶⁰. Questo settore del vocabolario del *De viribus q.* appare, rispetto alla *Summa* e alla *Divina proportione*, carente dal punto di vista definitorio. La carenza è, si può dire, programmatica. Come si è già detto, la silloge ludica di Pacioli non ha alcuna intenzionalità teorica. Non serve quindi dare delle definizioni: questo è stato fatto a suo luogo e tempo nelle opere maggiori. I fini qui sono soltanto pratici e didascalici, funzionali cioè all'apprendimento di procedimenti operativi che consentano al conduttore del gioco di stupire gli astanti e di circondarsi pertanto di un'aura di mistero, quasi esoterica.

L'altro settore del lessico (quello che si ricava dalla terza parte) è altrettanto doizioso. In questa sede non se n'è potuto dare che un assaggio, ma si tratta di una vera e propria miniera di voci, un giacimento costituito da vari filoni in cui rilucono, oltre a voci ormai obsolete (per alcune delle quali è oltretutto possibile anticipare la data di prima attestazione), soprattutto i numerosi dialettismi, e non solo quelli della «materna vernacula lingua» di Borgo Sansepolcro.

Infatti Pacioli, che per le sue vicende biografiche ha frequentato corti, *studia* universitari e ambienti di diverse regioni italiane, è buon conoscitore di uomini e località⁶¹ ed è consapevole delle notevoli differenze di lingua e di lessico che esistevano in quel tempo da luogo a luogo:

Et perché tutti l'idioma non sono aequali, però una cosa ditta in uno, par strana in l'altro, comme in Lombardia el nome de una cosa non è in errore et in Toschana sì, et e contra; così in Vinegia et Firenze, Roma, Napoli, Siena, etc. (c. 268v)

Ed è dunque per questo motivo che mostra qua e là un'apprezzabile sensibilità per il problema dell'omonimia e – ciò che più qui interessa – per la variazione

⁶⁰ Sul «vario fronteggiarsi di tendenze colte e popolari nella selezione terminologica» del linguaggio scientifico cfr. Piotti, *I giudizi linguistici di Bernardino Baldi ...*, cit., p. 117.

⁶¹ Tra quelle più familiari ricorda, ad esempio, oltre al *Borgo* (cioè Borgo Sansepolcro), le cittadine umbre di *Castello* (Città di Castello), *La Fracta* (oggi Umbertide), *Selci* (oggi frazione di San Giustino) e la vicina *Castel Durante* (oggi Urbania, nelle Marche settentrionali).

geolinguistica, fornendoci preziosi esempi di numerose voci dialettali e di sinonimi areali. Paradigmatico in tal senso appare il testo dell'indovinello posto al n. 85, che si articola, nella sua prima parte, in una quartina a rima baciata (com'è noto, la rima è spesso adibita negli enigmi, così come nei proverbi, per facilitarne la memorabilità):

Dimme che vol dire:
 «in sul quel monte dove stago⁶²
 v'è uno con doi ochi a modo drago,
 con la camiscia verdolina;
 l'è ben savio chi indivina».
 Dirai el raganò⁶³, over liguro, o voi dir ramaro alla fiorentina, quale ha gli ochi come drago, la pelle verde. (c. 276r)

Tre dunque sono le voci per denominare il rettile Sauro affine alla lucertola, ma di dimensioni maggiori, di un bel color verde smagliante sulle parti superiori (*camiscia verdolina*) e giallo pallido fino al bianco in quelle inferiori⁶⁴: e cioè la variante di origine onomatopeica *ragano*⁶⁵, di area centromeridionale e tuttora ben diffusa anche nel dialetto di Borgo Sansepolcro⁶⁶, quella altrettanto antica, ma di area settentrionale, *liguro*⁶⁷, a cui si affianca il fiorentino letterario *ramarro*, di etimo incerto⁶⁸, voce di qui passata alla lingua italiana proprio perché usata – e per la prima volta, a quanto risulta dai repertori lessicali – da Dante in *Inf.*, xxv 79, con la vivida immagine del rettile che sotto il sole bruciante della canicola estiva attraversa rapidamente la via per spostarsi da una siepe all'altra⁶⁹:

⁶² Cioè 'sto', forma ampiamente diffusa nell'Italia settentrionale.

⁶³ Nel testo *cagano* (ma si tratta di una delle tante disgrafie imputabili al copista).

⁶⁴ Del rettile, oltre al colore, colpiscono anche gli occhi (*v'è uno con doi ochi a modo drago*) se son potuti nascere i modi di dire *avere l'occhio del ramarro* e *guardare con lo sguardo del ramarro* 'concupire' (GDLI, s. *ramarro*¹, 4).

⁶⁵ Con riferimento al gracidiare delle rane e successiva estensione del significato a indicare il 'ramarro' per l'uguaglianza del colore. Cfr. GDLI, s.v.

⁶⁶ La più antica attestazione è per ora quella del trecentesco glossario studiato da M. T. NAVARRO SALAZAR, *Un glossario latino-eugubino ...*, cit., p. 98: «Hic stellio et hic ophites id est lo raichano» (documentato anche in area todina e perugina).

⁶⁷ Dal lat. LANGURUS 'lucertola' (in Plinio), con la più alta documentazione volgare in Giacomino da Verona (seconda metà del Duecento). Vd. GDLI, s.v., che riporta anche il venez. *leguro* e *languro*.

⁶⁸ Si pensa o a *rame* (forse per il colore verderame che assume il metallo ossidato) o a *ramo* nel senso di 'lucertola del ramo'; secondo un'altra ipotesi (scartata quella di un'origine etrusca) la voce sarebbe un incontro tra *ra[cano]* e *mar* (da *mataris* 'giavellotto'). Cfr. GDLI, s. *ramarro*¹.

⁶⁹ La rapidità del ramarro è paragonata a quella con cui il «serpentello», che impersona lo spirito di Francesco Guercio Cavalcanti, avanza contro Buoso. Cfr. *Enciclopedia Dantesca*, Roma, Istituto della Enciclopedia Italiana, 1984², s. *ramarro* (p. 847).

Come 'l ramarro sotto la gran fersa
dei dì canicular, cangiando sepe,
folgore par se la via attraversa,
 sì pareva, venendo verso l'epe
de li altri due, un serpentello acceso,
livido e nero come gran di pepe. (vv. 79-84)

ALESSANDRO SANVITO*

Luca Pacioli scacchista

Cenni di storia degli scacchi

Tra i giochi di antica origine conservatisi sino ai nostri giorni il più meritevole di attenzione è senz'altro quello degli scacchi; esso possiede, oltre al naturale aspetto di competizione intellettuale, una precisa connotazione simbolica, e quasi assurge a metafora della vicenda umana.

L'origine di tale gioco, particolarmente eletto, si perde nel tempo ma la sua ingegnosità, che gli guadagnò attraverso i tempi l'ammirazione degli uomini colti e le lodi dei poeti, portò generalmente ad esagerarne l' antichità.

Le testimonianze scritte sugli scacchi in testi di carattere morale, ma anche tecnico, che ci sono pervenute dal passato, presentano quasi sempre una parte introduttiva dedicata all'invenzione del gioco; di volta in volta essa è attribuita agli egizi, ai greci, ai romani agli ebrei ma pure ai mori, ai cinesi, agli indiani e ai persiani e spesso viene indicato il nome dell'inventore: insistentemente Palamede, ma da altri sostituito con Ulisse, oppure Diomede che visse ai tempi di Alessandro, o un certo Attalo, o ancora al celebre astronomo persiano Schatrenscha; altri asserirono che fu un ministro del re di Babilonia, oppure il filosofo Serse o il bramino Sissa. Fantasie antiche, si dirà, ma è la prova che il desiderio di conoscere l'origine del gioco fu sempre presente fra gli uomini di cultura.

La nascita degli scacchi, per certo orientale, rimane tutt'ora oscura: Cina, India, Persia, in rigoroso ordine alfabetico, si disputano l'onore della sua invenzione, tuttavia, molteplici indizi e argomenti etimologici, portano a ritenere che la sua culla sia stata l'antica India; una considerazione, tra l'altro, suffragata da testimonianze contenute in antichi testi pahlavici e in posteriori manoscritti arabi.

Secondo una opinione comune e largamente condivisa, gli scacchi sarebbero stati inventati da qualche Indù verso la fine del VI secolo d.C.¹

***Federazione scacchistica Italiana (Milano).**

¹ Si deve, in ogni caso, ricordare che gli studiosi sono divisi sulle modalità dell'invenzione del gioco; vi è chi sostiene che gli scacchi siano stati inventati, per così dire *ex nihilo*, da una mente particolarmente dotata, mentre altri ritengono che l'apparire del gioco sia stato il risultato di una lenta evoluzione, misurabile forse in secoli, di un precedente gioco da *tabula* le cui lente modificazioni avrebbero portato successivamente alla nascita degli scacchi. Le due teorie appaiono in contrasto, ma è un contrasto solo apparente poiché esse presumibilmente si integrano e si completano e non necessariamente l'una dovrebbe escludere l'altra;

L'inventore o gli inventori avrebbero avuto sott'occhio, come tavola da gioco, appunto l'*ashtapada*², e su quella idearono il *caturanga*³.

Intorno all'*ashtapada* esistono testimonianze assai antiche⁴, così come la presenza di giochi in genere fu una costante presso le aristocrazie dell'antichità e i valori culturali di tali divertimenti sono evidenti per la connessione con la fortuna; d'altra parte il dado, che riassume in sé il simbolo della sorte, ha un'età che molto probabilmente va misurata in millenni e, poiché nella sorte i popoli primitivi vedevano influssi magici, si comprende come il dado fosse un accessorio indispensabile nei giochi di remota origine.

Oltre tutto, come rileva Maria Angelillo, non si può ignorare che quello che si avvicina maggiormente alla specificità della cultura indiana e più precisamente a quella hindu, è certamente il supporto del gioco stesso, ovvero la tavola da gioco (*ashtapada*). La sua forma è quella di un particolare *mandala*, disegno geometrico in uso nell'iconografia hindu e buddhista con particolari funzioni culturali e rituali, costituito da un quadrato suddiviso in 64 quadrati minori e detto "*manduka*". Quest'ultimo rappresenta il tracciato, la pianta, su cui viene edificato il tempio hindu. In numerosi testi della tradizione sacra hindu viene prescritto che l'area deputata ad ospitare l'edificio sacro sia sempre divisibile in 64 quadrati.

Il *manduka*, ottenuto suddividendo per otto ciascun lato, mostra nella sua struttura l'interazione fra i numeri otto, sedici e sessantaquattro, e contiene, in tale partizione numerica, una continua allusione al mondo celeste e al manifestarsi della sua perfezione. Nella mitologia hindu, in cui sono menzionati otto soli in corrispondenza delle otto fasi del giorno, il numero otto corrisponde all'astro solare, mentre il numero sedici è di ascendenza lunare. Il 64, invece, è un sottomultiplo del numero ciclico fondamentale 25.920 che costituisce la somma degli anni contenuti in un'intera precessione degli equinozi. Il diagramma che si compone di 64 quadrati evoca, dunque, l'ordine celeste con lo schema

sviluppo vi è certo stato nell'idea, inizialmente forse semplice, poi via via, sempre più funzionale e complicata ma la "svolta" definitiva verso gli scacchi, intesi come gioco di riflessione fra due giocatori senza l'uso degli scacchi, non può che essere stata improvvisamente geniale.

² Termine sanscrito indicante una *tabula* da gioco di 8x8 case

³ Antico termine sanscrito - nel suo insieme *caturanga-bala* - che ha nell'interpretazione più comune il doppio significato di gioco e di rappresentazione delle forze componenti l'esercito indiano di quei lontani tempi; da *catur* (quattro) *anga* (parti di un insieme), ossia elefanti, cavalleria, carri da guerra, e fanteria; la disposizione di queste armi era, nella strategia bellica indiana, rigidamente fissata: gli elefanti al centro, i carri ai fianchi, la cavalleria in mezzo e la fanteria davanti.

⁴ PATANJALI, *Grande Commentario alla Grammatica di Panini, Mahabhasya*, II, 373, I. pp. 4-6; cfr. L. RENO, *La grammaire de Panini*, vol. II, Parigi, 1966, II, p. 32; T. THIEME, *Chess and Backgammon (tric trac) in in Sanskrit Literature*, « indological studies in honor of W. Norman Brown », New Haven, 1962, pp. 204-216.

dell'interazione fra i due grandi cicli complementari del sole e della luna e rappresenta una riduzione dell'universo concepito come la somma di tutti i cicli cosmici⁵.

Si deve comunque precisare che le relazioni fra scacchi e astrologia sembrano indubbe nelle più antiche forme del gioco ma esse non sono certamente esclusive di una sola civiltà: lo provano gli studi di Pavle Bidev che misero in evidenza analoghi legami nella cosmologia sia indiana, che cinese⁶.

Quasi inesistenti sono invece i riferimenti nella letteratura indiana al gioco degli scacchi, o meglio a termini ad esso associati, nonostante i vari tentativi di trovare utili informazioni in altri antichi testi sanscriti.

I testi contenenti vaghe menzioni al gioco che più hanno interessato gli studiosi sono il *Vasavadatta* di Subhandhu e il *Harsacarita* di Bana, più o meno coevi (600 ca. d.C.).

Interessante è il passaggio contenuto nel *Harsacarita*, ovvero le "gesta di Harsa", nel quale si legge "solo le *ashtapadas* (al plurale) insegnano le posizioni del "caturanga" ma in ogni caso entrambi i passaggi non sembrano risolutivi contenendo solo allusioni al gioco peraltro piuttosto controverse⁷.

Sull'origine indiana del gioco, dunque si sa poco o nulla da fonti indigene, ma essa è fortunatamente tramandata, in forma più o meno romanzata, da fonti persiane.

Le informazioni del passaggio degli scacchi dall'India alla Persia sono contenute in tre testi scritti in buon pahalavi: essi sono il *Vicarishn-i-Catrang*, il *Karmanak i Artaxer* e il *Retak u Kavatan i Husrav*.

Dei tre testi pahalavici, il *Vicarishn-i-Catrang*, la cui stesura, sulla base di attenti studi e precisi indizi linguistici, può essere ragionevolmente fissata attorno al 700 d.C., è di gran lunga il più importante poiché è il più antico documento in nostro possesso che offra chiarezza e spieghi la nomenclatura e la natura della simbologia bellica degli scacchi⁸.

⁵ M. ANGELILLO-(A. SANVITO), *L'identità giocata: gli scacchi*, «Riflessi. Incontri ad arte tra Oriente e Occidente», Milano, Pimedit, 2009, p. 23-28.

⁶ P. BIDEV, *Ist das altindischen Brettspiel Astapada identisch mit petteia*, in «Ziva Antika», Skoplje, 1962.

⁷ L.H.GRAY, *Subhandhu: Vasavadatta*, New York, 1913, p.191. Cfr. C.P.BHATTA, *Origin and genesis of chess*, Sevetal, ed. Meissenburg, 1994; per una maggiore conoscenza, si veda E.B. COWELL- F.W. THOMAS, *The Harsa-carita of Bana*, Londra, 1897, e C.P. BHATTA, cit., p.29.

⁸ Si ricordano le prime trascrizioni integrali utilizzate dagli studiosi di storia degli scacchi attivi a cavallo fra l'Ottocento e il Novecento e quelle più vicine ai nostri tempi: D.P. SANJANA, *Ganjeshayagan andarze Atrepat Maraspandan, Madigane, Chatrang and Andarze Khusroe Kavatan*, Bombay, 1885; C. SALEMANN, *Mittelpersische Studien*, «Mélange Asiatiques tirés du Bulletin de l'Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg». Tome IX, Livrason 3 1887, pp.222-242; J.M. JAMASP-ASANA, *The Pahlavi Texts contained in the Codex MK copied in 1332 A.C.etc.* Bombay, 1897; SH. IRANI, *The Pahlavi Text*; Bombay, 1899, pp. 28-36; J.C.TARAPORE, *Vijarishn-i chatrang or the Explanations of Chatrang and other Texts, etc.* Bombay, 1932; O.

L'antico documento pahlavico

Nel poemetto, composto di 38 paragrafi, si legge che durante il regno di Cosroe dall'anima immortale (Cosroe I° Nushirawan, 531-578 secondo molti, e Cosroe II° Parwiz, 590-628 secondo altri), il gran re di tutte le Indie, per saggiare l'intelligenza e la sapienza dei regnanti persiani, inviò un *Catrang* fatto di sedici pezzi di rosso rubino e sedici pezzi di verde smeraldo⁹ (Cfr. Fig. 8).

In favore della tesi "indiana" sull'origine degli scacchi, oltre ad antiche leggende e all'esistenza di giochi arcaici da *tabula*, vanno segnalati pesanti argomenti glottologici; i termini contenuti in antichi testi persiani sopravvissuti non hanno nessun riferimento etimologico nel pahlavi o nell'arabo, ma diventano chiari e significativi se si considerano derivati dal sanscrito. *Catrang* altro non è se non la traduzione del termine sanscrito *Caturanga*.

La provenienza del *Catrang* dall'India, affermata dalle fonti iraniche e arabe, trova d'altra parte conferma nelle posteriori leggende fiorite sull'invenzione degli scacchi. Su quindici leggende ben undici collocano la culla del gioco nell'antica India¹⁰.

HANSEN, *Zum mittelpersischen vicarism i catrang*, «XIX Internationalen Orientalistenkongress», Roma, 1935, pp. 13-19; M. LUCIDI, *Il Testo pahlavico Vicarism i Chatrang u Nibisn i New-Artaxse*, Tesi di Laurea (1935-36), Scuola Orientale, Università di Roma. I.A. ORBELL, *Libro degli scacchi* (ed. russa in cirillico), Leningrado, 1936; A. PAGLIARO, *Il testo pahlavico sul giuoco degli scacchi*, «Miscellanea Galbati». Vol. III Fontes Ambrosiani, 1951, pp. 97-110; H.S. NYBERG, *A Manual of Pahlavi*, Wiesbaden, 1964, pp. 118-121; CH.J. BRUNNER, *The Middle Persian Explanation of Chess and Inventino of Backgammon*, in «The Journal of the Ancient Near Eastern Society od Columbia University 10», 1979, pp. 43-51; A. PANAINO, *La Novella degli scacchi e della tavola reale*, Milano Mimesis, 1999, e per i vari contributi di carattere filologico: CH. BARTHOLOMAE, *Mitteliranischer Studien*, IV, «WZKM, 27» (Wiener Zeitschrift für Kunde des Morgenlandes), Vienna, 1913, pp. 347-374; A. CHRISTENSEN, *L'Iran sous les Sassanides*, Copenhagen, 1944; E. HERZFELD, *Ein sasanidischer Elefant*, «AMI. 3» (Archaeologische Mitteilungen aus Iran), Berlino, 1931, pp.26-28; TH. NÖLDEKE, *Persische Studien II.* «SAWW Bd. 126» (Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien), Vienna, 1892, e E.W. WEST, *Note on the Catrang-namak*, «JRAS, NS 30» (Journal of the Royal Asiatic Society), Londra, 1898, pp.389-390. Si veda anche E. MEISSENBURG, *Das Schachspiel in der Mittelpersischen Literatur*, Winsen/Luhe, 1976. A. PAGLIARO, *Sulla più antica storia del giuoco degli scacchi*, «Rivista di Studi Orientali», Roma, 1940; A. PAGLIARO, *Il giuoco degli scacchi fra verità e leggenda*, «La Lettura», Milano, 1950 e A. PANAINO, cit, 1999.

⁹ In molte versioni del passaggio i pezzi di smeraldo (verdi) precedono quelli di rubino (rossi); ciò nonostante questi due colori sembrano proprio essere i colori dei pezzi di scacchi alle origini del gioco. La comparazione rossi= bianchi e verdi= neri appare chiara in alcuni testi scacchistici tardo medievali e rinascimentali. Ancora oggi molti set di scacchi prodotti nell'area indiana presentano la curiosa colorazione rosso-verde per distinguere i due schieramenti, che non deve essere considerata una libertà dell'intagliatore, bensì il voluto perpetuare di una antichissima tradizione. Si veda, A. SANVITO, *Bianco e Nero o Rosso e Verde?*, «L'Italia Scacchistica», Milano 1984, 143-146; A. SANVITO, *Figure di Scacchi*, Milano, Mursia, 1992, 111-112.

¹⁰ La più nota fra tutte le leggende narra che il gioco venne inventato in India da un bramino di nome Sissa, per divertire il suo re, perpetuamente annoiato. Il re ne rimase così soddisfatto, che invitò Sissa a chiedergli

Ciò nonostante contro questi elementi linguistici, apparentemente decisivi, pesano legittime riserve circa la scarsità della documentazione conservata in India ma a l'evidenza documentata non è, e non può essere l'unica forma di evidenza, perché se così fosse, molti fatti dell'umanità realmente accaduti, dovrebbero essere negati per l'insufficienza della documentazione.

Il testo continua raccontando che dopo tre giorni Vazurgimir, il saggio alla corte di Xusraw, riuscì a spiegare il *catrang* e le sue leggi; dopo aver spiegato che un saggio indiano aveva creato il *catrang* a immagine di un campo di battaglia, la narrazione continua con paragrafi che possono essere considerati i passaggi più importanti di tutta l'antica storia degli scacchi.

Per la prima volta viene fornita la nomenclatura dei pezzi e la loro chiara disposizione sulla scacchiera:

“Ed egli fece i re come i due comandanti in capo, i ministri come il fianco destro e sinistro, l'elefante come il capo delle guardie del corpo, il cavallo come il capo della cavalleria, il pedone come quegli stessi fanti di fronte al campo di battaglia”.

I pezzi del gioco indicati nel testo pahlavico sono, secondo la conoscenza moderna, il Re, *Sab*; Alfiere, *pil*, ossia l'elefante; Cavallo, *asp*; il Pedone, *payadag*. Più complicati da interpretare sono i pezzi che noi oggi chiamiamo Torre e Donna o Regina; per quanto concerne la derivazione moderna è necessario per attestarla correttamente soffermarsi ancora sul *catrang* sasanide, per comprenderne gli sviluppi soprattutto attraverso la mediazione araba, in virtù della quale gli scacchi raggiunsero l'Europa.

La corretta identificazione di questi due pezzi e la loro trasformazione nella terminologia moderna è stata oggetto di seri studi, perché centrale è la loro collocazione nella storia degli scacchi. Dotte dissertazioni purtroppo non chiariscono il guasto antico dei termini usati per indicare i due pezzi. Poco aiuta anche il ricorso al testo di Ferdowsi – in ogni caso molto più tardo – che come opera di confronto non chiarisce completamente la questione. Tuttavia, l'accurata

qualunque premio desiderasse; Sissa gli rispose: “Metti un chicco di grano sulla prima casella della scacchiera, due sulla seconda, quattro sulla terza e così via, sempre raddoppiando fino alla sessantaquattresima, e dammi il tutto”. Il re consentì meravigliandosi per la modesta richiesta del bramino: ma quando i suoi ministri ebbero fatto il conto, si accorsero che né i granai del re, né quelli di tutto il mondo allora conosciuto, avrebbero potuto raccogliere l'immensa quantità di grano richiesta dal bramino.

Il risultato era “2 alla sessantaquattresima meno uno”, pari ad un numero di chicchi di venti cifre. Per rendere l'idea, la Lombardia sarebbe stata ricoperta da uno strato di 22 metri. La leggenda di Sissa si è conservata nei secoli, tanto che nelle lingue indiana e persiana le caselle della scacchiera molte volte sono ancora dette *granai*.

attenzione ai termini *rox* in pahlavi poi divenuto *rux* in persiano e *ruxx* in arabo, sebbene non definitiva dal punto di vista filologico, porterebbe, con il susseguirsi di posteriori corruzioni fonetiche, ad una interpretazione scacchistica più che plausibile. Per quanto concerne la Donna occorre ancora fare riferimento ad altre interpretazioni sebbene sembra essere privilegiante il significato etimologico, ovvero quello di “comandante”, nel senso “di colui che sta sopra le armi”.

Contribuì a rendere difficile l'esatta interpretazione del pezzo il fatto che nell'esercito persiano vigeva la consuetudine – non così rigida come si pensa comunemente - che quando il re era sul luogo della battaglia, il comando era tenuto da lui e non da un comandante o consigliere come era, invece, in uso nell'esercito indiano.¹¹

Il periodo arabo

Quando gli arabi invasero la Persia (nel 641 ca. d.C.), conobbero il gioco degli scacchi e le sue regole, il nome dei pezzi usati per praticarlo, ma trasformarono il termine pahlavico *Catrang* in *Shatranij* poiché i suoni *ch* e *g* apparivano estranei alla loro lingua.

Gli arabi ebbero grandi maestri di *Shatranij* e una notevole letteratura. Eccellenti giocatori furono Al-Adli, Ar-Razi, e Abul-Farag al-Lajlaj, ma il più celebre fu però As-Suli che fiorì sotto il califfato di Al-Muktari. As-Suli scrisse due libri sugli scacchi, contenenti spesso critiche allo stile di gioco dei suoi contemporanei, espresse sempre con il tono di una indiscussa autorità (Cfr. Fig. 9).

¹¹ E' dunque da questo paragrafo che apprendiamo il nome dei pezzi del gioco, il loro ordinamento sulla scacchiera ma non le regole di movimento sebbene un passaggio, che sembra essere sfuggito all'attenzione degli studiosi, ci fornisca una consistente indicazione per desumerle con una certa sicurezza. L'ordine della descrizione dei pezzi, contenuto nel paragrafo 10 dell'antico testo pahlavico rispetta rigorosamente la sequenza - tipica di chi conosce perfettamente il valore dei singoli pezzi - secondo la loro potenza di movimento; l'anonimo autore prima elenca il Re (1) poi le Torri alle due estremità della scacchiera (2), indi la Donna (3), l'Alfiere (4), il Cavallo (5) e il Pedone (6); fondamentale, per gli studiosi di storia degli scacchi, l'indicazione delle Torri prima del Comandante o Consigliere (moderna Donna/Regina) poiché l'autore ci informa che la Torre è il pezzo con maggior potere di movimento di tutto lo schieramento permettendoci di ricostruire, con scarsi margini di errore, le regole di gioco in vigore già in epoca sasanide. Sorprende la normalità dell'esposizione; la stessa esposizione, del resto, che userebbe un moderno scrittore di scacchi, con la sola variante dell'inversione fra Donna e Torri per via dell'accresciuto movimento della Donna entrato in uso solo nel tardo Quattrocento, ma normale per quei tempi nel quale le Torri superavano per potenza l'incedere assai limitato di quello che allora veniva chiamato Comandante o Consigliere.

Tutto ciò ci induce ad affermare che l'anonimo autore del testo, scrivendo del *catrang*, non fece riferimento ad un gioco immaginario, al contrario, egli scrisse di un gioco di cui conosceva i pezzi, la loro disposizione sulla scacchiera, il loro valore e che molto probabilmente aveva avuto occasione di vedere anche praticato.

Il divieto del Corano, che in un noto versetto proibisce il vino e il gioco, e la tradizione dogmatica canonica, che ha sempre avuto grande autorità dottrinale, la quale attribuisce a Maometto affermazioni in favore della condanna degli scacchi al pari del *nard*¹², giustificano e spiegano il perché in molti di questi manoscritti arabi vi è una introduzione in difesa della liceità degli scacchi, come sorta di questione preliminare.

Ed era un preambolo di non poca importanza giuridica poiché occorre che gli autori dei testi scacchistici e i propri lettori trovassero un *modus vivendi* per tranquillizzare le proprie coscienze.

La condanna doveva, quindi, essere circoscritta a cause esterne all'essenza del gioco, come le scommesse, i dadi, l'omissione delle preghiere e concludere che, posti questi limiti, gli scacchi potevano essere permessi.

Determinante per una tolleranza in favore degli scacchi fu la contrapposizione fra gli scacchi, appunto, e il popolarissimo *nard*. Nel *nard* il giocatore non può agire liberamente perché è condizionato dal getto fortunato o meno dei dadi, mentre negli scacchi la volontà del giocatore non è sottoposta a nessuna restrizione¹³.

L'arrivo degli scacchi in Europa

Sulla scia dell'espansione della cultura e della dominazione araba, il gioco si diffuse attraverso l'Africa settentrionale nell'Europa meridionale. In prevalenza dal sud, ma anche per altre vie, gli scacchi entrarono in tutta l'Europa.

Reperti archeologici, testimoniano che gli scacchi erano già arrivati nel nostro continente nel X secolo e con il gioco gli europei conobbero i nomi arabi dei pezzi.

Shah (da cui *Shah Mat*, il re è morto o il re è perduto, onde per assonanza fonetica, scacco matto) fu tradotto in Re, inteso come pezzo supremo attorno al quale ruota tutto il gioco. *Asp* e *Piydah* furono semplicemente tradotti in Cavallo e Pedone, mentre l'Elefante, *Pil*, in arabo *Fil* e con l'articolo come è d'uso nella loro lingua, *al-Fil*, divenne per similitudine fonetica alfine in italiano antico e poi Alfiere. Più complicate – come si è già accennato – sono le trasformazioni che hanno subito i pezzi che noi oggi chiamiamo Torre e Donna. Il Carro da Guerra in arabo persianizzato *Rukh*, per accostamento fonetico divenne in latino *roccus*, in italiano rocco (da cui il verbo arroccare, ancora oggi in uso) indi rocca e Torre.

¹² Antico gioco di sorte assai diffuso in Oriente.

¹³ F. M. PAREJA CASANAS, *El libro del ajedrez de sus problemas y sutilezas de autor arabe desconocido*, Madrid, 1953. F. M. PAREJA CASANAS, *La fase araba del juego degli scacchi*, «Oriente Moderno, 33/10», 1953, pp.407-429.

L'equivalente di Donna, secondo recenti studi, sembra essere in pahlavi *frazen*, da cui l'arabo *firzan* o *ferz*, ovvero qualcosa di simile a un consigliere o a un ministro.

Con la diffusione del gioco il nome e il significato del pezzo subirono profonde modificazioni, appunto perché era stato smarrito, il significato originale della parola. In Occidente per similitudine fonetica *firzan* divenne, attraverso una fantasiosa etimologia popolare, *ferza*, *fierge*, *vierge*, avviando quella trasformazione verso Regina che è usuale in Europa.

L'innovazione è di origine dotta e appare per la prima volta nel poemetto medievale pseudo-ovidiano *De Vetula*: “sex species saltus excernet sex quoque scaci, Miles et alpinus, roccus, rex, virgo, pedesque”¹⁴.

Che può essere una *virgo* accanto al suo re, se non una regina?

La simbologia scacchistica europea

E quando gli scacchi arrivarono nel nostro continente l'Europa si impossessò della simbologia scacchistica, così la conoscenza del gioco divenne una delle sette *probitates* del vero cavaliere, e la fantasia popolare aveva costruito sugli scacchi epopee e romanze che venivano narrate dai menestrelli per intrattenere i loro signori¹⁵.

Così gli scacchi vennero inseriti nelle “canzoni di gesta”, nella saga bretone del Re Artù, nelle storie dei paladini di Francia, nelle leggende religiose del Graal, con racconti fantastici di tradizione romanza. I trovadori cantano i cavalieri di Lancillotto che si cimentano con la bella castellana su una scacchiera i cui pezzi si muovono al tocco di un magico anello; chi vince se la sposa, diventa signore del castello e della scacchiera fatata¹⁶.

L'insistente ricorso agli scacchi, in questo tipo di letteratura, trova spiegazione nelle stesse caratteristiche del gioco che, oltre a quelle eminentemente intellettuali, furono sempre utilizzate come metafora sociale con finalità simboliche, allegoriche e etiche che ben si adattavano ai costumi dell'epoca.

¹⁴ A. SANVITO, *Scacchi Manoscritti, raccolta di antichi documenti scacchistici europei*, Roma, Caissa Italia, 2008, p.33.

¹⁵ Le sette *probitates* si leggono nel capitolo 44 della *Disciplina Clericalis* di PIETRO ALFONSI, lo spagnolo, ebreo battezzato, e medico di corte che morì attorno al 1140. È molto probabile che l'acquisizione della conoscenza degli scacchi come particolare prerogativa del cavaliere che oltre a *equitare, natare, sagittare, cestibus certare, aucupare, versificari*, doveva *scacis ludere*, fu determinante per diffondere il gioco almeno nell'alta società.

¹⁶ F. STROHMEYER., *Das Schachspiel im Altfranzösischen*, Halle a.S., 1895, p. 381-403; fra le molte opere citate contenenti riferimenti scacchistici, ricordiamo *Les échecs amoureux*, l'*Ogier de Danemarque*, la *Vielle, Floir de Blanceflor*, le *Roman de Durmat le Gallois*, il *Lancelot, Houn de Bordeaux*, il *Percival* di Chrétien de Troyes, il *Tristano* di Beroul, la *Chanson de Roland*, il *Renaut de Montalban*, il *Voeux du Paon*, il *Roman de la Rose*, la *Quête de Saint Graal*, etc.

Arrivati in Europa, gli scacchi subirono profonde modificazioni anche rispetto all'originale significato simbolico del gioco orientale; un consigliere o un ministro, un elefante, un cavaliere e un carro da guerra trovavano spiegazione in una collocazione scacchistica indo-persiana improntata alla similitudine bellica, ma già al tempo degli Abbasidi, il significato di alcuni pezzi era andato perduto per lasciar posto a una concezione assai mutata.

Sulla scia di una popolare e rapida espansione l'antica simbologia bellica del gioco lasciò spazio ad una immagine nuova e più consona alla mentalità europea. Una immagine probabilmente legata all'idea che allora si aveva di una corte medievale che consentiva di accettare un giullare, un saggio o un portabandiera come Alfiere, una Torre invece di un carro da guerra e soprattutto una Donna al fianco di un Re, prima ed unica figura femminile nel gioco degli scacchi. (Cfr. Figg. 10 e 11).

I primi trattati scacchistici

Dal punto di vista tecnico molti dei trattati arabi sul gioco sono pervenuti fino a noi, con il generico titolo di *Kitab-as Shatranj*, quando si riferivano alle partite, e *Mansubat*¹⁷ quando facevano riferimento ai finali, anche se normalmente questi manoscritti raccoglievano entrambe le versioni, in ciò differendo dai primi trattati medievali che in Occidente ebbero contenuto esclusivamente problemistico.

Con l'introduzione del gioco degli scacchi in Europa, si diffusero nel continente le partite dei giocatori arabi e le fasi finali, cioè i *Mansubat*, che furono raccolte in collezioni.

Una delle raccolte più antiche è contenuta nel famoso manoscritto, riccamente miniato, comunemente conosciuto come codice alfonsino. Compilata verso la fine del Duecento per ordine di Alfonso X re di Castiglia, questa raccolta può essere considerata il primo stadio documentato della trasmissione del gioco musulmano ai paesi europei e anche il primo germoglio dell'evoluzione verso gli scacchi moderni¹⁸.

Uno dei trattati più diffusi del Medioevo fu il *Liber de moribus hominum et officiis nobilium super ludo scachorum*, spesso indicato negli inventari con il titolo abbreviato *De ludo scachorum* o, ancora più concisamente, *De Ludo*. Non era un trattato teorico sul gioco degli scacchi, ma un libro di morale, contenente una serie di ammaestramenti spirituali, illustrati con similitudini tratte dagli scacchi. L'autore

¹⁷ *Mansuba* singolare, *Mansubat* plurale, sono termini arabi per indicare qualcosa di simile ai finali di partita presenti in molti antichi codici scacchistici a noi pervenuti.

¹⁸ Del *Libro de los juegos* di Alfonso X si hanno edizioni in *fac simile* pubblicate nel 1913, e nel 1987. Si veda D.VEGA, *Gli scacchi di Alfonso X*, in «FMR» (Franco Maria Ricci), Milano, 1994, p.110-114.

– il cui nome nonostante le storpiature dei vari amanuensi, venne con certezza individuato in quello di frate Jacopo da Cessole - si qualifica egli stesso dell'ordine dei frati predicatori. Era, dunque un domenicano; e il codice, come egli avverte nel prologo, era stato prima *predicato al popolo in voce*.

L'idea di ricorrere a "esempi" per rinforzare insegnamenti morali, del resto, non era nuova; fu, anzi, una caratteristica di quei tempi l'uso di brevi racconti, favole, aneddoti e citazioni per dimostrare un fondamento di un principio dottrinale, religioso o morale.

Ma Jacopo da Cessole d'Asti, un piccolo paese del Piemonte, ne fece un uso particolare, che fa di lui non un semplice compilatore, ma un attento e riflessivo rielaboratore di una materia, l'*exemplum*, disgregata e incontrollata.¹⁹

Il contributo dei religiosi

Nonostante il testo moralizzante di fra Jacopo, non tutto andò per il giusto verso all'inizio della storia occidentale del gioco: non appena gli scacchi giunsero in Europa, i primi che lo coltivarono assiduamente furono soprattutto i religiosi. Ma se i monaci medievali devono essere oggi considerati benemeriti per aver saputo apprezzare e diffondere questo gioco intellettuale, si deve tuttavia rilevare che essi non siano stati molto temperati nel praticarlo. Sembra infatti che alcuni religiosi abbiano ecceduto, trascorrendo al *tavoliere* anche il tempo che avrebbero dovuto dedicare alle pratiche religiose.

Con tale premessa non appare affatto strano che la parola *Scachus* compaia per la prima volta in Italia in un documento della Chiesa.

Il documento fu una lettera scritta nel 1058 da San Pier Damiani al Papa Alessandro II.

In essa si informava il Papa della penitenza inflitta a un Vescovo fiorentino che, per gran parte della notte "*praeferit ludo scachorum*". In detta lettera la parola "*Scachus*" viene adoperata per ben sette volte, il che fa di questa lettera uno dei testi più significativi non solo per la storia degli scacchi in Italia, ma per la storia degli scacchi in genere²⁰.

¹⁹ J. M. MEHL, *L'exemplum chez Jaques de Cessoles*, «Le Moyen Age», Revue d'Histoire et de Philologie, tome LXXXIV, 4^{ème} série, tome XXXIII, n.2, 1978, p. 227 e sgg.

Cfr. T. KAEPPELI, *Pour la biographie de Jaques de Cessole*, «Archivium fratrum praedicatorum», XXX, 1960, p.149 e sgg. Il contributo del domenicano Kaeppli è determinante per la biografia di Jacopo da Cessole; si deve a A. CHICCO il merito di aver trovato questa preziosa fonte. Si veda anche A. GUGLIELMETTI, *Jacobus de Cessoles. Notizia bibliografica*, «Rivista Scacchistica Italiana», Roma, 1908, p. 25-29.

²⁰ A. CHICCO-A. ROSINO, *Storia degli scacchi in Italia*, Venezia, Marsilio, 1990, p. 11 e sgg.; e A. CHICCO, F. PRATESI, A. SANVITO, *Medioevo Scacchistico Toscano*, Milano, 1985. Il documento informa che attorno al

E questa reprimenda non rimase peraltro isolata: un altro grande dottore della Chiesa, san Bernardo, abate di Chiaravalle, indirettamente riprovò l'esercizio del gioco

Sulle orme di questi grandi Santi fu quasi inevitabile che la Chiesa, così sollecitata nel difendere la dignità della missione sacerdotale, corresse ai ripari opponendo vari provvedimenti e divieti severi. Nell'anno 1255 il Concilio Biterrense precisò che nel divieto del gioco dei dadi doveva ritenersi incluso anche il gioco degli scacchi²¹.

Tale rigida posizione trovò in quei tempi maggiore giustificazione nella improvvisa diffusione di numerosi e particolari testi scacchistici per lo più scritti in latino e meno frequentemente in volgare, contenenti posizioni scacchistiche da risolvere spesso con posta di denaro in palio.

È, appunto, molto probabile che molte proibizioni della Chiesa trovassero giustificazione proprio nell'abitudine assai frequente nei secoli XIII e XIV di impegnare forti somme di denaro sui *partiti*, e tutto ciò non poteva essere accettato nonostante i più tolleranti giudizi contenuti nelle norme statutarie e nelle convenzioni locali.

Fino al 1300, il gioco degli scacchi quale fu giocato nel mondo occidentale non differì da quello arabo, le cui regole erano state integralmente importate. La fastidiosa lentezza del gioco musulmano che soffriva del ridotto potere di movimento di alcuni pezzi, parve ai giocatori europei di quel tempo troppo esagerata, e proprio questa lentezza avrebbe indotto i giocatori a preferire i *partiti*, come più rapidi e più interessanti: da ciò, la straordinaria diffusione delle raccolte dei problemi medievali.

Il periodo di transizione

Attorno all'ultimo quarto del Quattrocento, una data solo indicativa ma non molto lontana dalla realtà, accadde nel sud dell'Europa qualcosa di importante; in

1058, quando papa ALESSANDRO II era stato appena eletto ma non ancora incoronato ricevette la celebre lettera di SAN PIER DAMIANI contenente una penitenza inflitta ad un *episcopus sedis florentinae* in compagnia del quale PIER DAMIANI aveva fatto un viaggio. Sul far della notte i due avevano sostato in un ostello, ma mentre PIER DAMIANI si era subito ritirato in una cella del presbiterio, il vescovo si era attardato nella sala grande insieme agli altri viaggiatori per giocare a scacchi. La mattina seguente il fatto venne riferito a PIER DAMIANI, che rimproverò il vescovo e lo convinse ad accettare una pesante penitenza consistente nella recita di tre volte dell'intero salterio e nella lavanda dei piedi di dodici poveri. La "lettera" è contenuta in tutte le edizioni pubblicate delle epistole di DAMIANI; cfr. DAMIANUS, *Opera Collecta*, Rome, 1606, vol. I, p. 24. Anche MARGERINUS DE LA BIGNE's *Sacrae Bibliothecae Sanctorum Patrum*, Paris, 1578.-9, vol. III.

²¹ A. CHICCO, *Gli scacchi e il diritto*, «L'Italia Scacchistica», Milano, 1951, pp.25-28.

alcuni testi scacchistici di quel periodo si cominciò ad osservare un mutato movimento, principalmente in un paio di pezzi, mai utilizzato prima di allora.

Risultava accresciuta la potenza della Donna con il dominio di tutte le linee che si incrociavano con la sua casa; al Re fu riconosciuta la facoltà di arroccare, mentre l'Alfiere estese il suo dominio a tutte le case in diagonale del suo colore, perdendo, tuttavia, la facoltà di saltare. Fu la cosiddetta *Riforma* scacchistica, e l'inizio della teoria moderna del gioco.

E' sempre stato difficile stabilire se questo *nuovo, e diverso* modo di giocare agli scacchi fu dovuto ai giocatori italiani, francesi o spagnoli, ma oggi vi sono fondate ragioni per credere che il merito di questa innovazione sia da attribuire agli spagnoli²². Sembra invece certo che queste variazioni furono volute dai giocatori più che dai problemisti, piuttosto riluttanti ad affidare le loro poste di denaro a "partiti" non collaudati da lunga esperienza.

La grande novità, comunque, non fu immediatamente accettata; ciò ha il supporto di numerose testimonianze, poichè molti manoscritti pervenutici di quel periodo di transizione continuarono a riportare - accanto a posizioni *a la rabiosa* o *de la Dama*, cioè con l'accresciuto potere di movimento della Donna - anche partiti *del viejo* o *a la antiga*, cioè alla vecchia maniera.

Il nostro Paese posto geograficamente sulla via della introduzione degli scacchi in Europa conobbe il gioco molto prima di altri paesi europei. L'Italia, infatti, possiede il più ricco patrimonio di manoscritti scacchistici di tutto il mondo. Fra questi, naturalmente, non mancano i codici contenenti posizioni scacchistiche regolate dalle vecchie e nuove regole.

Si conoscono cinque manoscritti di questo tipo, tutti conservati nel nostro Paese. Il codice custodito nell'Augusta di Perugia, e quello della Malatestiana di Cesena che molto probabilmente sono opera dello stesso autore²³; quello datato e firmato (ex anno 1511) - caso assai raro - da un certo Joannes Cachi da Terni, che si trova nella Casantense di Roma²⁴. Ma certamente il più noto e studiato codice di

²² R. CALVO, *Valencia: Birthplace of Modern Chess*, New in Chess, 1991, n.7, p. 82-87, 89; J. P. MONTÈ, *Searching for Spanish cradle for modern chess, an answer to Mr. Calvo*, ivi, 1992, n.1, p. 4-6; ibidem, *The origin of modern chess*, «Scach im abendländischen Mittelalter und in der Frühen Neuzeit», III Teil, Seevetal, ed. Meissenburg, 2000, p.26-30. Si vedano, G. WESTERVELDT, *La reina Isabel la Católica: su reflejo en la dama poderosa de Valencia, cuna del ajedrez. Moderno y origen del juego della damas*, Valencia, 2004; J. A. GARZÓN, *El regreso de Francesch Vicent, La historia del nacimiento y la expansión del ajedrez moderno*, Valencia, 2005.

²³ *Latrunculorum ludus*, Perugia, Biblioteca Comunale Augusta, ms. cart. lat. MS 775 (L. 27), 196 c.; i "partiti" di scacchi occupano le prime 66 c.; *Ludi varii o Ludes Davij*, Cesena, Biblioteca Malatestiana, ms. cart. miscellaneo, 166.34, 356 c.

²⁴ Roma, Biblioteca Casanantense, Miscellaneo, Codice lat., ms. 791.

questo tipo è il cosiddetto It. 51 della BNC di Firenze²⁵, a cui oggi si aggiunge quello appena scoperto, opera del grande matematico fra Luca Pacioli²⁶.

Il tempo dell'introduzione delle nuove regole può essere individuato in una data imprecisata, ma vicina all'ultima parte del Quattrocento, considerando anche un certo periodo di prova e di adattamento²⁷.

In ogni caso, il tempo dei codici contenenti vecchie e nuove leggi del gioco va fissato in circa trenta anni (1490ca-1520ca), poiché dopo questa indicazione non si sono più trovati, salvo rarissime eccezioni, codici contenenti *partiti* regolati dalle antiche norme. Almeno così si desume dall'attento studio di questi manoscritti.

Il nuovo modo di giocare a scacchi

Con l'avvento degli scacchi moderni e con il definitivo abbandono delle scommesse sui *partiti* il gioco riprese il suo rango di disciplina mentalmente educativa senza finalità di lucro; cadute per sempre le antiche remore medievali sulla liceità degli scacchi, la passione per il *novello* gioco, almeno negli ambienti socialmente più elevati, divampò in tutta la penisola. La Chiesa stessa, come sempre, seppe così cancellare l'antico rigore dei divieti allora imposti.

Non a caso uno dei pontefici di più larghe vedute, Leone X, divenne egli stesso appassionato giocatore di scacchi. L'attività scacchistica di questo Pontefice fu piuttosto rilevante, a giudicare dalle molte testimonianze pervenuteci. Il Roscoe²⁸ addirittura afferma che egli "*était grand jeuor d'échecs, et pouvait faire les coups (le mosse del gioco) le plus difficiles, avec autant de prontitudo que de succes*", riportando poi a supporto della sua opinione, parte di una lettera scritta nel 1514 da Baldassarre Turini da Pescia, nella quale, non senza una punta di deplorazione, riferisce che "*nostro signore sta la maggior parte del di in la stanza sua a giocare a scacchi*"²⁹. Anche il Paolucci, oratore estense a Roma, nel 1520 comunicava al duca di Ferrara che si era trovato a pranzo con Sua Santità, e poi aveva giocato a scacchi con il Cardinale Cesarino per compiacere il Papa. Era logico, quindi, che anche alti prelati coltivassero con passione il giuoco; e si deve appunto ad un vescovo, Girolamo Vida (1490--1566), a quest'uomo del Rinascimento, grande nelle sue virtù e nei

²⁵ Firenze, Biblioteca Nazionale Centrale, Codice cart. Cl XIX, 51, 211 c.

²⁶ Gorizia, Archivio di Stato, "Archivio Fondazione Coronini", Collocazione provvisoria: Serie Biblioteca 9, Magazzino 6, Scatola 2. Codice Coronini-Cronberg, 2+48 c.

²⁷ E' possibile che l'introduzione delle nuove regole sia avvenuta qualche decennio prima, ma è logico pensare che la diffusione del nuovo modo di giocare a scacchi sia avvenuta più tardi.

²⁸ W. ROSCOE, *Vita di Leone X*, T. IV, p. 391.

²⁹ A. CHICCO, *Gli Scacchi e la Chiesa*, «L'Italia Scacchistica», Firenze, 1938, p. 181-185.

suoi difetti³⁰, il più celebrato ed elegante poema scacchistico di tutti i tempi: lo *Scacchia Ludus*, di cui si fecero moltissime traduzioni in ogni lingua e che inizia con i celebri versi:

Quattro e sessanta spazi in quel vi sono
 Disposti d'otto in otto, e d'ogni lato
 Breve confin li limita e contorna,
 D'ugual forma e misura son gli scacchi,
 Non d'uguale color; ché sempre neri
 S'alternano co' bianchi; qual sul dorso
 Di dipinta testuggine si osserva.
 (vv 22 ss. testo latino)³¹

È evidente che l'importanza dello *Scacchia Ludus* non risiede negli aspetti tecnici del suo contenuto, ma piuttosto nel suo valore letterario. Si deve, comunque, a questo poemetto e alla sua popolarità se il nuovo gioco degli scacchi divenne una conoscenza indispensabile per gli uomini di cultura dei secoli XVI, XVII e XVIII³².

Una storia lunga questa degli scacchi, fatta di tante piccole storie, qui molto riassunte, ma forse sufficienti per comprenderne il fascino. Divertimento nella sua essenza, arte e tecnica nella forma, addirittura scienza dell'impalcatura normativa, gli scacchi sono sempre motivo di fiaba e mistero. Il destino di questo gioco, che solo gioco certamente non è, sembra davvero essere quello dell'immortalità.

Il De Ludo scachorum di Fra Luca Pacioli di Sansepolcro

L'informazione scritta dallo stesso Luca Pacioli nel suo *De viribus quantitatis: ... "insiemi col iocondo et alegro tractato "De ludis" in genere, cum illicitorum reprobatione, spetialmente di quello de scachi, in tutti modi detto "Schifanoia" et alle excellentie dal signior Marquese et Marchegiana di Mantoa, Francesco Gonzaga e Isabela Extense, a questi dedicato....*, non è mai apparsa, fin dall'inizio, sorprendente nè tanto meno dubbia negli ambienti scacchistici nazionali ed internazionali. Tanto è vero che la prima menzione dell'esistenza di tale documento

³⁰ A. CHICCO-A.ROSINO, cit. p.55.

³¹ Ivi, p. 55-56. Versione italiana di Giannuzzi, *Il giuoco degli scacchi*, Lecce, 1897.

³² Per una bibliografia del Vida si veda: M. DI CESARE, *The game of chess, Marco Girolamo Vida's, Scacchia Ludus*, Nieuwkoop, 1975, pp. 111; A. CHICCO-A. SANVITO, *Lineamenti di una Bibliografia Italiana degli Scacchi*, Roma, AMIS, 1987, pp. 200; A. SANVITO, *Bibliografia Italiana degli scacchi, dalle origini al 1999*, Milano, Sylvestre Bonnard, 1999, pp. 230.

– verosimilmente desunto dalla pubblicazione di Baldassarre Boncompagni³³ - si trova nella monumentale opera di Harold James Ruthven Murray³⁴; in Italia fu successivamente e diligentemente ricordato più volte da Adriano Chicco ma solo due articoli di un certo interesse furono dedicati all'introvabile manoscritto del celebre matematico³⁵.

Il fortunato e straordinario ritrovamento dell'opera scacchistica di Luca Pacioli è stato accolto con entusiasmo dagli studiosi della materia; finalmente si sarebbe potuto conoscere il contenuto del manoscritto e valutare la competenza tecnica dell'autore (Cfr. Fig. 12).

Le raccolte di partiti

Il piccolo codice non è un *tractatus*, ossia un testo dedicato alle partite, bensì una raccolta di *partiti*. I primi testi di natura scacchistica pervenutici avevano indirizzi più che altro moralizzanti, oppure di carattere didattico, altri ancora, epico, tutti preziosi per comprendere meglio le regole degli scacchi in uso nell'Europa medievale, ma scarsamente interessanti dal punto di vista tecnico.

Sotto questo profilo si dimostreranno decisivi le già menzionate raccolte di *partiti*; non è ancora ben chiaro quando queste particolari posizioni scacchistiche assunsero la dizione di *partito*, ma si hanno testimonianze che il termine era già in uso nel medioevo per indicare combinazioni particolarmente ingegnose. Tali posizioni potevano derivare da partite giocate o potevano essere anche il frutto della fantasia del compositore. Il nome, tratto certamente dalla stessa radice di "partita", sottolineava, almeno inizialmente, il senso di battaglia, lotta, tenzone, poiché il *partito* serviva soprattutto a proporre all'avversario una scommessa, abitualmente con posta in denaro o in natura, avente per scopo la possibilità o l'impossibilità di una soluzione, nella quale uno dei due colori muovendo per primo, si impegnava a dare matto in un numero determinato di mosse, generalmente *né più né meno*. In altri termini una soluzione in un diverso numero di mosse, anche inferiore, non era considerata risolutiva. Dunque, questo particolare interesse

³³ B. BONCOMPAGNI, *Intorno alle vite inedite di tre matematici (Giovanni Danck di Sassonia, Giovanni De Lineriis e Fra Luca Pacioli da Borgo San Sepolcro)*, «Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche», tomo XII, 1879, pp.361-431.

³⁴ H. J. R. MURRAY, *A History of Chess*, Oxford, 1913, p.417, n.1.

³⁵ Si ricordano accenni di A. CHICCO in *Fortuna degli scacchi nel '500*, Milano, 1946, p.6; *Un manuscrit iconnu*, «Le Monde des échecs», Parigi, 1946, p. 268-270. I due articoli citati sono: A. CHICCO, *Il rebus di Leonardo da Vinci*, «Scacco», S. M. Capua Vetere, 1978, p.57-58; A. SANVITO, *Il libro di scacchi di Luca Pacioli*, «L'Italia Scacchistica», Milano, 2001 inserto centrale p. 11-18.

per la composizione non nasceva dall'attrattiva derivante dalla bellezza delle combinazioni, create dalla fantasia del compositore, ma da un motivo molto più prosaico³⁶.

Singolare è una coincidenza - ricordataci da Chicco - che avvicina una maniera trovadorica di poetare agli antichi *partiti*³⁷. Vi era una forma di tenzone così congegnata: l'uno dei trovatori poneva un quesito, lasciando all'altro la scelta fra due risposte, tenendo per sé all'asserzione contraria. Alternativamente, ognuno dei due poeti rispondeva in rima difendendo la propria asserzione che nella sostanza e nello svolgimento è analoga a quella in uso per le antiche posizioni scacchistiche dove, appunto, il proponente disponeva i pezzi di scacchi in una determinata posizione, lasciando all'avversario la scelta del colore, difendendo poi il colore opposto. Ma l'analogia diviene ancor più evidente nella terminologia; questa maniera di tenzonare era detta *partitem* o *joc partit* e negli adattamenti italiani queste analogie divennero addirittura identità. Quando Federico II volle proporre una tenzone al notaio Pace così, appunto, si espresse:

Ciascuno ama vertade per natura
Ond'eo solo per trovarla disputando
Mando un *partito* a voi, Maestro Pace³⁸.

Un giudizio sull'anteriorità e sulla reciproca derivazione di questi termini è azzardato almeno in base agli scarsi elementi in nostro possesso. Comunque, non v'è dubbio che se la parola *partito* finì con il mettere salde radici nella terminologia scacchistica - tanto da rimanere per circa sei secoli il termine ufficiale indicante l'odierno problema - ebbe in parte questa fortuna dalle analogie con il *joc partit* di origine provenzale, che ne aveva favorito l'accoglimento nel volgare italiano.

Le grandi raccolte di partiti

Testimonianze importanti di questo tipo di raccolte sono i numerosi codici, per lo più scritti in latino e meno frequentemente in volgare, comunemente noti come *Bonus Socius* e *Civis Bononiae*, e convenzionalmente riunite, per caratteristiche comuni diverse fra loro, in due gruppi.

³⁶ A. CHICCO- G. PORRECA, *Dizionario Enciclopedico degli Scacchi*, Milano, Mursia, 1971, p.385. Si veda anche, A. CHICCO- A. ROSINO, cit. p. 35.

³⁷ A. CHICCO, *I problemi a scommessa*, «L'Italia Scacchistica», Firenze, 1941, p.113.

³⁸ P. GASPARY, *La scuola poetica siciliana*, Livorno, 1882, p. 129.

Fra i manoscritti contenenti *partiti*, a Firenze si conserva nella BNC uno dei più antichi e in ogni caso, uno dei più famosi di tutta la storia degli scacchi. Il manoscritto, è opera di amanuense e assai prezioso: esso rappresenta la fonte più importante per lo studio dell'arte problemistica in Europa. Privo di titolo, ma che gli studiosi chiamarono *Bonus Socius* dalle parole con le quali l'anonimo scrittore si presenta ai lettori nel prologo: “*Idcirco ego bonus socius sociorum meorum*” (Cfr. Figg. 13 e 14).

Fra tutti i manoscritti della famiglia del *Bonus Socius* questo è l'unico al quale può essere attribuita una data molto antica. Alcuni studiosi lo attribuiscono all'inizio del Trecento; Murray addirittura alla fine del Duecento. Non tutti gli storici del gioco, tuttavia, sono disposti ad accettare una datazione così remota, ma è ancora l'ignoto compilatore che viene in soccorso là dove scrive: “*ho procurato di raccogliere in questo libro i partiti da me veduti o nuovamente inventati*”; e se si tiene conto che il manoscritto non è antografo, si deve desumere che fu copiato da un esemplare precedente (*i partiti da me veduti*) e quindi l'ipotesi di Murray appare verosimile³⁹.

Alcuni codici della famiglia del *Civis Bononiae*, che storicamente sono datati verso la metà del Quattrocento, riportano all'inizio un breve poemetto di 24 versi, nel quale l'ignoto compilatore fornisce alcune enigmatiche indicazioni per svelare la sua identità. Chi sia il “*Cittadino di Bologna*” rimane ancora un mistero, sebbene una ipotesi avanzata da Bruno Bassi⁴⁰ sostenga che il *Civis Bononiae* altri non sia se

³⁹ Firenze, Biblioteca Nazionale Centrale, cod. lat. 241, già Banco dei rari B.A.6. Contiene 194 “partiti” di scacchi con l'aggiunta di 24 problemi di tela (merelli) e 11 problemi di tavola reale. L'enigmatica citazione può essere così tradotta “*Perciò io buon compagno aderendo alle preghiere dei miei compagni*”. Alla famiglia designata con questo nome appartengono altri codici sparsi in biblioteche europee e americane; fra i più noti oltre a quello in dialetto Piccardo, Parigi, Biblioteca Nazionale, Fonds français 1173, si possono ricordare il codice lat. 10286 sempre della Biblioteca Nazionale di Parigi, appartenuto un tempo a CHARLES D'ORLÉANS, e il codice chiamato FOUNTAINE dal nome dell'originario possessore, passato poi nella biblioteca di MORGAN di New York per i quali, cfr. A. VAN DER LINDE, *Geschichte und Literatur des Schachspiels*, Berlino, 1874; A. VAN DER LINDE, *Das erste Jahrtausend des Schachlitteratur (1850-1880)*, Berlino, 1881a; A. VAN DER LINDE, *Quellenstudien*, Berlino, 1881b; T.H.VON DER LASA, *Zur Geschichte und Literatur des Schachspiels*, Lipsia, 189; H.J.R. MURRAY, cit. 1913;

W. BENARY, *Die Europäischen Schachspielsammlungen des Mittelalters mit besonderer Berücksichtigung der romanischen*, «*Zeitschrift zur romanischen Philologie*», XLVIII Band, Halle, 1928. Si vedano, A. CHICCO, *Il più antico manoscritto italiano sul problema di scacchi*, «*L'Italia Scacchistica*», Firenze, 1941, p. 81-85; F. PRATESI, *Prezioso e antico, ma non troppo*, «*L'Italia Scacchistica*», Milano, 1996, p. 188-189.

⁴⁰ Si trascrive solo l'ultima parte contenente l'enigmatica indicazione: *Hec huius opuscoli series est tota / Quis sim scire poteris tradens tot ignota / Uersuum principiis sillabas tot nota, / eorundem media litera remota. Ciuis sum Bononiae ista qui collegi / qui sub breuiloquio uaria campegi. / Disponente Domino opus quod peregi / presentari principi possit sive regi.* Cfr. PINO DA IMOLA (pseudonimo di EUROPE CACCIARI)

non il *Bonus Socius* stesso, trovando argomento a favore di questa tesi, ingegnosamente, togliendo alcune lettere dai primi versi e ricavando le parole *Bonus Socius*. L'identificazione del *Civis Bononiae* con il *Bonus Socius* troverebbe conferma in alcune coincidenze. Nessuna conclusione, tuttavia, è ancora possibile; soprattutto gli aspetti cronologici sembrano non convergere⁴¹ (Cfr. Figg. 15 e 16).

Inevitabilmente, le raccolte del *Bonus Socius* e del *Civis Bononiae*, tradotte relativamente presto anche in volgare, divennero la fonte primaria utilizzata dai successivi compositori.

Il significato del partito

Detto così, si potrebbe pensare che chi più tardi compilò raccolte di partiti si limitò a copiarne le posizioni; ebbene, non vi sarebbe nulla di più errato che avallare una così superficiale conclusione.

Somiglianze analoghe con partiti conosciuti erano nelle posteriori raccolte assai frequenti: ma è opportuno a questo proposito sottolineare che somiglianza non denota sempre identità di idea o di soluzione. Differenze che oggi appaiono trascurabili erano allora tali da trasformare completamente il partito. Per comprendere questo rilievo non va dimenticato che il problema di scacchi medioevale era destinato a servire per scommesse in danaro e si fondava perciò esclusivamente su elementi soluzionistici trascurando gli elementi tematici.

Sotto questo profilo è facile comprendere come spostamenti anche minimi di pezzi o giramenti di posizione servissero egregiamente a provocare insolubilità o accorciamenti o prolungamenti di soluzione ingannando lo scommettitore avversario. Il concetto di novità per i moderni inerente al "tema" era per i problemisti medioevali imperniato sui mutamenti della soluzione: essi consideravano perciò come del tutto originali posizioni sostanzialmente identiche come idea ma

Un enigma del XV secolo: chi era il Civis Bononiae? «Il Labirinto», Roma, 1949, p. 170; C. CUMANO, *L'enigma del Civis Bononiae spiegato? La semplice ma suggestiva spiegazione di C. Cumano*, ivi, 1950, p. 20; A. CHICCO, *L'enigma del Civis Bononiae. Una risoluzione convincente e forse decisiva del prof. Bassi*, ivi, 1950, p. 102; A. CHICCO, *Un enigma appassionante*, «La Scacchiera», Milano, 1952, p. 90-92; F. PRATESI, *Una soluzione da controllare*, «Il Labirinto», Roma, 1995, p.92; F. PRATESI, *Ma che razza di socio era?*, «Torre & Cavallo», Brescia, 1996, n.1, p.25-26; e *Bolognese sì, ma di quando?*, ivi, n.2, p.44-45; F. PRATESI, *Socius, Civis, et alii* i«Okkasioneller Rundbrief, n. 6», Seevetal, 1996, p. 29-34

⁴¹ J.F. MAGEE, *Good Companion (Bonus Socius)*. XIII Century manuscript collection of chess problems, illustrated with coloured frontispiece and thirty-eight full page reproduction from original manuscript, Firenze, 1910; A. SANVITO, *Il Bonus Socius alla luce di alcuni contributi dimenticati*, «L'Italia Scacchistica», Milano, 2005, p.358-365; A. SANVITO, *Sulle tracce del Bonus Socius*, «Scacchi e Scienze Applicate», Venezia, 2007, p. 35-38.

sottilmente differenziate come soluzione. E si comprende pure come un partito insolubile fosse considerato altrettanto corretto di un partito regolare giacchè la difficoltà di scoprire una insolubilità equivaleva perfettamente alla difficoltà di trovare la soluzione.

Le caratteristiche della raccolta di partiti di Luca Pacioli

Il manoscritto di piccolissimo formato consta di 48 carte, numerate solo sul *recto*, per un totale di 96 diagrammi scacchistici (uno per pagina), ma il totale delle posizioni scacchistiche risulta essere di 114 partiti perché Pacioli in 18 diagrammi inserisce un secondo partito. Esempi di due o più partiti per pagina si sono già visti, ma questi inseriti entro un diagramma già esistente sono una rarità. La maggior parte sono rovesciati, a volte sotto o di fianco, e per separare le due diverse posizioni il francescano usa talvolta una riga doppia orizzontale, più spesso una doppia linea a semicerchio che scorre separando l'un partito dall'altro senza difficoltà di lettura, fermo restando l'obbligo di ruotare il codice per osservare il partito rovesciato. I pezzi sono indicati, non con gli usuali nomi abbreviati o con le lettere dell'alfabeto, ma raffigurati con veri e propri pezzi di scacchi; i colori usati per distinguere i due schieramenti sono il rosso (bianco modernamente) e il nero, il che conferisce al codice un indubbio titolo di pregio.

Esistono antichi casi simili in altri codici conservati fuori dai confini della penisola, ma per quanto concerne l'Italia e limitatamente al tempo che precede il codicetto di Pacioli, si è a conoscenza di soli tre esemplari aventi tale inusuale caratteristica⁴².

⁴² Merita attenzione il Magliabechiano, lat. C1, XXII, 22, conservato nella BNC di Firenze, per via del fatto che i pezzi hanno la stessa foggia dei pezzi di scacchi introdotti in Europa dai musulmani. Una sorta di spaccato storico scacchistico di eccezionale importanza. F. PRATESI, *Insolite figure di pezzi nel più diffuso trattato scacchistico*, «Scacchi e Scienze Applicate», Venezia, 1986, p. 25 -29. Degno di nota è anche il cosiddetto Riccardiano (Miscellaneo, Firenze, Biblioteca Riccardiana, Codice cartaceo 2871 (antica segnatura p.III, 30.) ricordato da H.J.R. MURRAY, cit. p. 645, come una raccolta di diversi trattati nella quale la parte scacchistica occupa i fogli 34^r-57^v contenente 48 partiti quasi tutti del tipo *Civis Bononiae*. Il manoscritto presenta anch'esso, per descrivere i pezzi, dei veri e propri disegni straordinariamente simili a quelli di foggia islamica. Inoltre il testo è scritto in volgare e non nell'abituale latino, alimentando la supposizione che tale codice potrebbe essere uno fra i primi, se non il primo in assoluto, scritto in volgare. A scoprire il valore scacchistico di questo documento fu von der Lasa che nel 1890 lo studiò datandolo all'inizio del Quattrocento; VON DER LASA, cit. p. 162-163. Questa data fu confermata anche da F. PRATESI, *Mutilo ma volgare e figurato*, «L'Italia Scacchistica», Milano, 1996, p. 374-375; si veda anche, A. CHICCO-F. PRATESI- A. SANVITO, cit. 1985. Non da meno, in virtù di altre peculiarità, è il manoscritto *Trattato degli scacchi*, Torino, Biblioteca Reale, ms. membr. MS. vari 128, firmato dal faentino Gilio de Zelati. Il codice pergameneo di soli 26 fogli scoperto nel 1948 da A. CHICCO a Torino, A. CHICCO, *Contributi alla storia del problema di scacchi*, Milano, 1950, pp.5-19; A. SANVITO, *Il trattato problemistico di Gilio de Zelati*, «L'Italia Scacchistica», Milano, 1997, pp. 268-270. è certamente uno fra i più attraenti dal punto di vista artistico. Il manoscritto, poco studiato ancora oggi, presenta alcune singolarità che lo rendono particolarmente

Il *De Ludo Scachorum* è una tipica raccolta di partiti ma contenente posizioni governate sia dalle vecchie regole, sia dalle nuove, ossia un tempo di stesura di straordinaria importanza per l'intera storia degli scacchi.

La collocazione cronologica del piccolo codice del minorita di Sansepolcro è dunque quella del periodo cosiddetto di transizione; va così ad accrescere il numero di quei codici che sono fra i più studiati di tutta la storia degli scacchi, poiché quel trentennio segnò il termine di un modo di giocare e ne aprì uno nuovo che finì per cambiare la stessa concezione degli scacchi.

Nel manoscritto pacioliiano la dizione *rabiosa*, o *rabio* e meno frequentemente *a la rabiosa*, appare nell'enunciato di 26 posizioni, mentre per gli 88 vecchi partiti Pacioli nulla scrive, salvo alcune eccezioni in cui leggiamo *dritta* e *a la dritta*, un termine – per quanto consti – mai incontrato in precedenza e di difficile comprensione.

L'aspetto generale del piccolo codice è quello di un brogliaccio, di un *block notes*, sul quale Pacioli scrive senza un particolare metodo tutto ciò di cui ha bisogno come se si trattasse di una piccola antologia dedicata al gioco degli scacchi. È abbastanza evidente che questa fu una prima importante stesura, sulla quale egli intervenne in più riprese, e che sarebbe dovuta essere riordinata per una probabile edizione definitiva.

I partiti non sembrano ordinati secondo criteri logici; a posizioni con basso numero di mosse seguono altri, con una vistosa differenza di tratti necessari per la soluzione e i partiti con le nuove regole sono mescolati a quelli governati da quelle antiche senza un corretto criterio.

Per questa questione, tuttavia, si deve tener conto dei dubbi avanzati dal paleografo Bartoli Langeli secondo cui: le 48 carte risultano dalla giunzione di quattro fascicoli: un quaterno (cc. 1-8), tre senioni (cc. 9-20, 21-32, 33-44), e un duerno (cc. 45-48). Le facciate iniziali e la finale di ciascun fascicolo (1r, 8v, 20v, eccetera) sono scurite e macchiate dall'umidità, il che significa che esse rimasero a lungo esposte all'aria. Ciò fra l'altro fa escludere che il quaterno 1-8 e il duerno 45-48 risultino dalla divisione di un originario senione⁴³.

interessante e meritevole di attenta riflessione. Il piccolo codice che può essere datato fra il 1450 e il 1470, è dedicato a Borso d'Este; contiene una raccolta di 23 partiti che non sono stati trovati nelle raccolte del *Bonus Socius* e del *Civis Bononiae*; è miniato, un fatto sorprendente ma comprensibile se consideriamo a chi è dedicato. L'altra caratteristica che affascina il lettore, è che i pezzi dei diagrammi – come nei due precedenti testi – raffigurano pezzi di scacchi, elegantemente e vivacemente colorati di rosso e verde. Questa colorazione, come si è già osservato, non è accidentale, al contrario, essa prova che l'autore possedeva buone conoscenze sull'origine classica del gioco.

⁴³ A. BARTOLI LANGELI, *Descrizione del manoscritto*, «Gli scacchi di Luca Pacioli», Sansepolcro, 2007, p. 76.

Basandosi su queste informazioni lo studioso spagnolo Antonio José Garzón è arrivato alla conclusione che le anomalie sopra menzionate sono più il risultato di una errata fascicolazione finale piuttosto che una reale confusione dell'autore poiché osservando la sua ricostruzione sarebbe stato possibile avere una sequenza ordinata secondo i criteri tradizionali di queste raccolte di partiti⁴⁴.

È in ogni caso sufficientemente chiaro che ci si trovi davanti ad una raccolta che, se non già da subito, divenne presto un libro per uso personale; tutto ciò lo si desume, senza molte riserve, dalla lettura del manoscritto.

Una prova inequivocabile sono alcune note scritte a margine di alcuni diagrammi: al folio 41^r, partito n. 97 ove si legge *Idem habes in meis quinternis carti 103. Errato, melius carti 152*, e al f.41^v, partito n. 98 (Cfr. Figg. 17 e 18).

Similem habes in nostris; sono evidentemente note che fanno riferimento ad appunti personali (*quinternis*) raccolti molto prima della stesura del suo ms. e che rimandano a fonti precedenti. In altre parole Pacioli usò per il suo partito n. 97 partiti uguali (*idem habes*), tratti da antiche raccolte, numerandoli secondo la progressione dei suoi appunti (prima scrive 103 poi corregge in 152) e si può scommettere che questi due numeri richiamaivano due *partiti* certamente molto simili nell'idea altrimenti non avrebbe scritto *melius*; lo stesso criterio usò per altri casi simili scrivendo al margine *similes habes in nostris*, alludendo sempre ai suoi appunti o meglio ai suoi *quinternis*. Vi sono altri elementi che confermano la convinzione, per altro condivisa da tutti coloro che hanno avuto l'opportunità di studiare il testo, di un prevalente uso personale del manoscritto; lo si osserva, ad esempio, da alcuni pezzi cancellati (partito n. 2 e n.6), qualche correzione (n.54), una indicazione scritta per ricordare un futuro inserimento di un rocco bianco in h8 (n.13), e anche pezzi non colorati (n.4 e n.60) (Cfr. Figg. 19, 20, 21, 22, 23, 24).

I *partiti del viejo*, come si è osservato, sono 88, di questi 66 derivano dal *Bonus Socius* con qualche doppio, 15 dal *Civis Bononiae* e altri 7 con fonti a volte più antiche, (Murray ne cita 4 osservate nell'Archinto⁴⁵), 1 posteriore (nel Casanatense)

⁴⁴ J. A. GARZÓN, *Estudio del tratado ajedrecístico de Luca Pacioli*, Valencia, 2007, p. 21-22.

⁴⁵ H. J. R. MURRAY, .cit, p.573-579. H. J. R. MURRAY lo chiamò Archinto, dal nome dell'antico proprietario italiano, il Conte ARCHINTO; poi nella Biblioteca PHILLIPS di Cheltenham ed infine nella biblioteca personale di J.G. WHITE che poi lasciò in dono alla Cleveland Public Library. Si tratta di una miscellanea contenente alcuni trattati latini, seguiti da una incompleta trascrizione del trattato di fra Jacopo da Cessole; subito dopo questo testo vi è una collezione di 29 "partiti" di scacchi che occupano i ff. 85-92. Il manoscritto non è datato ma H. J. R. MURRAY, sulla base della calligrafia e di alcuni determinanti confronti, lo fa risalire al 1370-75; lo studioso inglese osserva che molte di queste posizioni scacchistiche si trovano in precedenti manoscritti arabi a noi pervenuti. Ho potuto avere dalla Biblioteca statunitense documentazione del codice scacchistico in discussione. La dipendenza da un antico codice arabo è evidentissima. Cfr. A. SANVITO, *Un vecchio codice scacchistico chiamato Archinto*, in "L'Italia scacchistica", Milano, 2009, pp. 340-346.

e 2 senza una certa fonte. Viceversa dei 26 partiti *a la rabiosa*, solo di una posizione non si è trovata la fonte, avendo le altre 24 una precisa corrispondenza nell' It.51 (Firenze Cl XIX, 51). La posizione che manca per completare il gruppo dei 26 partiti *a la rabiosa* è il famoso matto affogato nell'angolo, noto con il matto in 5, 4, 3, mosse ma che Pacioli presenta in 2 (n.107) e, appunto perché celebre, ha fonti precedenti e riferimenti posteriori (Cfr. Fig. 25).

La vistosa dipendenza del testo di Pacioli dal *Bonus Socius* ha sorpreso qualche studioso che, dato il tempo in cui il codicetto fu vergato, si aspettava piuttosto un ricorso al *Civis Bononiae*, essendo quest'ultimo notoriamente più recente e molto più diffuso dell'altra raccolta⁴⁶.

Per quanto concerne la principale fonte usata da Pacioli per i partiti con le vecchie regole, si potrebbe anche osservare che in genere tutto il contenuto del *Bonus Socius* è sempre confluito nel *Civis Bononiae* per cui la perplessità potrebbe non aver ragione di porsi. Poi uno potrebbe chiedersi perché mai fra tutte quelle fonti, il minorita francescano avrebbe scelto in grande maggioranza proprio solo quelli della più antica raccolta e appena alcuni della più tarda lasciando la questione ancora aperta.

Comunque sia, il manoscritto scacchistico di Pacioli non è privo di sorprese né di curiosità; il caso delle quattro posizioni già notate nell'Archinto è emblematico. Tre di esse si trovano anche nelle due celebri raccolte usate come fonti (*Bonus Socius* e *Civis Bononiae*) dal francescano di Sansepolcro, ma non la quarta (n.31) il che porterebbe ad immaginare che Pacioli ebbe sottomano quell'antico codice che forse non circolò mai in Italia e che ora si trova addirittura negli Stati Uniti. E' dunque evidente che quel partito (nell'Archinto n.18) era già stato utilizzato in una successiva e diversa raccolta che molto probabilmente fu consultata da Pacioli (Cfr. Fig. 26).

Qualcosa di simile, ma in senso inverso, potrebbe essere il caso del partito n.32 che proviene da molto lontano ma che noi riconosciamo meglio nella raccolta, cosiddetta Casanatense (n.117) che è certamente più tarda del testo del matematico toscano. Così come due partiti (n.34 e n.59) tratti dal *Civis Bononiae* (n.207 e n. 66) si trovano anche nel codicetto che Gilio De Zelati dedicò a Borso d'Este.

Il primo di questi due (n.34) fu usato più tardi e in chiave moderna anche dal Polerio⁴⁷. Ciò prova una circolazione di varie raccolte, più o meno importanti, molto più vasta delle nostre attuali supposizioni (Cfr. Figg. 27 e 28).

⁴⁶ Con lettera privata, F. PRATESI cortesemente, mi ha manifestato la sua sorpresa.

⁴⁷ Giulio Cesare Polerio, grande giocatore di scacchi, ci lasciò una mezza dozzina di manoscritti di eccezionale importanza per la teoria moderna del gioco. Nacque a Lanciano, attorno alla seconda metà del Cinquecento e morì nei primi anni del Seicento; da qui il soprannome de *L'abruzzese* con il quale divenne famoso. A.

Fra i partiti governati dalla vecchie regole il n. 28 e soprattutto il 29 potrebbero essere degli inediti di Pacioli; il primo ha una molto vaga somiglianza notata in due antichi testimoni del *Bonus Socius* oggi conservati a Parigi, ma più nell'idea che nella posizione, mentre il secondo sembrerebbe proprio originale (Cfr. Figg. 29 e 30).

La grande sorpresa di Pacioli è un "inedito" *a la rabiosa* presentato nel partito n.106, basato sullo sfruttamento della nuova aumentata potenza di movimento degli Alfieri (Cfr. Fig. 31).

Sul termine e sulla posizione si deve registrare un parere contrario di Garzón, il quale afferma che in ogni caso tale posizione era già conosciuta. A sostegno della sua opinione cita la somiglianza trovata nel codice di Perugia n.42 e due volte nel codice di Cesena n. 294-1, e n. 23-2, concludendo che Pacioli di fatto si limita a modernizzare l'idea di una posizione simile. Si deve comunque osservare che i tre casi citati, utilizzano le Torri che, come è noto, non cambiarono mai il loro modo di muovere.

Pur rispettando l'opinione dello studioso spagnolo, riesce difficile immaginare che Pacioli abbia potuto aver l'occasione di consultare quelle opere, considerando i suoi studi e il suo tipo di vita. La qualcosa vale anche per il contrario, ossia, è fortemente dubbio che gli autori (o l'autore) delle presunte fonti citate abbiano potuto vedere il manoscritto di Pacioli, che, verosimilmente, era sempre stato nelle mani del proprietario per essere solo alla fine abbandonato nelle *Procuratie* veneziane.

In ogni caso, anche se avesse utilizzato quelle fonti precedenti per ispirarsi nel comporre il suo *partito a la rabiosa* –fatto peraltro ancor tutto da provare-, Pacioli dimostra tutta la sua attenzione scacchistica utilizzando coerentemente, per un *partito* nuovo, gli Alfieri, ossia dei pezzi che nel periodo di transizione avevano notevolmente incrementato il loro potere di movimento.

Del suo "inedito *a la rabiosa*", si noterà, tra l'altro, che è l'unico gestito dalle nuove regole e, curiosamente, non si trova nel codice cosiddetto It. 51, qualunque sia, ovviamente, la dipendenza temporale fra i due codici⁴⁸.

Luca Pacioli giocatore di scacchi

Pacioli fu uno scacchista di lungo corso, e non può essere stato altrimenti, dato che non è pensabile che egli possa aver costruito una raccolta di partiti

SANVITO, *I codici scacchistici di Giulio Cesare Polerio e di Gioacchino Greco*, Brescia, Messaggerie Scacchistiche, 2005. II edizione 2008, pp. 77.

⁴⁸ Questo passaggio non è inserito accidentalmente, essendovi in corso studi sulle strette analogie fra il codice di Luca Pacioli e il cosiddetto It. 51 della BNC di Firenze.

senza avere avuto alle spalle anni e anni di studi e di esperienza. E' possibile che Pacioli sia stato affascinato dalle complesse caratteristiche insite negli scacchi, ma non fu improvvisa infatuazione; più credibile una passione di lunga data. Non fu un professionista – la convivenza degli scacchi con i suoi studi matematici lo avrebbe impedito – ma nemmeno un dilettante; piuttosto un serio e attento studioso.

Un uomo illustre il cui nome va ad aggiungersi a quello di altri, altrettanto celebri personaggi, che con il loro interesse per questo gioco portarono prestigio all'intera storia degli scacchi⁴⁹.

Una, fra le principali ragioni del suo iniziale interesse per gli scacchi, potrebbe essere cercata in un moderno assioma scacchistico: una partita di scacchi, secondo le teorie attuali, ma come concetto applicabile anche a quelle antiche, si divide in tre parti: la prima riguarda l'apertura, poi segue il centro partita e termina con il finale. Per quest'ultima parte ne è stato coniato uno che suona più o meno così: "data una posizione finale, e sul presupposto che i giocatori non sbaglino nessuna

⁴⁹ Fra i più noti si ricordano: **1.** D. ALIGHIERI, nel Canto XXVIII del *Paradiso*, versi 91-93, la celebre terzina: "L'incendio suo seguiva ogni scintilla;/ ed eran tante, che 'l numero loro/ più che 'l doppiar de li scacchi s'inmilla". Il Sommo Poeta dimostra di conoscere la simbologia della progressione ciclica della scacchiera legata alla leggenda del chicco di grano. Si veda anche la voce scacco curata da A. NICCOLI dell'Enciclopedia Dantesca. Riferimenti scacchistici si trovano pure in due opere che sono state attribuite, non senza pareri divergenti, a Dante: il Fiore e il Detto d'Amore. Nell'Enciclopedia Dantesca, Roma, Istituto della Enciclopedia Italiana, 1976, si veda Fiore LXIII, 1; LXXXIV, 4; CXXIX, 14; Detto d'Amore v. 361 e v. 456. **2.** L. ARIOSTO, *L'Orlando Furioso*; da una immagine derivata dal gioco degli scacchi fa uso l'Ariosto nel C. XVIII, 38: *Per dar lor scacco e guadagnarsi il giuoco*. **3.** G. BOCCACCIO, *Il Decamerone*, Giornata terza, novella decima: Filomena e Panfilo giocano a scacchi; Giornata settima: Lodovico e madonna Beatrice giocano a scacchi.; nel *Philocolo*, Filocolo e Sadoc giocano a scacchi. Cfr. A. CHICCO, *L'aiutomatto di messere Boccaccio*, «Scacco», S.M. Capua Vetere, 1977, p. 177. **4.** F. PETRARCA, *De Rimedi dell'una e l'altra fortuna*, cioè *Aversa e Favorevole* libri 2. Dialogo XVII tra il Piacere e la Ragione sul gioco degli scacchi. **5.** G. CARDANO, *De vita propria*, in *Opera Omnia*, Lione, 1663. In questa opera Cardano ripetutamente afferma di aver giocato a lungo a scacchi e di aver scritto un libro su questo argomento contenuto in un'opera sui giochi che cambiò titolo per ben tre volte. Secondo il Cardano il libro sugli scacchi sarebbe stato ultimato nel 1524 quando fu nominato rettore all'Università di Padova. In realtà il libro non ci è mai pervenuto né manoscritto né a stampa. **6.** T. TASSO, nei Dialoghi del vol. II: Il Romeo o vero del giuoco e Il Gonzaga II ovvero del giuoco, si disquisisce sugli scacchi. **7.** G. LEOPARDI, Nel *Diario d'amore*, in *Scritti vari*, il notissimo episodio "La sera del Venerdì i miei fratelli giocavano alle carte con lei; io invidiandoli molto, fui costretto di giocare agli scacchi con un altro: mi ci misi per vincere, a fine di ottenere le lodi della Signora (e della Signora sola, quantunque avessi dintorno molti altri), la quale senza conoscerlo faceva stima di quel gioco: Riportammo vittorie uguali, ma la Signora intenta ad altro non ci badò; poi, lasciate le carte, volle ch'io le insegnassi i movimenti degli scacchi: lo feci ma assieme cogli altri, e però con poco diletto, ma m'accorsi ch'ella con molta facilità imparava, e non se le confondevano in mente quei precetti dati in furia (come a me si sarebbero senza dubbio confusi), e ne argomentai quello che ho poi inteso da altri, che fosse Signora d'ingegno". Cfr. A. Chicco, *Giacomo Leopardi*, «L'Italia Scacchistica», Milano 1942, p. 13 - 15; A. SANVITO, *La scacchiera di Giacomo Leopardi*, «Informazione Scacchi», n. 6, Bergamo, 1998, p. 158-159. Per i dati bibliografici di queste citazioni, si veda A. SANVITO cit, 1999.

mossa, il risultato è matematicamente scontato”. E poiché i partiti rappresentano delle posizioni che avevano come finalità il matto vincente, si può immaginare che tale peculiarità potesse stimolare l’attenzione di un matematico della sua caratura.

L’impressione che se ne ricava, in ogni caso, è che fra Luca Pacioli non solo fu un appassionato cultore di questa particolare disciplina della mente ma anche un eccellente scacchista, profondo conoscitore della materia e navigato conoscitore degli ambienti scacchistici in generale.

Si è già osservato che le importanti modificazioni apportate alle antiche regole del gioco accaddero in Spagna, nella zona di Valencia, verso la fine del Quattrocento. Se, come sembra evidente, Pacioli scrisse il suo codice in tempi diversi, non si dovrebbe essere molto lontani dalla verità immaginare un inizio di stesura, forse in Toscana o al più tardi a Milano, nell’ultima parte del Quattrocento, e una ultimazione attorno al 1508, quando venne consegnato a Venezia con richiesta di stampa.

Poiché Pacioli, per quanto consti, non risulta che sia mai stato in Spagna, presenta il primo partito della sua raccolta con l’enunciato *a la rabiosa*, si deve prendere atto che l’innovazione spagnola era, a quel tempo, già di sua conoscenza.

Lo stesso vale per la dedica, non inserita nel testo, ma annunciata nel *De Viribus Quantitatis*. Perfettamente conscio che regalare un libro di scacchi ad una qualsiasi nobile Signora poteva significare un fallimento certo, Luca Pacioli va sul sicuro dedicandola ad Isabella d’Este Marchesa di Mantova, perché egli sa, che fin da giovinetta, Isabella era famosa per la sua passione scacchistica.

Ma è l’analisi dei 114 partiti del suo *De ludo scachorum*, che ci svela un Pacioli scacchista di alto livello; lo si nota da come maneggia con abilità le antiche fonti manoscritte; conosce l’importanza degli insolubili in raccolte di questa natura e ne inserisce alcuni. Sa quando occorre dare il tratto al nero per proporre degli aiutomatti, un genere che mostra di prediligere. Oltre alla già citata condizione di matto in un numero di mosse *né più, né meno*, di origine medievale, egli usa con assoluta padronanza termini astrusi del tipo: pezzo *fidato*, talvolta *franco*, cioè mai catturabile, o pezzi che non possono muovere; appaiono pure indicazioni come *pezzo puntato* o *pedona puntata*, in genere indicante un pezzo o un pedone che per condizione deve dare il matto, oppure *casa puntata*, talvolta “in croce” - “in punto”, per individuare una casella del diagramma ove deve attuarsi lo scacco matto. Non mancano pezzi che non si possono mai muovere, se non per dare lo scacco vincente ed altre simili originalità.⁵⁰

⁵⁰ Non potendo, per evidenti limiti di spazio, presentare tutti i diagrammi del *De Ludo Scachorum* di Pacioli, per chi fosse interessato si rimanda al volume *Gli scacchi di Luca Pacioli*, edito da Aboca Museum, Sansepolcro, 2007.

Alcuni partiti scelti da Pacioli

Per curiosità si farà cenno a qualche posizione tipicamente “matematica” o particolarmente originale dal punto di vista scacchistico: decisamente curioso è il partito n. 35, un autentico rompicapo osservato anche in altre due raccolte: una nel *Civis Bononiae* n. 249, ma con il re sulla scacchiera, e la seconda proprio nell’ultimo diagramma prima delle *tavole* dell’ It.51 con il re fuori, come nella versione di Pacioli; la mano che lo vergò, tuttavia, sembra più tarda (Cfr. Fig. 32).

Partito n. 40: il problema di far percorrere al Cavallo una metà della scacchiera, toccando una sola volta ogni casa era molto noto già in antichità. Esteso all’intera scacchiera di 64 case, il problema fu poi riesaminato da Eulero, Collini e Ozanam; ma anche in Italia vi fu chi vi si applicò con qualche risultato. Si allude all’anonimo che pubblicò a Bologna nel 1766 il libretto *Corsa del Cavallo per tutt’i scacchi dello scacchiere* per i tipi di Lelio della Volpe. In dodici pagine di grande formato raccolse 38 giri di Cavallo *Et semel a quovis Cuncta attingit equus*, senza, peraltro, indicare un sistema generale utile a questo scopo. Cercò di supplirvi un altro ricercatore, un “Accademico Fiorentino”. Costui propose un sistema puramente geometrico, basato sulla divisione della scacchiera in quattro quadrati di 16 case, ognuno dei quali diviso a sua volta in quattro quadrati di quattro case. Un semplice artificio mnemonico avrebbe dovuto permettere, secondo la soluzione da lui suggerita, di ricordare e tracciare uno dei percorsi utili. Egli non risolse propriamente il problema di stabilire matematicamente il numero esatto di tutti i possibili percorsi, ma indicò semplicemente un sistema - non certamente l’unico - per ricordare alcuni dei giri completi⁵¹. Più ampio e ambizioso fu, nel primo cinquantennio del secolo XIX, lo studio del marchese Teodoro Ciccolini di Guardiagrele, intitolato *Del Cavallo degli Scacchi*, pubblicato a Parigi nel 1836 (Cfr. Fig. 33).

Figurarsi se Pacioli poteva rimanere insensibile davanti ad un problema di questo tipo, che aveva interessato le menti matematiche del nostro continente.

Può essere interessante infine, per chi scacchista non è, sapere che nel gioco antico, come in quello moderno un pedone arrivato all’ultima traversa della scacchiera poteva trasformarsi in un altro pezzo, in genere in Donna.

Oggi ne assume tutte le potenzialità immediatamente. Prima dell’accennato cambiamento dei movimenti di alcuni pezzi (quello della Donna soprattutto) la

⁵¹ F. PRATESI, *Raccolta di anonimo fiorentino*, «Torre & Cavallo», Brescia, 1998, n.12, p. 27-28.

Donna poteva muovere solo un passo per volta e solo in diagonale. Tuttavia alla *donna novella* appena promossa e solo alla condizione di non essersi ancora mossa, veniva concesso di saltare sulla terza casa in diagonale solo alla prima mossa. Ne è una prova il partito n. 43: *La pedona nera est francha*; il matto avviene con il pedone rosso puntato che promuoverà a Donna nuova. Si noti che al tratto 6. il pedone appena promosso si porta in d6. Lo stesso si trova nel partito n.45. (Cfr. Figg. 34 e 35).

Il partito n. 61, viceversa ci presenta un caso di *donna novella* che si era già mossa per cui la possibilità di saltare in a6 per parare il 1. Cc5+ di scoperta, è preclusa (Cfr. Fig. 36).

L' amico Leonardo da Vinci e il senso della sua raccolta di partiti

Questa sicurezza nel padroneggiare i partiti da parte di Pacioli non garantisce una stessa abilità nel gioco vivo (le vere e proprie partite). Comunque sia, si può, ragionevolmente, supporre che egli avesse lo stesso buon livello nel gioco a tavolino, sebbene la mancanza della trascrizione di qualche sua partita impedisca ogni valutazione. I suoi studi di matematica gli avranno certamente impedito di giocare spesso a scacchi, ma ci piace pensare che in qualche parte silenziosa del Castello Sforzesco di Milano, Pacioli abbia potuto giocare qualche partita a scacchi con il suo amico Leonardo da Vinci che, come prova un suo celebre *rebus* scacchistico⁵², forse non giocava bene, ma le regole del gioco certamente le conosceva (Cfr. Fig. 37).

Tutto ciò avvalorava la convinzione che Luca Pacioli fu un attento, diligente e appassionato raccoglitore di posizioni scacchistiche, e ci conferma che l'idea di raccogliere una parte, o il meglio delle sue fatiche, in un suo libro non nacque improvvisamente: fu solo la naturale conclusione di uno scacchista impegnato che desiderava tramandare alla posterità la sua raccolta di partiti.

Partiti la cui essenza, va detto, è prevalentemente basata sui rapporti; rapporti fra il gioco del Bianco (Rosso) ed il gioco del Nero; rapporti fra ciò che è e ciò che potrebbe essere, e ciò che sarà nella vera soluzione. Proprio nel tessuto che riunisce questi rapporti si trova la bellezza dell'antico partito e del nuovo problema.⁵³

⁵² A. MARINONI, *Irebus di Leonardo da Vinci*, Firenze, MCMLIV, p. 179; A. CHICCO, cit. 1978, pp. 57-58 e A. SANVITO, cit. 2001, pp.11-18.

⁵³ Doveva ancora trascorrere un lungo periodo di tempo, prima che l'essenza del *problema* si rivelasse nella sua vera realtà: cioè, come la più alta espressione della combinazione scacchistica, eccezionalmente rara appunto perché eccezionalmente bella.

Doveva ancora trascorrere un lungo periodo di tempo, prima che l'essenza del *problema* si rivelasse nella sua vera realtà: cioè, come la più alta espressione della combinazione scacchistica, eccezionalmente rara appunto perché eccezionalmente bella. E se è relativamente facile per un buon giocatore rendersi conto della sottigliezza di una idea nascosta (oggi si direbbe chiave), meno facile è scoprire la misteriosa armonia delle “proporzioni” che reciprocamente condizionano e determinano la bellezza di queste affascinanti posizioni scacchistiche. Pacioli, che conosceva tutto ciò, tenta di trasmettere anche al profano queste armonie; scrive in volgare, in modo semplice e chiaro, quale è richiesto dal lettore meno provveduto, ma è anche preciso ed accurato, per studi e abitudini, come si conviene ad uno scienziato del suo livello che fu anche un eccellente giocatore di scacchi.

ROBERTO MANESCALCHI*

Alcune considerazioni circa la "forma urbis" della città di Sansepolcro al tempo di Piero della Francesca, di Luca Pacioli ed altre piccole cose.

Apparentemente, il tema di questo intervento potrebbe non sembrare in sintonia con quello del convegno che, ovviamente, è risultato essere incentrato sull'esame dell'apporto scientifico che Pacioli pare aver fornito all'umanità e/o sull'acquisizione di un nuovo e più elevato grado di conoscenza relativamente a fatti e vicende che abbiano interesse per la biografia del frate. Se è vero, tuttavia, che l'ambiente del vissuto quotidiano incide in modo pregnante su qualsivoglia aspetto della formazione di un individuo, allora la comprensione della forma della città e delle possibili interazioni tra gli individui che la popolano assume rilevanza assoluta e degna di nota.

Basta osservare, con un minimo di attenzione, una pianta ad adeguata scala di uno qualsiasi dei luoghi/città, nei quali Pacioli ha trascorso del tempo per rendersi immediatamente conto, ad esempio, che si tratta del luogo migliore e spesso più esclusivo esistente nei dintorni, dove poter trascorrere, nel migliore dei modi, un certo periodo più o meno lungo di tempo. Per comprendere appieno quello che dico basti pensare alla Giudecca a Venezia, prospiciente a Piazza San Marco, ricca di dimore signorili (compresa quella dei mercanti Rompiasi, presso i quali il nostro fu a lungo ospite) circondate da meravigliosi giardini, con tutti i comfort che l'andamento di vita del tempo poteva prevedere e, al tempo stesso, circondata dall'acqua sì da essere praticamente irraggiungibile da chi non possedesse almeno una barca, ossia dalla quasi totalità dei ceti più bassi della popolazione che invece potevano tranquillamente, ad esempio, attraverso il reticolo delle calli, giungere a piedi in Piazza San Marco.

Questo senso di poter vivere in luogo precluso ai più, protetto ed esclusivo, Pacioli deve averlo provato a corte a Milano, oltre le mura e i fossati che circondavano il Castello Sforzesco, a Firenze, oltre i muri di cinta del convento, nei giardini interni dei chiostri di Santa Croce, e in tutti gli altri luoghi dove gli capitò di soggiornare, operare e tout-court vivere più o meno a lungo.

Il convento dei francescani di Sansepolcro non fa eccezione a questa regola. Situato nella parte alta della città (entro l'ultima cinta di mura che era già esistente, almeno per quel che riguarda il tratto riferibile all'area conventuale, al tempo di

*Fondatore e Direttore del Grafica European Center of Fine Arts di Firenze.

Pacioli, anche se poi fu oggetto di importanti rivisitazioni e modifiche) e quindi in posizione relativamente dominante, il convento è tuttavia vicinissimo alla pubblica piazza, dove insistevano ed insistono la cattedrale -segnata **A** in fotografia (Cfr. Fig. 38) (la città fu prima abbazia e poi dal 1520 sede vescovile), il palazzo dei signori -segnato **B**- (palazzo del Comune, oggi Pinacoteca) ed infine il palazzo del commissario fiorentino -segnato **C**- (già dei Malatesta, oggi palazzo di giustizia/pretura). Insomma, sempre nei pressi del centro di potere civile e religioso e al tempo stesso in luogo protetto, appartato e difficilmente fruibile da parte di coloro che non hanno la fortuna di appartenere a gruppi, in qualche modo, elitari.

L'area conventuale dei francescani di Sansepolcro era delimitata a sud dall'antica via "delle giunte" (case aggiunte, addossate a quella che, probabilmente, fu la seconda cinta di mura della città), che oggi per un caso insolito quanto strano di quasi omonimia è intitolata allo scienziato locale Niccolò Aggiunti che visse ed operò nel XVII secolo, a nord dalla cerchia quattrocentesca delle mura civiche, ad est dall'antica Via del Rio (oggi Giovanni Buitoni) ed infine ad ovest dallo slargo (Piazza San Francesco) sul quale insistono contrapposti, in senso est-ovest, il fronte della duecentesca chiesa dei francescani -segnata **D**- e della cinquecentesca chiesa di Santa Maria delle Grazie -segnata **E**-; in senso sud-nord, la vecchia porta di ingresso alla città lungo il perimetro della cinta trecentesca (oggi "arco della pesa" per la presenza nelle vicinanze, fino ad alcuni decenni or sono, dell'impianto di pesa pubblica) e la vecchia porta del Castello (oggi demolita), principale accesso alla città da nord sulla cinta quattrocentesca.

Dato un occhio all'attuale pianta della città, risulta evidente come l'area della quale stiamo discutendo comprendesse anche l'attuale giardino pubblico intitolato a Piero della Francesca -segnato **F**- (ove oggi è il monumento al celebre artista), che con altrettanta evidenza risultava essere l'orto di pertinenza dei conventuali e che da qualche anno, in una sorta di continuità culturale, è sede di una raccolta di rare piante officinali a cura degli addetti del prospiciente Aboca Museum.

Un primo esame di questa area ci era stato commissionato, sul finire del 2006, proprio dal Presidente di Aboca, Commendatore Valentino Mercati (i cui interessi di ordine culturale riferiti all'area che ospita il museo della sua azienda sono evidentemente più che legittimi e comprensibili).

Lo studio di allora portò, nell'area absidale della chiesa di San Francesco, alla scoperta di un frammento di affresco, con una meravigliosa testa di Santa Caterina di Alessandria (Cfr. Fig. 39), riconducibile all'attività in loco di Giotto di Bondone.

La presenza del riformatore della pittura italiana la dice lunga sull'importanza del luogo e della chiesa. La scoperta è, ovviamente, senza alcuna ombra di dubbio, la più rilevante tra quelle che si devono all'impulso verso studi su Piero della

Francesca e Luca Pacioli, recentemente dato dal Centro Studi di Aboca Museum. Se non interessa granché il fatto che Pacioli potesse frequentare un luogo affrescato da Giotto (per altro gli era anche capitato di soggiornare, come già detto, in Santa Croce a Firenze), risulta invece di fondamentale importanza il fatto che lo stesso luogo fosse a poca distanza anche dalla prima abitazione di Piero della Francesca e nella assoluta disponibilità delle sue prime esperienze formative e di studio, aspetto che ci pare indubitabilmente di gran lunga più importante di qualsivoglia altro aspetto e/o acquisizione legata a Pacioli.

Al di là del frammento di affresco, pubblicato a suo tempo da Aboca Museum, rilevammo altresì la presenza, nell'area conventuale, di una cella doppia - segnata **G** -, comunque formata da due locali contigui, come suggerito dall'andamento delle volte, - tutte le altre celle mostrano le caratteristiche precipue del monocale, a cominciare dalle prese di luce, costituite, cella per cella, da una singola monofora (Cfr. Fig. 40), che aveva in pertinenza esclusiva una piccola loggia/terrazza, della quale restano, sul fronte adiacente all'area absidale, traccia di due colonnine e relativi capitelli (Cfr. Fig. 41). Il piccolo appartamento in questione era anche dotato, per mezzo di carrucola, della possibilità di acqua direttamente da un antichissimo pozzo, che nel giardino/orto era ed è addossato alla parete laterale che delimita loggia e vani ad essa collegati (Cfr. Fig. 42). La cella che definiremo principale ha vista dominante su tutto l'orto di pertinenza conventuale, ha comodo e facile accesso dal pianerottolo del piano nobile della scala principale del convento ed è adiacente da un lato alle altre celle, nonché comunicante, per mezzo di scala secondaria interna, con l'area della sacrestia della chiesa e con il refettorio. Ci sembrerebbe probabile che potesse trattarsi della sistemazione del padre guardiano e quindi anche di Pacioli, il quale, tra l'altro, immaginiamo non troppo incline ad alloggiare in ristrettezze di vario ordine e natura. Le ricognizioni in loco hanno altresì posto in evidenza un continuo mutare dei luoghi dovuto alla necessità di adeguare i sistemi difensivi della città a mutate esigenze di ordine militare e alla necessità di regimentazione delle acque di varia natura che scorrevano copiose in questa porzione di centro abitato. Nell'area di pertinenza conventuale abbiamo rilevato l'esistenza di tre pozzi che insistono, ragionevolmente, a distanza di poche decine di metri l'uno dall'altro, sulla stessa vena su cui, oltre via Aggiunti, all'interno della casa di Piero, insisteva il pozzo dei Franceschi che ovviamente era il quarto in linea nord-sud e sempre nell'arco di pochi metri (naturalmente non consideriamo certamente pregnante la scoperta che Piero e Luca abbiano bevuto alla stessa vena d'acqua). Anche in senso est-ovest, sempre in poche decine di metri, abbiamo rilevato: la presenza di un pozzo e di una piccola vasca (probabilmente per la concia) al piano terreno di Palazzo Bourbon del Monte, un pozzo negli scantinati

di Palazzo Collacchioni (già dei Pichi) e un pozzo, nella disponibilità pubblica, esistente di fronte a Palazzo Bourbon del Monte nel piccolo slargo all'intersezione di via delle Giunte e via del Rio (Giovanni Buitoni e Niccolò Aggiunti). Questo ultimo è attestato anche in un documento del Cinquecento (Cfr. Fig. 43) allegato ad una planimetria che certo Bradamante Guelfi inviò ai Capitani di parte Guelfa (Archivio di stato di Firenze) a seguito di una richiesta per poter edificare in un'area libera nei pressi della vicina S. Maria della Misericordia. Un cunicolo che parte dalla cantina del ristorante 'Il Giardino di Piero' permette ancor oggi, dopo una decina di metri, di verificare l'esatta posizione del pozzo che era sulla pubblica via così come segnato sulla pianta del Guelfi.

Ci siamo soffermati a lungo su questo manufatto perché nella piccola planimetria citata il pozzo è segnato al centro di un basamento che supponiamo simile a quello del pozzo disegnato da Piero nel suo *De perspectiva pingendi* e il manufatto in questione era a poche decine di metri dal portone di ingresso del palazzetto dei Franceschi... non potevamo lasciarci sfuggire la suggestione! Suggestione che in quanto tale, ovviamente, così rimane! L'area era interessata anche al percorso dei fossati che circondavano la cerchia trecentesca e quella successiva quattrocentesca (modificata, come già detto, nei primi anni del Cinquecento). Inoltre ed in più, indipendentemente dalle canalizzazioni artificiali, va da sé che il toponimo 'via del Rio' debba necessariamente significare che la strada altro non potesse essere che l'antico tracciato del fosso, così come altrettanto importante è, a nostro avviso, da considerare il toponimo 'via della fonte' che, in loco, indica la prima parallela di via delle Giunte, che anche essa, ovviamente, incrocia via del Rio.

Se i luoghi hanno, in qualche modo, cominciato a parlare - ci sembra anche in modo piuttosto interessante - non dobbiamo infatti dimenticare che la grande quantità di acqua e l'ubicazione, nei paraggi, delle attività dei Franceschi non possono non essere connesse alle enormi partite di guado che la famiglia (erano i fornitori di riferimento per la fiorentina 'Arte della Lana') si occupava di trattare (macerare per la produzione di indaco). Così che si potrebbe supporre che Pacioli soffrisse in qualche modo odori nauseabondi? Niente di tutto ciò, ché l'ubicazione del convento, considerati i venti dominanti, non poteva e non era affatto interessata ad eventuali esalazioni prodotte da operazioni di concia e/o macerazione che pure erano, certamente, poste in essere non molto lontano.

Contemporaneamente a queste prime considerazioni c'è stata l'individuazione, presso l'Archivio di Stato di Firenze, della pianta, antecedente i rifacimenti ottocenteschi, del palazzo del commissario fiorentino -segnato C- (già dei Malatesta, oggi Palazzo di giustizia/Pretura). Il palazzo fu praticamente demolito e riedificato verso metà Ottocento ed il rinvenimento della pianta originale consente

oggi una migliore comprensione delle funzioni e degli spazi di uno dei centri principali della vita civica nel Trecento e Quattrocento. Abbiamo già presentato la pianta conservata presso l'Archivio di Stato di Firenze (Signori Nove del Dominio) (Cfr. Fig. 44)-, nella restituzione grafica dell'architetto Maria Carchio in occasione della mostra "Inediti Storici su Piero e il *De perspectiva pingendi*, Sansepolcro, Palazzo Collacchioni, 22 aprile – 30 settembre 2007.

Continuiamo a non presentare l'originale perché la lettura dello stesso sarà oggetto di un successivo studio di approfondimento riferito ad alcune pitture che Piero eseguì all'interno del palazzo e di cui oggi ci resta il frammento contenente il San Ludovico nella civica pinacoteca. La restituzione grafica proposta permette tuttavia di interagire, per una migliore comprensione dei luoghi, con la veduta conservata presso la pinacoteca di Brera e attribuita a Cantagallina (cfr. Fig. 45), e con alcuni rilievi degli anni Sessanta del secolo scorso che sono conservati presso il locale Ufficio Tecnico (Cfr. Fig. 46) e che mostrano ancora la situazione prima dello sciagurato restauro dell'Arco della Pesa posto in essere, senza giustificazione alcuna, neppure troppi anni orsono.

Infine, la comparazione delle iconografie ha permesso il recupero di una veduta della parte nord della città (Cfr. Fig. 47) che mai era stata presa in esame prima, come documento di analisi e informazione, per stabilire, almeno parzialmente, l'esatta 'forma urbis'. Si tratta della veduta della città dipinta da Giorgio Vasari nel soffitto del salone dei Cinquecento in Palazzo Vecchio. Mai era stato considerato che la stessa, dipinta nel 1560, fu realizzata a pochi anni dalla morte di Piero e Pacioli. Mai era stato considerato che trattavasi di veduta realizzata da uno dei più grandi architetti del Cinquecento e quindi fonte con pregnanti caratteristiche di redazione tecnica vicinissime alle regole codificate della moderna scienza della rappresentazione... una veduta sostanzialmente esatta e precisa, molto lontana dall'approssimazione della piccola tavola votiva oggetto dell'improvvisazione di un minore, neanche troppo dotato, presente nel locale museo (reperto con il quale il testo vasariano andrà comunque ben confrontato).

Il dipinto di Vasari è rimasto sconosciuto all'analisi, per la sua lontananza dall'osservatore (il soffitto del Salone è diversi metri sopra la testa di chi osserva); perché la città in effetti è un particolare relativamente piccolo oltre le figure gigantesche dell'Appennino e di Arcano (fondatore della città); perché il soffitto dipinto è stato oggetto di recente ripulitura che consente, al presente, una visione con migliore qualità di dettagli, ed infine da non sottovalutare è anche l'evoluzione della moderna tecnica di ripresa digitale che consente una diversa disponibilità di qualità di immagine.

Certo è che all'atto è notevole l'apporto di qualità di informazioni sulla forma della locale fortezza medicea; della vecchia chiesetta di Santa Maria della Misericordia (ora l'alzato può essere parzialmente confrontato con la pianta della stessa nel documento del Guelfi già citato e non è da dimenticare che in questo luogo Piero dipinse il celebre omonimo polittico); della torricella di Santa Maria lungo il perimetro delle mura (oggi demolita e non più in essere); del palazzo Pichi (Collacchioni) prima dei rimaneggiamenti ottocenteschi; delle preesistenze al palazzo Bourbon del Monte; di tutta l'area conventuale dove è vissuto Pacioli; della porta del Castello (oggi demolita e non più in essere) e di molto altro ancora. Ove nulla è mutato la rappresentazione ci viene comunque in soccorso, come nel caso della casa di Piero che, bruciata nel 1536 per dissidi tra fazioni interne alla città, nel 1560 è rappresentata da Vasari così come appare attualmente. Il che ci permette di acquisire che in tale data, ad esempio, era compiuto il restauro operato da Luigi Graziani fratello del Nunzio Apostolico Anton Maria. Ma non sono da escludere ulteriori sorprese che possono nascere dal confronto tra la pittura di Vasari ed iconografie anche tardissime fino ad oggi scarsamente considerate. Il muro di cinta del convento francescano lungo via Aggiunti, altro piccolo esempio, è documentato esistere, così come descritto nella rappresentazione di Vasari, fino alla fine dell'Ottocento, ed il fatto è attestato in una incisione eseguita per il fascioletto dedicato a Sansepolcro, compreso nella collana delle 'Cento Città d'Italia' edita da Sonzogno. Ovviamente il processo può essere anche inverso, perché ora si può controllare se una determinata situazione, definita in una iconografia tarda e/o relativamente recente, era già in essere o meno al tempo di Vasari.

In sostanza, Vasari ci ha fornito una sorta di foto del luogo, che crediamo produrrà, con il tempo degli opportuni confronti e rilievi, un migliore e più elevato grado di conoscenza del sito.

Alle matite del maestro Stefano Camaiti, per l'edizione di Grafica European Center of Fine Arts, dobbiamo, nel dicembre del 2009, una prima rilettura del testo vasariano, operata con gli occhi di un artista moderno (cfr. Fig. 48).

JAMES R. BANKER*

Luca Pacioli e Piero della Francesca
(Traduzione dall'inglese di Sara Andreini)

È noto che Luca Pacioli abbia avuto stretti rapporti di amicizia con Leonardo da Vinci e che abbia attinto direttamente agli scritti di Piero della Francesca.¹ Probabilmente Pacioli ricercò un rapporto così stretto con Leonardo e Piero perché ritrovava in questi due personaggi particolari conoscenze e tecniche che non potevano essere trovate negli uomini di cultura universitaria. Pacioli coltivò l'amicizia con artisti che mediavano tra la cultura artigiana e la cultura latina, unendo quindi le pratiche artigianali con la conoscenza accademica.² Vorrei prima esaminare i commenti di Pacioli sugli artigiani-artisti di Borgo San Sepolcro e dopo analizzare il rapporto di Pacioli con Piero della Francesca.

Luca Pacioli non nomina pittori presenti a Borgo San Sepolcro nel Quattrocento ad eccezione di Piero. Ignora le pale d'altare di Antonio d'Anghiari, di Matteo di Giovanni e del Sassetta che rappresentavano le maggiori opere pittoriche del Borgo all'epoca di Pacioli. In particolare Pacioli ignora la grande pala d'altare dipinta nei due lati dal Sassetta nella Chiesa conventuale di San Francesco, uno dei pezzi più pregiati ed imponenti dal punto di vista visivo nella storia dell'arte. Potremmo pensare che Pacioli nutrisse un particolare apprezzamento per i dipinti con qualità geometriche. Egli parla ovviamente di Piero, ma anche di Leonardo, Giovanni Bellini e suo fratello e molti altri che i contemporanei storici dell'arte hanno individuato come discepoli di Piero: Melozzo da Forlì, Luca Signorelli, Perugino. Ma non ha detto niente degli altri pittori di Borgo San Sepolcro.³

Nel trattato di architettura nel *De divina proportione* del 1509, Pacioli dedica una lettera ai discepoli di Borgo San Sepolcro, che egli menziona come scalpellini e seguaci dell'arte della scultura e architettura. Gli uomini citati erano: Cesare del Saxo, Cera del

* North Carolina State University Raleigh, NC, USA - Frazione Basilica 39a, Sansepolcro (AR) 52037.
E-mail: james_banker@ncsu.edu

¹ Il miglior studio su Luca Pacioli e i suoi trattati è quello di A. CIOCCI, *Luca Pacioli e la matematizzazione del sapere nel Rinascimento*, Bari, Cacucci, 2003.

² Per questa molto importante interpretazione, cfr. C. MACCAGNI, *Cultura e sapere dei tecnici nel Rinascimento*, in *Piero della Francesca tra arte e scienza*, (a cura di M. DALAI EMILIANA e V. CURZI), Venezia, Marsilio, 1996, pp. 279-292.

³ LUCA PACIOLI, *Summa de arithmetica, Proportioni et Proportionalità*, nella dedica dell'epistola a Guidobaldo Montefeltro.

Cera, Ranieri Francesco del Pippo, Bernardino da Monte, Marsilio da Monte e Hieronjmo del Secciarino. Tre di loro sono nominati in un contratto del 1503 per costruire le colonne del convento di Sant'Agostino (oggi Santa Chiara): Cesare di Simone di Sasso, Cera di Peregrino Cera e Girolamo d'Antonio del Seccia. Questi uomini costruirono in tutto 13 colonne “con mensura bonta, bellezza portione, e grandeza”, secondo il contratto, nel primo e secondo livello del chiostro di Sant'Agostino.⁴ Uno di loro, Cera di Peregrino Cera, era nipote di Francesco del Borgo, l'ufficiale papale e notaio al servizio dei papi Niccolò V e Paolo II, architetto stimato della Loggia delle Benedizioni in Piazza San Pietro e di Palazzo Venezia.⁵ Un altro dei sei menzionati da Pacioli, Ranieri Francesco del Pippo, non è conosciuto ma suo padre e suo nonno erano probabilmente i più importanti muratori di Borgo San Sepolcro nel Quattrocento: il governo del Comune commissionò a suo padre, Nardo di Pippo, la costruzione di un muro di mattoni al piano terra del Palazzo Comunale sotto il muro che conteneva l'affresco della *Resurrezione* di Piero della Francesca. Inoltre questo Nardo di Pippo fu uno dei due uomini ad essere chiamato architetto nei documenti e venne incaricato con Piero di stimare un altare a Sant'Agostino nel 1489.⁶

Ora passiamo ad esplorare la possibilità di contatti fisici tra Piero e Pacioli.⁷ È noto che vi siano poche documentate evidenze di un simile rapporto, con una eccezione. Sia Piero che Pacioli erano avidi viaggiatori e nessuno dei due trascorreva lunghi periodi di tempo nello stesso luogo, tranne che in Borgo San Sepolcro nella loro gioventù e negli ultimi anni della vita di Piero. Entrambi erano nati a Borgo San Sepolcro, una città rinascimentale di 4.500 abitanti.⁸ Le loro residenze distavano circa 150 metri l'una dall'altra. La famiglia dei della Francesca abitava in cima a via Borgo Nuovo (oggi via Piero della Francesca) mentre la casa di Bartolomeo, il padre di Luca, si trovava vicino alla via Maestra (oggi via XX Settembre), in via dei Cipolli. Dunque le loro strade si sarebbero dovute incrociare quando i due si trovavano a Borgo San Sepolcro. Unendo ciò che conosciamo della vita di Piero e

⁴ Archivio di stato, Firenze (da qui in poi ASF), Notarile Antecosimiano (da qui in poi NA), 12240, fol. 49r-v, 31 gennaio 1503.

⁵ Cfr. C. L. FROMMEL, *Francesco del Borgo Architetto di Pio II e di Paolo II* in suo *Architettura e committenza da Alberti a Bramante*, Città di Castello, Leo S. Olschki, 2006, pp. 79-313.

⁶ ASF, NA 12222, fol. 68r-v, 1 dicembre 1486; ASF, Compagnie Religiose Soppresse da Pietro Leopoldo, 3364, filza 35, fol. 43v, 25 July 1489. Per il documento sul muro del Palazzo del comune, cfr. E. BATTISTI, *Piero della Francesca*, nuova ed., (a cura di M. DALAI EMILIANI), Milano, Electa Mondadori, 1992, vol. II, p. 619, doc. CXXXV.

⁷ Il più importante studio della relazione tra Piero e Luca Pacioli rimane quello di M. DALY DAVIS, *Piero della Francesca's Mathematical Treatises: The "Trattato d'abaco" and "Libellus de quinque corporibus regularibus"*, Ravenna, Longo Editore 1977.

⁸ Per questa valutazione, cfr. J. R. BANKER, *Death in the Community: Memorialization and Confraternities in an Italian Commune in the Late Middle Ages*, Athens and London, University of Georgia Press, 1988, pp. 33-34.

di Pacioli con i loro trattati, possiamo trarre alcune conclusioni e formulare delle ipotesi su dove e quando i due uomini e le loro idee possano essersi incontrate.

Quando Pacioli nacque tra il 1446 e il 1448, Piero aveva circa 35 anni.⁹ Ma Piero era raramente a Sansepolcro nel periodo che va dal 1446 al 1459, durante l'infanzia di Pacioli. Nei tre anni successivi al 1459 Piero si trovava frequentemente nella sua città natale e Pacioli doveva essere un adolescente tra i 13 e i 16 anni di età. Alla fine del 1459 Piero ritornò nella sua città natale da Roma dove era stato a contatto con la rinascita dei matematici greci.¹⁰ Dato che Piero citò Euclide spesso nei suoi tre trattati, probabilmente egli riportò con sé una copia manoscritta degli *Elementi*. Nel periodo tra l'autunno del 1459 e l'autunno del 1462, Piero potrebbe aver condiviso questo interesse per i matematici greci e la sua conoscenza della geometria con il giovane Pacioli. Nel 1508 Pacioli ricordò che aveva studiato matematica ben 44 anni prima. Il periodo dei primi anni del 1460 coincide con il periodo che Pacioli designa come il momento in cui aveva iniziato i suoi studi matematici.

Molto probabilmente in questo periodo Luca si avvicinò a Giovanni dei Bofolci da Borgo San Sepolcro. Pacioli nutriva un grande affetto per la famiglia Bofolci, dal momento che affermò, nel suo testamento del 1508, che “in pueritia me nutria e alevo”. Folcho era molto presente nella vita politica e ricoprì i maggiori uffici del Comune, era a capo di una delle 15 *cedule* del Consiglio del Popolo già agli inizi del 1440 e prestò servizio come Conservatore.¹¹ Aveva due figli all'incirca della stessa età di Pacioli: Piergentile, nato agli inizi del 1440, e Conte, nato nel 1447 e quindi quasi della stessa età di Pacioli.¹² Le case dei Bofolci e dei Pacioli erano all'incrocio tra via Maestra e via dei Cipolli, quindi sia che Pacioli vivesse a casa dei Bofolci o vi si recasse spesso, egli sarebbe stato in contatto costante con la famiglia Bofolci. Sebbene i Bofolci non fossero un gruppo familiare numeroso, molti dei suoi componenti maschili erano diventati avvocati o ecclesiastici. Conte, però, diventò un mercante di lana e venne iscritto come membro dell'arte della lana nel 1486.¹³ La famiglia Pacioli aveva minore influenza sia politicamente che economicamente. Sebbene Borgo San Sepolcro non fosse così strutturata in classi sociali nel Quattrocento, se il giovane Pacioli era intimo amico dei Bofolci, credo che potesse essere considerato più come una persona di servizio che un compagno alla pari dei figli. Il

⁹ Sull'anno di nascita e la gioventù di Piero della Francesca, cfr. J. R. BANKER, *The Culture of San Sepolcro during the Youth of Piero della Francesca*, Ann Arbor, Michigan, The University of Michigan Press, 2003.

¹⁰ Sulla matematica del Quattrocento a Roma, cfr. P. D. NAPOLITANI, *La tradizione archimedeica* in “La tradizione archimedeica”, in *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento, Atti del convegno internazionale di studi*, (a cura di E. GIUSTI), Sansepolcro, 13-16 aprile 1994, Città di Castello, 1998, pp. 77-100.

¹¹ G. P. G. SCHARE, *Borgo San Sepolcro a metà del Quattrocento: Istituzioni e società 1440-1460*, Firenze, 2003, pp. 264, 271, 291.

¹² Sulla famiglia Bofolci, *ivi*, pp. 233-235.

¹³ ASF, NA 12724, fols. 76v-77r.

figlio di Conte venne chiamato come il nonno Folcho e divenne un ecclesiastico e Pacioli lo onorò nel suo testamento del 1508 nominandolo come uno dei suoi esecutori.¹⁴ Nel 1512 Pacioli nominò tre procuratori per agire per suo conto e due di loro erano della famiglia Bofolci: il prete Folcho e suo fratello Bernardino.¹⁵

Un documento importante e ben noto colloca Pacioli a Ferrara alla fine dell'aprile 1466.¹⁶ Non sappiamo se risiedesse là per qualche tempo o se si trovasse solo di passaggio in città. In questo caso non sappiamo se egli si stesse recando a Venezia o altrove oppure se stesse ritornando a Borgo San Sepolcro. E' probabile che Pacioli stesse rientrando a Borgo da Venezia poiché, come Elisabetta Ulivi mostra in questo volume, era nella sua città natale nell'ottobre del 1466. Vorrei ipotizzare che egli fosse stato a Venezia in qualità di apprendista per un mercante di Borgo San Sepolcro. Nel Quattrocento c'era infatti una costante presenza di mercanti di Borgo San Sepolcro a Venezia: il fratello di Piero della Francesca, Antonio, vi è segnalato nel 1454 e di nuovo nel 1459. Alla fine del 1463 un mercante del Borgo, Antonio di Mattei di Ciuccio, formò una società e si recò a Venezia portando con sé la tintura del guado che qui vendette. Forse il giovane Luca accompagnò come apprendista proprio questo mercante di guado a Venezia.¹⁷

Nell'ottobre 1466 Pacioli doveva avere tra i 18 e i 20 anni, secondo il documento in cui vendette la casa di famiglia di via dei Cipolli per 32,5 fiorini.¹⁸ Nonostante la giovane età egli curò la vendita, probabilmente perché i due fratelli maggiori erano all'epoca già frati francescani e avevano rinunciato ai loro diritti sulla proprietà. La vendita era stata frutto di una decisione meditata. Per quale motivo vendere la proprietà di famiglia a meno che Luca non avesse intenzione di lasciare Borgo San Sepolcro o di diventare anche lui frate francescano? Sappiamo da un documento del 1468 che quando il compratore chiese una "defensio" a garanzia della vendita, andò dal fratello di Luca, frate Zinepro. Questo indica che Luca non era al Borgo e che, subito dopo la vendita della casa, alla fine del 1466, era partito per Venezia allo scopo di approfondire i suoi studi matematici sotto la guida di Domenico Bragadin e per questo fu capace di scrivere il suo primo trattato matematico, come egli afferma, nel 1470¹⁹.

¹⁴ Per una trascrizione del testamento, cfr. V. VIANELLO, *Luca Pacioli nella storia della ragioneria con documenti inediti*, Messina, Ant. Trimarchi, 1896, p. 172.

¹⁵ ASF, NA 13440, fols. 84v-85r, 10 November 1512.

¹⁶ Cfr. E. ULIVI in questo volume. Siamo d'accordo sui movimenti di Pacioli nel mezzo degli anni sessanta.

¹⁷ Per i documenti di Antonio della Francesca in Venezia come un mercante di guado nel 1454, cfr. ASF, NA 7035, fols. 32v-33r e ASF, NA 7039, unfol., cfr. 18 luglio 1459; ASF, NA 4115, fol. 143v-144r, 20 novembre 1463.

¹⁸ Per la discussione del documento e il documento stesso, cfr. E. ULIVI in questo volume.

¹⁹ B. NARDI, *La Scuola di Rialto e l'Umanesimo veneziano*, nel suo *Umanesimo europeo e veneziano*, Firenze, Sansoni, 1963, pp. 114-115.

C'è un momento in cui Piero e Pacioli si trovarono insieme e senza dubbio ebbero modo di parlare tra di loro. Il 20 settembre 1484 la terziaria francescana o pinzochera Nira, vedova di Jacopo di Piero Goracci, fece testamento nel chiostro del convento dei Francescani, fuori la sala capitolare. Sia Pacioli, all'epoca guardiano della casa francescana di Borgo San Sepolcro, che Piero erano presenti come testimoni.²⁰ La vedova fece un lascito ai Francescani, ma né per una cappella né per costruire un altro altare. È significativo il fatto che l'altro testimone fosse Giovanni Bigi, il carpentiere che aveva costruito il coro della Chiesa di Sant'Agostino a Borgo San Sepolcro e che abitava in una casa a fianco della casa di Piero.²¹ A dispetto della vicinanza tra la casa dei della Francesca e la Chiesa e il Convento di San Francesco, non ho trovato alcun documento che provasse la presenza di Piero nella Chiesa o all'interno della proprietà francescana. Non risultano neppure legami tra Piero e la testatrice. Considerando che il coro di San Francesco venne costruito un decennio o due dopo che questo documento fosse redatto e che il coro contiene intarsi chiaramente ispirati da qualcuno interessato allo studio della prospettiva di Piero, sono tentato di ipotizzare che Piero, Luca Pacioli e il carpentiere Giovanni Bigi stessero collaborando per la costruzione del coro intarsiato di San Francesco oggi conservato nella Pinacoteca di Borgo San Sepolcro.

Dalla sua partenza dal Borgo nel 1466 e fino al 1471 nessun documento esistente riporta la presenza di Pacioli nella sua città natale; sulla base dei suoi scritti, molti ricercatori lo hanno collocato a Venezia e Roma in quel periodo di tempo. Si potrebbe dire che agli inizi del 1470 si trovasse occasionalmente a Borgo San Sepolcro e avesse preso visione del manoscritto del *Trattato d'abaco* mentre era ancora in possesso di Piero o lo avesse avuto in prestito dai Pichi. Credo che a quel tempo difficilmente Luca potesse comprendere e servirsi dei difficili ragionamenti geometrici di Piero e delle sue costruzioni. Ad ogni modo non ci sono documenti che testimonino la presenza di Pacioli a Borgo San Sepolcro intorno al 1470 prima delle sue lezioni perugine e il momento in cui potrebbe aver consultato il *Trattato* resta un mistero, sia perché sappiamo molto poco sulla trattazione geometrica nelle lezioni perugine e sia perché poco sappiamo su dove si trovasse nel 1480 e negli anni seguenti.

Con ogni probabilità ci furono occasioni tra il 1470 e il 1490 in cui Piero e Pacioli si trovavano nella loro città natale nello stesso momento, ma dai documenti esistenti possiamo dedurre che non vi furono periodi più lunghi di un anno, in cui

²⁰ ASE, NA 3039, Filza 5 (1482-1484), no. 11 (per una altra copia, cfr. no. 12). Per il documento, cfr. E. ULIVI in questo volume.

²¹ J. R. BANKER, *Piero della Francesca's S. Agostino Altarpiece: Some new documents*, "The Burlington Magazine", 129, no. 1015, 1987, pp. 645-651.

i due fossero contemporaneamente a Borgo San Sepolcro. Ad ogni modo dopo il 1470 Pacioli aveva completato il periodo iniziale di formazione matematica, ma negli anni successivi Piero potrebbe aver condiviso con lui il suo interesse per Archimede e il suo progetto di copiare di sua mano le *Opere* del matematico greco con oltre 200 figure geometriche.²² Di più, Pacioli potrebbe aver preso copia di uno o più dei trattati di Piero dallo stesso pittore. È questo tipo di rapporto che ora vorrei indagare.

Quando e cosa Pacioli apprese da Piero? Quali trattati di Piero Pacioli possedeva o a quali aveva accesso? Quando li consultò e cosa ne ricavò? Il fatto che Pacioli prendesse in prestito o si appropriasse di parte dei trattati di Piero è noto al Vasari, ma è ugualmente importante conoscere quali trattati o parti di trattati matematici e geometrici Pacioli non consultò e non pubblicò come suoi.

Poco è stato scritto sulle lezioni perugine di Pacioli sulla matematica commerciale.²³ Presumibilmente Piero scrisse il suo *Trattato* prima che Pacioli iniziasse le sue lezioni alla fine del 1477. La domanda ovvia è se le lezioni di Pacioli presentano dei punti in comune con il trattato di Piero o quanto le stesse lezioni e il manoscritto di Pacioli attingano dal trattato di Piero. So di un solo studioso che abbia sollevato questa questione provando a dare una risposta. Nella conferenza su Pacioli tenuta nel 1994 a Borgo San Sepolcro e poi pubblicata in *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento* Gianfranco Cavazzoni dichiarò che i lavori di Piero e Pacioli mostravano similarità nel loro “stile contorto” e “disposizione” del materiale, ma l’organizzazione del materiale nei due trattati appare notevolmente differente.²⁴ Pacioli nel prologo alfabetico organizza il materiale in diciotto sezioni e Giovanna Derenzini ha divisi la materia in questi titoli²⁵:

1. Frazioni ovvero rotti (13r-24v)
2. Compagnie (25r-52v)
3. Baratti (61r-83v)
4. Cambii (85r-105r)

²² Cfr. M. CLAGETT, *Archimedes in the Middle Ages*, 3 vols. e in particolare *The Fate of the Medieval Archimedes*, vol. 3, part III, *The Medieval Archimedes in the Renaissance, 1450-1565*, Philadelphia, American Philosophical Society, 1978; J. R. Banker, *A manuscript of the works of Archimedes in the hand of Piero della Francesca*, “The Burlington Magazine”, CXLVII, no. 1224, 2005, pp. 165-169.

²³ Sulla conoscenza che Piero ebbe della tradizione dell’Abaco, cfr. E. GIUSTI, *L’ algebra nel ‘Trattato d’abaco’ di Piero della Francesca: Osservazioni e congetture*, in “Bollettino di storia delle scienze matematiche”, 11, n. 2, 1991, pp. 55-83.

²⁴ G. CAVAZZONI, *Il ‘Tractatus Mathematicus Ad Discipulos Perusinos’*, in *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, p. 206. Non ho visto la introduzione di CAVAZZONI all’edizione del *Tractatus Mathematicus Ad Discipulos Perusinos* (a cura di G. CALZONI e G. CAVAZZONI), Città di Castello, Delta, 1996.

²⁵ G. DERENZINI, *Il Codice Vaticano Latino 3129 di Luca Pacioli*, in *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, cit, pp. 169-191.

5. Meriti e imprestanze (109r-132v)
6. Arechare a dì (133r-144v)
7. Arienti e ori (145r-156v)
8. Progressioni (157r-168v)
9. Positioni (169r-180v)
10. Straordinarie (181r-216v)
11. Bolzoni o vòì tastoni (217r-228v)
12. Divisioni e partimenti de numeri (229r-256v)
13. Inventioni e trovamenti de numeri (256v-264v)
14. Geometrie (256r-312v)
15. Radici(313r-324v)
16. Cosa, censo, cubo (parte mancante)
17. Capitoli de algebra (parte mancante)
18. Tariffa mercantescha (361r-381r)

Piero invece non indica alcun tipo di ordine nel suo trattato, ma Daley Davis ha visto questi divisioni²⁶:

- I (fols. 3r-4v): Frazioni
- II (fols. 5r-15v): Regola di tre
- III, parte 1 (fols. 16r-23v): Regola di pozione false
- III, parte 2 (fols. 24r-33r): Algebra
 - Radici
 - Equazioni d'algebra
 - Tre semplici
 - Tre composte
 - 61 esempi d'algebraica equazioni
- III, parte 3 (fols. 34r-79v): i problemi
- IV (fols. 80r-120r): Mensurazione: (Geometria)
- V (120v-127r): Miscellanea

Inoltre molti degli argomenti erano identici per tutti i maestri di abaco del periodo di Fibonacci. Ma ancora più importante è il fatto che Pacioli e Piero differiscono nel loro approccio. Come era abitudine nella tradizione dell' abaco, Pacioli presenta il suo materiale come una serie di problemi da risolvere, rivolge a se stesso i problemi pratici che un mercante poteva incontrare. Piero certamente presentò alcuni di questi stessi

²⁶ DALEY DAVIS, cit, pp.25-41.

problemi, ma molti ricercatori hanno evidenziato come Piero, diversamente dai precedenti abachisti e dallo stesso Pacioli, si concentrò su teoremi e prove. Il pittore era principalmente interessato ai principi della misurazione della geometria piana e solida. Pacioli, per le sue lezioni perugine, non riprese dal *Trattato* di Piero la parte sull'aritmetica commerciale, mentre nella sezione geometrica, secondo Marshall Clagett, si attiene strettamente a Fibonacci e forse a Piero²⁷

Perché una differenza così significativa? Non ci sono divisioni nei manoscritti esistenti del *Trattato* di Piero che potrebbero indicare che il saggio fosse circolato in forma divisa con la sezione geometrica separata dal resto. Vedremo come sia pratica di Pacioli ignorare le parti sull'aritmetica di Piero, ma utilizzare le parti relative alla geometria.

Nella *Summa de Arithmetica, geometria, Proportioni et Proportionalità* del 1494 Pacioli non attinge marcatamente o spesso dai saggi di Piero per le parti aritmetiche, sebbene egli si rifaccia direttamente e frequentemente ai vari scrittori della tradizione dell'abaco, da Fibonacci allo scrittore del libro d'abaco del codice 577 della Biblioteca Nazionale di Firenze.²⁸ Nel 1494 Piero era ormai morto da due anni e due dei suoi saggi erano a disposizione ormai da due decenni. Sorprende che Pacioli faccia relativamente poco uso del *Trattato d'abaco* (eccetto che per le parti riguardanti i capitoli sulla geometria) e nessun uso apparente del *De prospectiva pingendi* o del più tradito *Libellus de quinque corporibus regularibus*. Pacioli mostra poco interesse per il *Trattato d'abaco* di Piero nelle sezioni della *Summa* dedicate ai numeri, moltiplicazioni, regola della falsa posizione, radici, mercato e pratiche dei cambi.²⁹ Comunque, come Daley Davis ha precisato, Pacioli attinse direttamente dalle sezioni geometriche del *Trattato d'abaco* di Piero per le ultime parti di quello che Pacioli intitolò "Particularis Tractatus" nella *Summa*. Pacioli presentò cinquantasei esercizi sui corpi regolari e irregolari presi dal *Trattato d'abaco* di Piero, (carte 105r a 120r). E circa il cinquanta per cento di questi erano ripresi parola per parola da Piero.³⁰

Ma è ugualmente significativo il fatto che Pacioli non si serva del *Libellus de quinque corporibus regularibus*. Il manoscritto latino doveva essere completato dal 1488, anno della morte del probabile traduttore del *Libellus*.³¹ Dal momento che nella *Summa* del 1494 Pacioli si rifece in maniera così precisa al *Trattato* di Piero

²⁷ CLAGETT, cit, p. 421-423; DALEY DAVIS, cit, pp. 38, 98-106.

²⁸ E.GIUSTI, *Luca Pacioli matematico*, in *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, cit, pp. 7-18.

²⁹ Cfr. S. A. JAYAWARDINE, *The "Trattato d'abaco" of Piero della Francesca*, in *Cultural Aspects of the Italian Renaissance: Essays in Honour of Paul Oskar Kristeller*, (a cura di C. H. CLOUGH), Manchester, Manchester University Press, 1976, pp. 235-242.

³⁰ DALEY DAVIS, cit, p. 101.

³¹ J. R. BANKER, *Piero della Francesca, il fratello Don Francesco di Benedetto e Francesco dal Borgo*, "Prospectiva", 68, 1992, pp. 54-56.

per le parti sulla geometria, egli doveva possedere il *Trattato* di Piero e, poiché non c'è traccia del *Libellus* nella *Summa*, egli non doveva averlo visto o studiato se non dopo il 1494 e probabilmente dopo il 1498 perché nessun documento o parti del *Libellus* sono presenti nei manoscritti del *De divina proportione* del 1498. È sicuro che Pacioli abbia avuto il *Trattato* di Piero in suo possesso per un periodo di tempo significativo in modo da copiare un numero così grande di problemi geometrici ed in maniera così precisa.

Ci sono solo due manoscritti esistenti del *Trattato del abaco* di Piero: il manoscritto della Biblioteca Laurenziana, che è di suo pugno con numerosi disegni geometrici di Piero, e quello della Biblioteca Nazionale Centrale (Conventi Soppressi A.6.2606) che è incompleto e con rilevanti differenze stilistiche da quello autografo della Laurenziana.³² Ci sono sostanziali differenze anche in quello riportato da Pacioli nella *Summa* del 1494 per cui egli non consultò il manoscritto della Biblioteca Nazionale Centrale quando riprese i problemi geometrici dal *Trattato* di Piero. Poiché non vi sono altri manoscritti esistenti del *Trattato* e nessun riferimento a questo saggio fino al ventesimo secolo, è difficile che altre copie del manoscritto di Piero fossero state fatte prima dell'epoca moderna.

Ad ogni modo possiamo essere quasi certi che Pacioli si rifece al *Trattato* autografo della Laurenziana di Piero. Basandosi sul fatto che ha lo stemma della famiglia Pichi di Borgo San Sepolcro nel primo folio decorato, possiamo pensare che il manoscritto rimase a Borgo San Sepolcro per lo meno fino alla fine del Quattrocento. Quindi Pacioli deve aver consultato il manoscritto della Laurenziana e deve averlo fatto a Borgo San Sepolcro prima della stesura della *Summa* nel 1494. Quando accadde questo? Penso che ci siano due periodi nei quali il frate francescano poteva essere al Borgo e avrebbe avuto il tempo sufficiente per utilizzare dal *Trattato d'abaco* di Piero i cinquantasei esercizi sui corpi regolari e irregolari: gli anni 1484-85 e gli anni 1491-93, ma non è possibile essere più precisi.

Sappiamo che nel *De divina proportione* del 1509 Pacioli propose come suo il *Libellus de quinque corporibus regularibus* di Piero in una sezione con il titolo "Libellus in tres partiales tractatus divisus quinque corporum regularium et dependentium". Si deve notare che nella sezione del *De divina proportione*, appena prima del "Libellus in tres partiales", Pacioli riprodusse le discussioni sui cinque corpi regolari così come si trovano nell'ultima sezione della *Summa*. Questo senza dubbio venne ripreso dal *Trattato* di Piero, così nel *De divina proportione* ci sono

³² Cfr. W. VAN EDGMONT, *A Second Manuscript of Piero della Francesca's "Trattato d'abaco"*, "Manuscripta", 24, 1980, pp. 163-163

due trattazioni dei corpi regolari e irregolari entrambe riprese da Piero, ma da due diversi trattati.³³

La prima domanda che viene alla mente è: per quale motivo Pacioli non pubblicò il *Libellus de quinque corporibus regularibus* nell'edizione del *De divina proportione* del 1498? Conosceva il lavoro di Piero? Si era già appropriato dello studio geometrico sui corpi regolari di Piero, come mostra la *Summa* del 1494, sebbene qui Pacioli lo avesse preso dal *Trattato d'abaco* e, avesse già costruito, come lui stesso afferma, le forme dei cinque corpi regolari e li avesse mostrati al duca Guidobaldo a Roma nel 1489 o 1490.³⁴

Pacioli doveva sapere del *Libellus* dal momento che molti dei biografi lo collocano ad Urbino fin dagli inizi del 1490, se non prima. E il *Libellus* di Piero si trovava nella biblioteca dei Montefeltro, inoltre Pacioli ricorda al duca Guidobaldo che la biblioteca ducale ad Urbino aveva un manoscritto di Piero. È significativo però che Pacioli eviti di nominare il *Libellus*. Nel *De divina proportione* del 1498, egli si riferisce solo al trattato di Piero sulla prospettiva, sebbene egli dovesse sapere che il *Libellus* era ad Urbino.³⁵ L'inventario della biblioteca ducale del 1488 riporta esplicitamente il *Libellus* e non il *De prospectiva pingendi*.³⁶

Ma quando e dove Pacioli consultò il *Libellus* di Piero? Dal momento che non c'è niente del *Libellus* nel *De divina proportione* del 1498 ma era tutto presente nel *De divina proportione* del 1509, è evidente che Pacioli consultò il *Libellus* di Piero tra il 1498 ed il 1509. Pacioli deve aver avuto a disposizione un lungo periodo di tempo per consultarlo poiché dovette tradurre il trattato dal latino all'italiano, ma non ci sono prove che Pacioli fosse ad Urbino in quel periodo.

Pacioli era a Milano fino al 1499 e a Firenze negli anni dal 1501 alla fine del 1506, ma Ulivi ha dimostrato che era nel suo convento di Borgo San Sepolcro e a Perugia nell'inverno 1499-1500, e forse durante la primavera.³⁷ Questi sono gli anni più probabili in cui Pacioli poté aver avuto il *Libellus* di Piero in latino e averlo tradotto.

³³ DALY DAVIS, cit, p. 100.

³⁴ *Summa*, II, fol. 68b e cfr. G. MANCINI, *L'opera 'De corporibus regularibus' di Piero delli Franceschi detto Della Francesca, usurpata da fra Luca Pacioli*, in "Atti della Reale Accademia dei Lincei. Memoria della classe di Scienze morali, storiche e filologiche", XIV, 1915, pp. 464, nota 2.

³⁵ Sulla biblioteca a Urbino, cfr. M. PERUZZI, *Culture, Potere, Immagine: La biblioteca di Federico di Montefeltro*, Urbino, Accademia Raffaello, 2004.

³⁶ Per una lista dei manoscritti del *De prospectiva pingendi*, cfr. G. DERENZINI, *Note autografe di Piero della Francesca nel codice 616 della Municipale di Bordeaux: Per la storia del 'De prospectiva pingendi'*, "Filologia Antica e Moderna", 9, 1995, pp. 29-55. Si veda l'Indice vecchio della biblioteca d'Urbino in C. STORNAJOLO, *Codices Urbinae Graeci Bibliothecae.... Accedi "Judex vetus" Bibliothecae Urbinae nunc primum editus*, Roma, 1895, p. XCVII.

³⁷ E. ULIVI, *Luca Pacioli, una biografia scientifica*, in *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, cit. p. 26.

Pacioli lodò grandemente Piero come pittore e scrittore sulla prospettiva, ma mai come esperto di geometria e autore di testi sull'aritmetica e la geometria. Ecco le quattro volte che Pacioli ha citato Piero:

1. Pacioli citò Piero come uno scrittore sulla prospettiva e per il suo libro *De prospectiva pingendi* presente nella biblioteca di Guidobaldo Montefeltro in Urbino. (*Summa de Aritmetica, geometria, Proportioni et Proportionalità*, Epistola della dedizione a Guidobaldo, f. 2r).

“La perspectiva se ben si guarda, senza dubio, nulla serebbe, se queste [mathematica] non li se accomodasse. Come a pieno dimostra el monarca ali tempi nostri dela pictura maestro Pietro di Franceschi nostro conterraneo. E assiduo de la excelsa V. D. casa familiare, per un suo compendioso trattato che de l'arte pictoria e de la linear forza in perspectiva compose. El qual al presente in vostra dignissima biblioteca apresso l'altra innumerabile multitudinede volumi in ogni facultà eletti, non immeritatamente se ritrova.”

2. Ancora Pacioli citò il libro sulla prospettiva di Piero e Piero come un pittore (*Summa*, Tractatus I, Dist. 6, f. 68v).

“Se tu bien discorri in tutte le arti, tu troverai la proportione de tutte esser madre e regina, e senza lei niuna poterse exercitare. Questo el prova prospectiva in sue picture Del qual documento, a ciò ben sabino a disporre, el sublime pictore (ali di nostri anchor vivente) maestro Piero de li Franceschi, nostro conterraneo del Borgo San Sepolcro, hane in questi di composto un degno libro de ditta *Prospectiva*. Nel qual altamente de la pictura parla, ponendo sempre el suo dir ancona el modo e la figura del fare. El quale [libro] tutto habiamo lecto e discorso; el quale lui feci vulgare, e poi el famoso Oratore, poeta, e rhetorico, greco e latino (suo assiduo consotio e similmente conterraneo) maestro Matteo lo reccò a lengua latina ornatissimamente, de verbo ad verbum. Con exquisiti vocabuli. Ne la quale opera, de le diece parole, le nove ricercano la proportione. E così con instrumenti li insegna proportionare piani e figure con quanta facilità mai si possa...”

3. Ancora Pacioli scrisse sul libro *De prospectiva* nella dedizione del trattato sulla architectura

(*De divina proportione*, [1509 ed.], I, Dedizione ai muratori e scalpellini del BSS, f. 23, lato sinistro).

“Si che vi prego che interim, con questo operando, non ve sia tedio l'aspectare, del qual (se pregio non adviene) sperio in breve sirete a pieno da me satisfacti. E anco con quella prometto darve piena notitia de prospectiva medianti li documenti del nostro conterraneo e contemporale, di tal facultà a li tempi nostri Monarcha Maestro Petro de Franceschi, de la qual già feci dignissimo compendio, e per noi ben apreso. E del suo caro

quanto fratello Maestro Lorenzo Canozo da Lendenara qual medesimamente in dicta faculta fo ali tempi suoi supremo che'l dimostrano per tutto le sue famose opere si intarsia nel degno coro del Sancta a Padua e sua sacrestia e in Vinegia ala Ca Grande comme in la pictura neli medemi lioghi è altrove asai. E ancora presente del suo figliuolo Giovanmarcomio caro compare, el quale summamente patrizia comme l'opere Roico [?] el degno coro in nostro convento Venegia se manifesta.”

4. E finalmente Pacioli velocemente citò che Piero unì la matematica, l'architettura e la pittura, ma soprattutto lo ricorda come pittore e scrittore sulla prospettiva (*De divina proportione*, [1509 ed], Prima pars, capitolo 19, f. 33, lato sinistro).

“Che dele mathematici lo rende chiaro el monarca ali dì nostri della pictura e architectura, Maestro Piero de li Franceschi con suo pennello mentre pote comme apare in Urbino, Bologna, Ferrara, Arimono, Ancona e in the terra nostra in muro e tavola a oglio e guazzo, maxine in la città di Arezzo la magna capella della tribuna del'altar grande una della degnissime opere d'Italia a da tutte commendate. E per lo libro de prospectiva compose qual si trova in la dignissime bibliotheca de lo illustrissimo Duca de Urbino nostro. Sìche ancora voi ingegnative el simile fare.”

C'è una certa e stretta coerenza e continuità nell'analisi che Pacioli fa sui trattati di Piero e nei commenti sulle sue attività intellettuali. Pacioli loda Piero per i suoi dipinti e per i suoi trattati sulla pittura. Solo una volta a Pacioli sfugge e menziona Piero come matematico, mentre invariabilmente lo definisce un esperto della prospettiva sia nella teoria che nella pratica. Ma nei suoi trattati Pacioli non si rifà direttamente al *De prospectiva pingendi*, eccetto forse che per il disegno di una testa. D'altra parte Pacioli non parla mai delle capacità geometriche di Piero e dei suoi successi, ma prende direttamente dai trattati di Piero sulla geometria senza nessun riconoscimento. Questa è la regola di tutti i trattati di Pacioli in cui menziona Piero: nella *Summa* e nel *De divina proportione*, in entrambe le edizioni del 1498 e del 1509.

Vorrei concludere con una riflessione su un aspetto fondamentale che ritroviamo nell'arte di Piero e nell'opera di Pacioli. Sin dalla sua prima pittura esistente, il *Battesimo*, Piero rappresenta la proporzionalità o l'organizzazione sistematica dello spazio e i rapporti di proporzione tra le figure umane e lo spazio. Parte di questa organizzazione dello spazio è basata sul senso naturale di come figure ed oggetti si riducono nello spazio, come si allontanano nello spazio dalla scena fittizia. Piero chiama questa riduzione proporzionale degli oggetti, mentre si allontanano nello spazio pittorico, “degradare”. Il *Battesimo* non ha elementi per indicare che egli fece disegni in prospettiva. Il senso di proporzione

e prospettiva del *Battesimo* deriva da quello che Judith Field definisce “occhi naturali”.³⁸ Ho isolato questa percezione “naturale” dello spazio proporzionale per evidenziare che già si trova nelle prime opere di Piero. Il senso di proporzione di Piero credo venga prima delle sue conoscenze dello spazio geometrico, dovute alla lettura di Euclide e Archimede: questa idea della proporzione pervade i dipinti e i trattati di Piero.

Come quasi tutti i ricercatori hanno notato, il concetto di proporzione è centrale nella *Summa* e nel *De divina proportione*, ne è prova il suo posto nel titolo dell'opera: afferma che la proporzione è necessaria in tutte le attività umane.³⁹ Come Fenny Smith ha notato, il concetto di proporzione è centrale nella *Summa* di Pacioli: afferma che la proporzione è necessaria in tutte le attività umane. “Non solamente in lo numero e misura se ritrova, ma etiam in li suoni, e in li luoghi e in li tempi e in pesi e in le potentie.”⁴⁰ Nella sua analisi Smith evidenzia la suprema importanza della proporzione nel pensiero matematico, ma ritroviamo in Piero la medesima consapevolezza della centralità della proporzione sia per la geometria che per l'arte. È difficile dimostrare che Pacioli prese il suo modo di pensare da Piero perché è fondamentale per la geometria greca e per Euclide.

L'enfasi di Pacioli per la proporzione è inoltre evidente nel suo appassionato interesse per il Libro V degli *Elementi* di Euclide. Nella edizione degli *Elementi* di Euclide del 1509, Pacioli aggiunge i propri commenti al Libro V, che si occupa in particolare della proporzione. Per Pacioli il concetto di proporzione aggiunge rilevanza a tutte le discipline, dalla filosofia, alla retorica, alla pittura. Infine, quando nel 1508 tenne delle lezioni su Euclide a Venezia, scelse di presentare argomenti tratti dal Libro V degli *Elementi*, senza dubbio riguardanti la proporzione.⁴¹

Pacioli è consapevole che il suo interesse per la proporzione è collegato alla prospettiva e che Piero era un vero esperto in questo campo. Pacioli passa facilmente da proporzione a prospettiva; per lui i due termini erano quasi sinonimi o quanto meno la prospettiva rappresenta la suprema espressione della proporzione. Vediamo questa citazione di Pacioli ancora:

³⁸ J. V. FIELD, *Piero della Francesca: A Mathematician's Art*, New Haven e Londra, Yale University Press, 2005, p. 98.

³⁹ Questo tema è al centro della discussione di CIOCCI, *Luca Pacioli e la matematizzazione*, cit.

⁴⁰ *Summa*, f. 68v e 69v. Cfr. F. K. C. SMITH, *Proportion in the 'Summa de arithmetica geometria proportione et proportionalità of Luca Pacioli* in *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, cit, pp. 103-125.

⁴¹ Cfr. M. FOLKERTS, *Luca Pacioli and Euclid*, in *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, cit, pp. 221-222, 229-230.

“Se tu bien discorri in tutte le arti, tu troverai la proporzione de tutte esser madre e regina, e senza lei niuna potesse exercitare. Questo el prova prospectiva in sue picture [di Piero della Francesca] ... de le diece parole, le nove ricercano la proporzione...”⁴²

Forse Pacioli riteneva di dare abbastanza credito a Piero nel lodarlo per il suo trattato *De prospectiva pingendi* e per i dipinti con la prospettiva, dato che erano l'ultima espressione della proporzione.

Questo ci porta al problema dell'accusa di plagio a Pacioli.⁴³

Molti studiosi giustificano Pacioli per la pubblicazione dei trattati di Piero, dicendo che al suo tempo non esisteva il concetto di proprietà intellettuale e specialmente gli scrittori di abaco copiavano i problemi dai precedenti maestri senza citare la fonte.⁴⁴ Quest'ultima osservazione è giusta: lo stesso Piero riportò problemi e soluzioni di precedenti maestri senza alcun commento o riconoscimento. Ma l'affermazione che non ci fosse nessun principio di proprietà intellettuale all'epoca di Pacioli è contraddetta dal suo stesso atteggiamento. Infatti, anche prima della stampa del *De divina proportione*, dimostrò un concetto egoistico della proprietà intellettuale. Nel 1508 Pacioli numerò i trattati da lui “scritti” in una richiesta legale fatta al Senato di Venezia per avere l'esclusivo diritto di pubblicazione per venti anni. Il Senato accettò questa sua richiesta e gli garantì che nessun altro avrebbe potuto pubblicare i suoi trattati per quindici anni.⁴⁵ L'ironia o ipocrisia è che Pacioli protesse il suo diritto esclusivo a pubblicare una quasi copia della trattazione geometrica dal *Trattato d'abaco* di Piero e una traduzione del *Libellus* di Piero come se fossero opere sue inserite nel *De divina proportione del 1509*. Pacioli protesse il suo diritto d'autore, ignorando i diritti che Piero o i suoi eredi avevano sulla innovativa e rivoluzionaria teoria geometrica. Ovviamente Piero era già morto da 16 anni e Pacioli potrebbe essersi autoassolto per il fatto che era passato così tanto tempo dalla sua morte, ma questo non giustifica la sua riluttanza a nominare o riconoscere Piero come l'autore o la fonte delle argomentazioni sui cinque corpi regolari e irregolari.

Il comportamento di Pacioli, teso a cancellare il ricordo delle intuizioni geometriche di Piero nel *De divina proportione* del 1509, ben si accorda con la stessa mancanza di riconoscimento verso Piero sia nella *Summa* del 1494 che

⁴² *Summa* Tractatus I, Dist. 6, f. 68v.

⁴³ Dopo VASARI (*Le vite de' più eccellenti architetti, pittori et scultori nella Vita di Piero della Francesca*), G. MANCINI ha rinnovato le accuse contro Pacioli, cit. pp. 446-580. Per un buon sommario del dibattito sul plagio di Pacioli, cfr. A. CIOCCI, *Luca Pacioli tra Piero della Francesca e Leonardo*, Sanselvolcro, Aboca Museum Edizioni, 2009, pp. 154-155, n. 3.

⁴⁴ Cfr. per esempio, NARDI, cit. p. 64.

⁴⁵ Archivio di stato, Venezia, Notatorio del Collegio Veneto, anno 1507-1511, cc. 34v-35r.

nelle edizioni del 1498 e del 1509 del *De divina proportione*. Pacioli ha fatto spesso sfoggio di erudizione citando i nomi e le opere dei matematici antichi e medievali, incluso Fibonacci. Ma ha evitato di fare menzione del nome di Piero e degli altri scrittori d'abaco del suo periodo anche quando ha pubblicato i loro lavori. Come Franci e Toti Regatelli hanno scritto: "Pacioli si dichiara in debito verso autori famosi, da alcuni dei quali non sembra, in realtà, avere tratto ispirazione, mentre non cita testi dai quali, quasi sicuramente, ha preso materiale per il suo lavoro di compilazione."⁴⁶ Pacioli celebrò i suoi rapporti, quasi l'amicizia, con Leon Battista Alberti, Melozzo da Forlì, Leonardo da Vinci e con i nobili e i condottieri, ma mai ha ammesso che lui e Piero si sono incontrati o hanno parlato.⁴⁷ Sopra abbiamo visto che Piero e Pacioli si sono incontrati nel chiostro di San Francesco. Pacioli non vantò di avere uno stretto rapporto con Piero in quanto studioso di geometria, come fece spesso con tanti altri illustri uomini dell'epoca. Perché Pacioli non si è mai gloriato di avere stretti rapporti con un suo grande e famoso concittadino, Piero, non solamente maestro in prospettiva ma anche tra l'altro profondo conoscitore della scienza greca?

⁴⁶ R. FRANCI e L. TOTI RIGATELLI, *La matematica nella tradizione dell'abaco nel XIV e XV secolo*, in *La cultura filosofica e scientifico*, a cura di C. MACCAGNI e P. FREGUGLIA, Busto Arsizio, 1989, p. 86.

⁴⁷ Cfr. CIOCCI, *Luca Pacioli e la matematizzazione*, cit., p. 115, n. 45.

PIER DANIELE NAPOLITANI*

*Archimede nella cultura dell'abaco
e nell'Umanesimo*

I INTRODUZIONE

Dietro alla mutazione che, al passaggio fra XVI e XVII secolo, dà origine alla scienza moderna ci sono storie e tradizioni che si intrecciano in modi molto vari e complessi. E queste storie e tradizioni rispecchiano a loro volta diversi ruoli sociali e culturali delle discipline matematiche. Un intreccio tutt'altro che chiarito nei suoi vari aspetti.

1.1 Due enciclopedie

Nel 1494, “adi. 10 de nouembre”, lo stampatore bresciano Paganino de' Paganini finiva di stampare un'opera monumentale: la *Summa de arithmetica proportioni et proportionalità* di Luca Pacioli (1445/50c.–1517). Le sue oltre trecento carte *in folio* si presentano come un'enciclopedia del sapere che, a partire dal *Liber abaci* di Leonardo Pisano (1202), si era venuto elaborando negli ambienti delle scuole d'abaco; il luogo, cioè, in cui si formava, per usare una felice espressione di Carlo Maccagni, lo “strato culturale intermedio”: mercanti in primo luogo, ma anche artisti, architetti e ingegneri, uomini d'arme. La *Summa* riprende così i temi tradizionali della matematica abachistica: la numerazione posizionale e i suoi algoritmi, la regola del tre e il calcolo delle proporzioni, l'algebra, l'uso della partita doppia, le regole della geometria pratica.

Pochi anni dopo, nel dicembre del 1501, dai torchi della tipografia di Aldo Manuzio, usciva un'altra enciclopedia: il *De expetendis et fugiendis rebus*, opera postuma dell'umanista piacentino Giorgio Valla (1447–1500). Di mole ancora più impressionante della *Summa* (oltre seicento carte *in folio*), abbraccia tutti i campi del sapere. Dei suoi 49 libri, i primi diciotto trattano della matematica del quadrivio (aritmetica, musica, geometria e astronomia) mentre i rimanenti sono dedicati alla filosofia naturale, alla medicina, alle *humanae litterae*, all'economia e alla politica. Le fonti di questa enorme compilazione sono tutte classiche: Valla vi trasfuse l'enorme erudizione che aveva accumulato in anni e anni di studio e insegnamento e di appassionate ricerche bibliofile. Nel *De expetendis* per la prima

* Università di Pisa. Dipartimento di Matematica, Largo B. Pontecorvo, 5 - 56127 Pisa.
E-mail: napolita@dm.unipi.it

volta trovano la via della stampa *excerpta* delle opere di Apollonio, Sereno, Erone (per non citare che alcuni dei nomi più famosi); citazioni del commento di Eutocio ad Archimede; lunghi brani di Euclide tradotti direttamente da codici greci in aperta polemica con la *vulgata* euclidea medievale di Campano da Novara (1220/30c.–1296).

A prima vista queste due enciclopedie sembrano essere antitetiche: Pacioli si presenta come il campione delle tradizioni dell'abaco; Valla di quelle tendenze umanistiche che non solo avevano accumulato nelle biblioteche di Venezia, Firenze, Roma e Urbino i tesori della scienza ellenistica, ma che avevano prodotto, verso la metà del XV secolo la traduzione dell'opera di Archimede. La *Summa* sembrerebbe quindi rivolgersi ai “meccanici” dello strato intermedio; il *De expetendis* ai dotti e a chi è dedicato alle arti liberali: due mondi separati.

Non si può negare che questi elementi di separazione siano effettivamente presenti; ma, al tempo stesso, uno sguardo più attento dovrebbe indurci a una maggiore riflessione. Per esempio, Pacioli e Valla agiscono entrambi sulla scena della Venezia di fine Quattrocento; entrambi si rendono conto dell'importanza cruciale che ha assunto la stampa; entrambi concepiscono il progetto di organizzare le conoscenze della tradizione cui appartengono in un tutto organico e di sfruttare il nuovo mezzo di diffusione del sapere per offrire agli studiosi un testo in cui potessero ritrovare quanto prima era sparso e difficile — se non impossibile — da rinvenire. E Pacioli può poi dirsi davvero così estraneo al mondo dei dotti? Lui, che era stato intimo di Leon Battista Alberti a Roma e aveva frequentato le corti di Urbino, Firenze e Milano?

1.2 Un grande assente

Con una certa ipersemplicizzazione, possiamo dire che Pacioli si presenta come l'erede della tradizione delle *scuole* e il *De expetendis* come un primo tentativo di cristallizzare l'esplorazione delle fonti classiche che *le corti* del Quattrocento avevano condotto.

Tuttavia, un altro elemento che accomuna la *Summa* e il *De expetendis* è la scarsa attenzione che entrambe le enciclopedie dedicano ad Archimede. Nella *Summa* i temi archimedei si riducono a ben poca cosa: la misura del cerchio, il calcolo di π , il volume e la superficie della sfera; temi tratti dalla tradizione abachistica di cui Pacioli è erede. Nel *De expetendis*, Valla si limita a riportare pochi stralci tratti dal commento di Eutocio: la digressione sull'inserzione di due medie proporzionali fra due grandezze date e un brevissimo e insufficiente estratto dal commento al primo libro dell'*Equilibrio dei piani*; un *excursus* sulla quadratura

del cerchio più che su fonti archimedee, è basato su fonti di tipo filosofico, quali il *Commento alla Fisica* di Aristotele di Simplicio.

Questo silenzio è tanto più strano ove si consideri che Valla era all'epoca il possessore del famoso codice A, che conteneva l'intero *corpus* archimedeo oggi noto (con l'eccezione dei *Galleggianti*) e che Pacioli sembra quanto meno essere a conoscenza della traduzione effettuata verso il 1450 da Iacopo da San Cassiano¹. Si potrebbero certo invocare tutta una serie di motivi, per così dire "esterni", per spiegare queste assenze: la gelosia di Valla nei confronti del suo prezioso codice; le operazioni quanto meno poco trasparenti di Pacioli nei confronti dei materiali che utilizza (basti pensare al suo atteggiamento verso il *Libellus de quinque corporibus regularibus* di Piero); il peso di tradizioni culturali che orientano le scelte dei due enciclopedisti.

Ma a nostro avviso c'è di più. C'è soprattutto la difficoltà di impadronirsi dell'opera archimedeo e di riesporla a partire dal bagaglio di cultura matematica che era disponibile nel Quattrocento. Si tratta, come meglio vedremo più avanti, di un fenomeno che già si era verificato secoli addietro, in parte già nella matematica araba, e soprattutto quando Guglielmo di Moerbeke aveva tradotto Archimede alla corte papale di Viterbo.

1.3 Questo contributo

A partire dal *Liber abaci* e dalla *Practica geometriae* di Fibonacci e poi, soprattutto, nel corso del Trecento e del Quattrocento intorno alle scuole d'abaco si sviluppa una cultura matematica diffusa, che permea gli ambienti sociali più disparati e che arriverà a intrecciarsi con quella umanistica. Per converso, è negli ambienti delle corti — da quella di Federico II a quelle del Cinquecento — che si avvia il recupero e l'assimilazione della matematica greca. Si tratta però di un processo complesso, soggetto a molti alti e bassi, dato che le attività culturali, artistiche e scientifiche di una corte dipendono da fattori assai poco stabili. Queste attività sono infatti legate alla presenza di un mecenate, di grandi biblioteche la cui funzionalità può essere garantita solo da istituzioni potenti o da ricchissimi privati. Per esempio, la Sicilia di Federico sarebbe scomparsa con la fine della Casa di Svevia. La corte papale di Viterbo fu, nella seconda metà del XIII secolo, un centro di cultura e di scienza di prima grandezza, frequentato da personaggi come Guglielmo di Moerbeke, Campano da Novara, Ruggiero Bacono, Witelo, John Pecham. Stagione che si sarebbe però ben presto chiusa, con il trasferimento del

¹Cfr. MARSHALL CLAGETT, *Archimedes in the Middle Ages*, vol. III.3, p. 433, n. 42 e p. 448, n. 64.

papato ad Avignone. Così gli entusiasmi di papa Niccolò V (1447-1455) verso le traduzioni scientifiche (Archimede, Tolomeo), troveranno scarso seguito fra i suoi immediati successori.

Fra l'inizio del XIII secolo e la fine del XV assistiamo dunque a una sorta di *coevoluzione* fra le scuole d'abaco e le corti, umanistiche e non. Le prime, diffondendo una nuova cultura matematica che attraversa quasi tutti gli strati sociali, creano interesse e aspettative verso la matematica stessa e le sue applicazioni: basti pensare al ruolo degli artisti e allo svilupparsi della prospettiva teorica, della gnomonica, della meccanica, della scienza delle fortificazioni. Questo processo, quando si creano le condizioni favorevoli, permette il coagularsi di importanti fondi scientifici nelle grandi biblioteche, il formarsi di scuole e di circoli matematici, di avviare la traduzione e il recupero dei testi classici. E questo, a sua volta, stimola nuovi punti di vista, nuovi arricchimenti culturali, nuovi strumenti di ricerca negli ambienti della cultura dell'abaco.

Nella prima parte di questo contributo tratteremo i contesti culturali all'interno dei quali si svolse il *revival* archimedeo del secondo Quattrocento e del primo Cinquecento, che discuteremo poi nella seconda parte (§ 4). Ci soffermeremo in particolare sulla figura di Piero della Francesca, i cui interessi archimedei illustrano al meglio l'intreccio fra cultura umanistica e cultura dell'abaco.

Passeremo infine ad accennare alla seconda tappa del processo di riappropriazione della matematica di Archimede durante la prima metà del Cinquecento (§ 5). Abbiamo già accennato al fatto che Pacioli e Valla sono accomunati dalla comprensione dell'importanza della stampa come strumento di diffusione del sapere. Il passaggio del secolo segna infatti una profonda differenza qualitativa nell'accostarsi alla matematica. L'accumularsi di una massa critica di testi manoscritti nelle grandi biblioteche umanistiche e la diffusione quasi capillare di un'alphabetizzazione matematica si accoppiano con l'avvento dell'era della stampa. Nell'arco di pochi decenni escono dai torchi: l'edizione degli *Elementi* (Venezia, 1482) curata da Campano nel XIII secolo, presto seguita dalla nuova traduzione di tutte le opere di Euclide condotta da Bartolomeo Zamberti (Venezia, 1505); i primi testi archimedei pubblicati da Luca Gaurico (Venezia, 1503), l'*editio princeps* del testo greco di Euclide (Basilea, 1533), la traduzione di Memmo delle *Coniche* di Apollonio (Venezia, 1537), la traduzione italiana di Euclide e l'edizione di varie opere di Archimede fatte da Tartaglia (entrambe Venezia, 1543), l'*editio princeps* di Archimede con testo greco e latino (Basilea, 1544).

Su queste nuove basi si andrà formando, nell'arco di pochi decenni, una comunità scientifica di tipo nuovo rispetto a quelle del mondo antico, medievale e rinascimentale: la base culturale che permetterà la piena riappropriazione della

matematica classica, riappropriazione che sarà una delle radici della rivoluzione galileiana e il punto di partenza per le radicali innovazioni cartesiane nel campo della geometria.

2 *La tradizione arabo-latina*

Già nel mondo classico, l'opera di Archimede non pare aver avuto la notorietà che oggi ci potremmo aspettare. Questo scarso successo fu dovuto a molti fattori, fra cui il collocarsi di Archimede alla periferia dei grandi centri culturali ellenistici come Alessandria o Pergamo e la difficoltà intrinseca del suo stile. Inoltre, la sua opera (almeno quella che ci è pervenuta) verte su temi di geometria di misura e di meccanica; e sembra che il *main stream* della matematica ellenistica si concentrasse piuttosto sulla geometria delle curve (o geometria di "posizione"). Se a questo si aggiunge la generale decadenza delle scienze matematiche a partire dall'epoca imperiale, è facile capire come mai, nel VI secolo, il suo commentatore Eutocio dia segno di conoscere solo la *Sfera e il cilindro*, la *Misura del cerchio* e l'*Equilibrio dei piani*. Per certo Eutocio, che pure si dà pena di cercare testi e manoscritti antichi, non conosce la *Quadratura della parabola* e quasi sicuramente nemmeno le *Spirali*. In poche parole, alla fine del mondo antico, le opere più profonde di Archimede — quali appunto le *Spirali*, i *Conoidi e sferoidi*, il *Metodo* — quelle che contenevano idee e intuizioni che sarebbero poi state all'origine della nascita della matematica moderna, sembra fossero andate completamente dimenticate.

Alla vigilia della conquista araba della Siria e dell'Egitto lo studio di Archimede nel mondo bizantino doveva dunque essere limitato essenzialmente a quelle opere di più immediato interesse pratico: la *Sfera e il cilindro* che forniva la regola per il "volume" e la superficie della sfera; la *Misura del cerchio* con la determinazione di π come compreso fra $3\frac{1}{7}$ e $3\frac{10}{71}$; l'*Equilibrio dei piani* con la dimostrazione della legge della leva e il calcolo dei centri di gravità del triangolo.

Fu forse per questa ragione che nel mondo arabo furono note solo queste opere, anche se ciò non significa che i matematici arabi non sviluppassero una *loro* matematica archimedea. Avevano ereditato gran parte della matematica del mondo greco, in particolare i primi sette libri delle *Coniche* di Apollonio (si noti che i libri V-VIII sono perduti nell'originale greco) e questo permise loro di ottenere risultati stupefacenti nel campo di quelle che Roshdi Rashed chiama le "matematiche infinitesimali". A partire dai tre fratelli Muḥammad, Aḥmad e al-Ḥasan, noti come i Banū Mūsā (i figli di Mosé: Mūsā ibn Shākir) e poi con Thābit ibn Qurra (IX secolo), poi con suo nipote Ibrāhim ibn Sinān (X secolo) e poi con al-Khāzin, al-Qūhī, Ibn al-Samḥ e Ibn Hūd (XI secolo), i matematici arabi svilupparono

dimostrazioni di impressionante bellezza ed eleganza su temi quali la quadratura della parabola o lo studio di paraboloidi di rotazione. E allo sviluppo della matematica archimedeo si dedicò anche uno dei più grandi matematici arabi, Ibn al-Haytham, che divenne famoso nel mondo latino con il nome di Alhazen, la forma latinizzata del suo nome proprio, al-Ḥasan (XI secolo). La fama dei suoi lavori di ottica, di astronomia, di matematica travalicò ben presto i pur ampi confini del mondo arabo, estendendosi ad Occidente e ad Oriente.

Tuttavia, queste ricerche della matematica araba rimasero a mio avviso una sorta di appendice dei risultati greci, senza pervenire a rompere il paradigma greco che era centrato su oggetti matematici “concreti” definiti da una procedura costruttiva. Le cosiddette “matematiche infinitesimali” arabe non producono una rottura significativa del paradigma greco: ai risultati di Archimede aggiungono qualche nuovo solido (ad esempio il “limone” parabolico, ottenuto facendo ruotare un segmento di parabola intorno alla sua base) o la determinazione del centro di gravità del paraboloido di rotazione.

Ma ciò che più conta nella prospettiva della nostra discussione, i risultati più avanzati degli Arabi non riuscirono a penetrare in Occidente, e non diedero quindi un contributo — perlomeno non direttamente — alla nascita della matematica moderna. La lista delle opere archimedee o di ispirazione archimedeo che il Medioevo latino conobbe è quindi piuttosto breve. Praticamente l'unico testo di Archimede che circolò in latino fino al XIII secolo fu la *Misura del cerchio*, che nella traduzione di Gerardo da Cremona (1147–1187) conobbe una notevole diffusione.

Le scienze matematiche devono molto all'attività di Gerardo. Desideroso di poter leggere l'*Almagesto* di Tolomeo si recò a Toledo, dove imparò l'arabo e tradusse da questa lingua (oltre all'*Almagesto*) qualcosa come novanta opere scientifiche. È a lui che dobbiamo traduzioni di classici antichi come i testi di trigonometria sferica di Teodosio e Menelao, un importante testo di Alhazen sugli specchi parabolici che divenne praticamente l'unico veicolo di conoscenza sulle sezioni coniche per tutto il Medioevo, la traduzione dell'*Algebra* di al-Khwārizmī.

Accanto al *De mensura circuli* Gerardo aveva tradotto anche un'opera dei Banū Mūsā che si rifaceva ai risultati della *Sfera e il cilindro*, testo noto sotto il titolo di *Verba filiorum* o *Liber geometriae*. In esso erano contenute dimostrazioni originali dei Banū Mūsā riguardanti la quadratura del cerchio, la formula di Erone per l'area del triangolo, risultati e formule relative alla superficie sferica, al volume della sfera, alla superficie e al volume del cono e altro ancora. Il testo della traduzione di Gerardo è conservato da un discreto numero di manoscritti e, come tra poco vedremo, influenzò autori come Ruggero Bacone, Giordano Nemorario (un

prolifico autore di importanti testi di geometria, aritmetica e statica del XIII secolo) e Leonardo Pisano.

Analogo ai *Verba filiorum* è il *Liber de curvis superficibus*, un'opera attribuita a Iohannes de Tinemue, un matematico non ancora ben identificato, e probabilmente derivante da una tradizione tardo-antica o bizantina. Esso contiene i risultati del primo libro della *Sfera e il cilindro*, ma con dimostrazioni originali e seguendo una via diversa da quella di Archimede. Il testo latino di cui disponiamo, trasmessoci da una dozzina di manoscritti, risale almeno all'inizio del XIII secolo. Questa opera avrebbe avuto una certa influenza almeno fino alla prima metà del Cinquecento: ad essa si ispirò il giovane Francesco Maurolico (1494–1575) per tentare negli anni Venti del XVI secolo una ricostruzione della *Sfera e cilindro*.

Accanto a questi testi possiamo citare il *Liber Archimenedis de ponderibus* (un trattato pseudo-archimedeo risalente al XII–XIII sec., in cui si mescolano materiali metrologici della tarda latinità con altri di probabile origine araba) che si occupa di ciò che potremmo oggi chiamare determinazione del peso specifico di un miscuglio. Questo testo ebbe una enorme fortuna fino a tutto il XVI secolo e oltre: influenzò probabilmente anche il giovane Galileo e fu stampato in traduzione italiana ancora nel 1644, insieme alla prima edizione a stampa della *Bilancetta* di Galileo.

3 *La cultura dell'abaco*

Il movimento intellettuale che porta al recupero dei testi di derivazione archimedeica che abbiamo citato qui sopra è lo stesso che, alla fine del XII secolo, ha ormai portato al recupero del testo degli *Elementi* di Euclide e di vari altri aspetti della cultura scientifica ellenistica, soprattutto nella elaborazione che ne ha fatto il mondo islamico: l'astronomia tolemaica, elementi sparsi di teoria delle coniche, elementi di statica (abbiamo citato qui sopra Giordano, le cui opere continueranno a essere lette fino a tutto il XVI secolo), elementi di ottica. Alla corte normanna di Sicilia vengono tradotti direttamente dal greco l'*Almagesto* di Tolomeo e, probabilmente, anche i *Data*, l'*Ottica* e la *Catoptrica* di Euclide.

La corte siciliana sarà un faro di cultura, raggiungendo i suoi massimi splendori nel secolo successivo durante il regno di Federico II. Splendori effimeri, però. La grande fioritura scientifica della Sicilia normanno-sveva ci mette di fronte a un fenomeno ricorrente nella storia delle scienze matematiche: è un po' come quando un inverno eccezionalmente mite fa germogliare le piante troppo precocemente esponendole poi al rischio di gelate distruttive. Allo stesso modo, questi circoli scientifici che nascono intorno a una corte con risultati promettenti, vengono poi spazzati via da eventi politici e militari che, disperdendo quell'organizzazione

statuale, impediscono a quel patrimonio scientifico di produrre frutto. Così era avvenuto alla grande scienza alessandrina e alla Casa della Sapienza di Baghdad; così avviene alla corte di Federico *stupor mundi* e così accadrà alla corte dei Papi di Viterbo.

Ma, all'inizio del XIII secolo, nell'Italia delle repubbliche marinare, sta prendendo forma qualcosa di molto diverso. Il 1202 infatti è, per l'Occidente latino, l'anno di una rivoluzione culturale di enorme portata. Leonardo Fibonacci pubblica un suo ponderoso trattato, il *Liber abaci*, destinato a influire profondamente sulla società del suo tempo.

Il valore eccezionale dell'opera di questo figlio di un funzionario della Repubblica pisana non sta però in risultati particolarmente originali. Leonardo fu un matematico di genio, ma la sua originalità risplende in altre sue opere, non nel *Liber abaci*, che si presenta piuttosto come una compilazione esauriente delle conoscenze elementari raggiunte dai matematici arabi un paio di secoli prima. Nel *Liber abaci*, così come nelle altre opere di Leonardo (la *Practica geometriae*, il *Liber quadratorum*, il *Flos* e altre) si condensa e si raffina gran parte del sapere matematico mediterraneo che era filtrato nel mondo latino nel corso del secolo precedente. È lo stesso Leonardo a narrare la genesi del suo lavoro in una pagina famosa del "Prologo" della sua opera. Mio padre — racconta — funzionario della dogana pisana nella città maghrebina di Bugia, mi volle portare con sé, e mi fece studiare l'*abbacus*. In poco tempo un bravissimo maestro mi introdusse all'arte delle nove "figure indiane" (le 9 cifre); scienza che tanto mi piacque che me ne andai in giro in vari scali commerciali in Egitto, in Siria, in Grecia, in Sicilia e in Provenza per impararne più che potessi. E quello che ho imparato, e poi perfezionato con lo studio personale lo riporto nei quindici capitoli di questo libro.

Nessuno degli argomenti del *Liber abaci* va oltre le conoscenze della matematica araba di quel periodo: le resta anzi piuttosto indietro, attestandosi al livello delle conoscenze raggiunte dagli Arabi grosso modo al tempo di Abū Kāmil (850–930). In che senso, allora, il *Liber abaci* può essere pensato come una "rivoluzione culturale"? L'introduzione degli algoritmi di calcolo metteva a disposizione di una società in rapido sviluppo gli strumenti di cui aveva bisogno. Ai nostri giorni i calcolatori elettronici e le reti informatiche sono stati al tempo stesso causa ed effetto dei mutamenti sociali e culturali che stiamo vivendo con la globalizzazione. In modo simile, il *Liber abaci* — offrendo anche a chi non poteva dedicarsi a studi profondi la possibilità di eseguire calcoli su grandi numeri e affrontare i complessi problemi di cambi, società, interessi posti dallo sviluppo della mercatura — fu causa ed effetto di un profondo mutamento culturale.

Il XII secolo era stato il secolo del risveglio dell'Occidente. L'onda alta della civiltà araba e islamica cominciava appena a declinare, ma le Crociate e le imprese militari e commerciali delle repubbliche marinare avevano dato al Mediterraneo una nuova centralità nelle complesse relazioni fra il mondo latino, quello del Maghreb, il Vicino Oriente turco e l'Impero bizantino. Il commercio e l'industria dell'Occidente ricevono in questo secolo un impulso decisivo. In tutto il Mediterraneo — islamico e cristiano — sorgono basi commerciali delle città marinare italiane, diventate essenziali per assicurare rifornimenti e collegamenti. Anche se proprio in questo secolo il mondo islamico reagirà all'offensiva delle crociate, il ruolo cruciale dei mercanti pisani, genovesi e veneziani non verrà mai messo veramente in discussione.

Alla società dell'Italia di quel tempo si aprivano di anno in anno, se non di giorno in giorno, orizzonti nuovi, quasi sconfinati: pochi decenni dopo la pubblicazione del *Liber abaci*, Giovanni da Pian del Carpine prima, Marco Polo poi, avrebbero rivelato a un Occidente quasi incredulo le sterminate ricchezze e potenzialità della Cina e dell'Estremo Oriente. Lo sviluppo della società del Duecento reclamava dei mezzi matematici adeguati alla sua espansione. Il lettore pensi alle complicazioni che un mercante si trovava ad affrontare: una moltitudine di sistemi di unità di misura (quasi ogni città aveva il suo), il problema del cambio delle monete, il problema di fondare e amministrare società abbastanza grandi e ricche per reggere una concorrenza che ormai non era più su scala regionale, ma spaziava dal commercio della lana inglese a quello delle pelli di capretto maghrebine, dal traffico delle spezie all'esportazione di canapa grezza, su scala "mondiale". Le cifre che bisognava saper maneggiare non erano più quelle dei conti di piccole e modeste imprese familiari, agevolmente trattabili con un po' di pratica; erano ormai in gioco cifre (e interessi) enormi.

Leonardo, nelle sue peregrinazioni di studio nei vari fondachi commerciali di Egitto e di Provenza, di Barberia e di Siria, capì a fondo questa profonda necessità del suo tempo: e, genialmente, riuscì a trasferirla in un'opera che, per completezza, per mole, per chiarezza di esposizione, sfida le sue stesse fonti arabe e crea qualcosa di completamente nuovo. Per la prima volta, dopo la sua invenzione da parte dei Greci nel V secolo a.C., la matematica si compenetra nella società. Nel 1202 nasce una società che pone alla base delle sue transazioni un linguaggio, un metodo e un approccio matematici.

Ma tutte le grandi innovazioni richiedono qualche tempo prima di essere pienamente e generalmente accettate. Anche la sola introduzione del "calcolo indiano" non poteva non suscitare diffidenza da parte di chi, privo della necessaria confidenza con le nuove tecniche, temeva di non riuscire a controllare quei giochi

di prestigio a nove cifre². A questo si aggiunga che Il *Liber abaci* è tutt'altro che un libro facile, divulgativo, soprattutto se si pensa che si inseriva in un contesto di cultura matematica ancora estremamente arretrato e certo incapace di padroneggiare l'enorme quantità di metodi e problemi che Leonardo vi proponeva. Si pone così il problema della divulgazione di tali novità: il testo di Fibonacci ne costituì la base e l'inizio, ma non ne poteva essere il veicolo principale. Lo svilupparsi di reti commerciali sempre più vaste, l'espandersi delle dimensioni delle imprese e le conseguenti esigenze di adeguare i sistemi di contabilità, fecero sì che le diffidenze iniziali si andassero rilassando nel corso del Duecento: Fibonacci stesso nel 1241 fu incaricato dal Comune di Pisa di tenere corsi per i suoi funzionari. Nasce una figura nuova: quella del "maestro d'abaco".

È interessante osservare che Leonardo era nato come matematico di corte: gran parte della sua produzione matematica è collegata a esponenti di spicco della corte di Federico II³ e a dispute tenute in presenza dell'imperatore. La figura di Fibonacci riassume quindi entrambi gli aspetti di quello che sarebbe avvenuto nei decenni successivi: le "convergenze parallele" fra la matematica "alta", che si si rifà a quella greca e araba, e la matematica delle scuole d'abaco.

La creazione di queste scuole produsse un'istituzione fondamentale per la storia d'Europa. La loro diffusione, ancora esitante nel XIII secolo, divenne impetuosa nel corso del Trecento e del Quattrocento. Elisabetta Ulivi, in una serie di articoli, ha documentato in maniera approfondita questo straordinario fenomeno. Nella sola Firenze, tra l'ultimo ventennio del Duecento e il primo quarantennio del Cinquecento operarono a Firenze una settantina di abacisti, quasi tutti maestri d'abaco, e si ha notizia di venti scuole d'abaco. Verso la fine del Quattrocento, almeno il 25% dei ragazzi in qualche modo "scolarizzati" frequentava questo tipo di scuole; nella Venezia del Cinquecento la percentuale sale addirittura al 40%.

Alla scuola d'abaco si entrava in genere all'età di dieci anni e il corso durava circa due anni. Le scuole d'abaco erano ovviamente frequentate da coloro che volevano dedicarsi alla mercatura, ma anche da chi intendeva entrare nelle botteghe artigiane

²A Firenze, all'inizio del XIV secolo viene vietato l'uso delle cifre arabe nei documenti legali se non accompagnato anche dall'espressione dei numeri in lettere: testimonianza al tempo stesso della diffusione del nuovo strumento e della diffidenza con cui viene ancora visto.

³A Michele Scotto è dedicato il *Liber abaci*; la *Practica geometriae* a un *magister* Domenico della corte imperiale; il *Liber quadratorum* all'imperatore in persona; un trattato in forma di lettera è indirizzato *ad magistrum Theodorum, philosophum domini imperatoris*. Il *Flos* è invece dedicato al cardinale Ranieri Capocci, un personaggio chiave della politica papale di quegli anni e destinato a divenire uno dei più acerrimi nemici di Federico. Si aggiunga che recentemente Menso Folkerts ha documentato l'uso da parte di Leonardo di fonti euclidee greco-latine derivanti dal lavoro di traduzione svolto alla corte siciliana [Folkerts 2004].

per diventare architetto, pittore o scultore. Erano per la maggior parte istituite e sovvenzionate dai Comuni, ma molte (a Firenze, per esempio) erano private. È in queste scuole che si formarono alcuni dei grandi nomi del nostro Rinascimento: Piero della Francesca, Machiavelli, Leonardo da Vinci, Michelangelo (per non citare che i più famosi fra quelli per cui esiste una documentazione certa) provengono da questo ambiente culturale e alcuni di essi, come Piero e Leonardo, lo alimentarono attivamente.

3.1 Una matematica nuova per un mondo nuovo

Fra il XIII e il XVI secolo la scuola d'abaco sarà la scuola di quello strato culturale intermedio che è al tempo stesso il produttore e il fruitore principale della matematica abachistica. È lo strato culturale cui appartengono coloro che non sono illetterati, ma nemmeno ambiscono alle professioni liberali — medicina, diritto, teologia. Sostanzialmente estranei alla cultura universitaria legata inscindibilmente al latino, sviluppano una cultura parallela, che potrebbe chiamarsi cultura dell'abaco, dal nome delle scuole in cui si formano gli artigiani, gli artisti, i mercanti, i tecnici, gli uomini d'arme, gli stessi nobili.

Che matematica vi si insegnava? Essenzialmente gli argomenti che abbiamo riassunto descrivendo il *Liber abaci*, ma attraverso lo strumento del “trattato” o del “libro d'abaco”. Warren van Egmond ne ha recensito un gran numero, e il Centro Studi della Matematica Medioevale dell'Università di Siena ne ha pubblicati diversi; se ne conoscono attualmente circa trecento. Il libro d'abaco diventa una sorta di prontuario di “esercizi” che serve al maestro per insegnare ai suoi scolari. La matematica della cultura dell'abaco prende infatti una strada molto diversa da quella della matematica classica e anche (sia pur in misura minore, date le sue origini) da quella araba. La struttura assiomatico-deduttiva scompare quasi completamente, l'insegnamento avviene per esposizione ripetuta a casi esemplari: il libro d'abaco ne costituisce appunto una riserva che il maestro potrà — avendone le capacità — ampliare. Lo scolaro, esercizio dopo esercizio, arriverà a poter trattare, oltre all'aritmetica e ai suoi algoritmi quei problemi che è destinato a incontrare quotidianamente nella sua vita professionale: interessi, società, compagnie, baratti, cambi di monete e di misure, problemi di geometria pratica (misure di campi, di capacità, di distanze).

Per quest'ultimo aspetto la fonte ultima dei trattati d'abaco è un'altra opera di Fibonacci, la *Practica geometriae* (circa 1220). Si apre con una serie di definizioni di stile euclideo ed è divisa in otto capitoli. Il II e il V trattano di come estrarre radici quadrate e cubiche di numeri interi. Il I e il III affrontano la misura di varie

forme di terreni; il IV insegna a dividere un terreno in parti equivalenti; il VI capitolo è dedicato alla ricerca di volumi. Nel VII capitolo si propongono metodi di tipo trigonometrico per misurare altezze e distanze di oggetti inaccessibili: le cosiddette “misure a occhio”, che costituiranno uno dei temi principali della geometria pratica per tutto il Rinascimento. L'ultimo capitolo infine contiene una raccolta di questioni di carattere più teorico.

Le fonti del testo di Leonardo sono gli *Elementi* e una qualche versione araba o arabo-latina del trattato *Sulla divisione delle figure* di Euclide (perduto nell'originale greco). Ma non solo: come ha dimostrato Marshall Clagett, la *Practica geometriae* è uno dei più importanti tramiti di diffusione delle conoscenze archimedee nel mondo della cultura dell'abaco. La sua fonte principale sono i *Verba filiorum*: Leonardo ripropone i risultati e rielabora le dimostrazioni della formula di Erone per l'area del triangolo, del volume e della superficie della sfera e altro ancora.

Comunque in Leonardo resiste ancora l'impianto dimostrativo della geometria greca, sia pur indebolito e abbondantemente modificato dalla mediazione della cultura matematica araba. Ma nella tradizione dei trattati d'abaco esso andrà ben presto quasi del tutto perduto e sostituito da una serie di regole e ricette pratiche. Alla vigilia di un'altra e profonda rivoluzione culturale, il *Trattato d'abaco* di Piero della Francesca, riprendendo, come ormai consacrato dall'uso, i temi che abbiamo qui sopra delineato, si limiterà appunto ad enunciare, attraverso la “dichiarazione” di esempi su esempi, le regole per trattare i punti qui sopra accennati.

Se il mondo, socialmente multiforme, che fa capo alla cultura delle scuole d'abaco, si dota in questo modo di una sua matematica, sembrerebbe però, da quanto siamo venuti dicendo, che la creazione di questa nuova matematica debba scontare una perdita secca, soprattutto nel campo della geometria. Il rigore espositivo del modello greco tende a dissolversi insieme con la struttura formale: il concetto di “dimostrazione” diventa quello di “mostrare con esempi”. Eppure è proprio negli ambienti delle scuole d'abaco che si sviluppano i primi passi in avanti rispetto alle conoscenze classiche. Ci limiteremo a ricordare che è in questo ambito che si ottengono risultati che vanno per la prima volta oltre quanto Greci e Arabi avevano fatto: l'algebra di Scipione del Ferro, Tartaglia, Cardano, Ludovico Ferrari e Bombelli riuscirà a ottenere le regole per risolvere le equazioni di terzo e quarto grado in funzione dei loro coefficienti. Si tratta di un successo ottenuto nel XVI secolo, ma preparato e costruito dal lavoro di generazioni e generazioni di maestri d'abaco.

Ed è sempre nell'ambito della cultura d'abaco che nascerà la prospettiva teorica, prima con Leon Battista Alberti e poi, soprattutto, con Piero della Francesca. Sarà proprio quest'ultimo, esponente della cultura dell'abaco, ad avviare il processo di

trasformazione della pratica della prospettiva in discorso geometrico. Piero è il primo a fare il tentativo, sia pur nel linguaggio e con i mezzi della matematica cui appartiene, di ottenere una sistemazione teorica della materia prospettica. Nel 1475 dedica a Federico di Montefeltro il *De prospectiva pingendi*, il primo trattato in cui siano esposti i fondamenti geometrici della prospettiva.

È notevole il fatto che, nell'affrontare questa problematica, Piero sembra essersi documentato a fondo e aver studiato quanto più poteva delle tradizioni di ottica a lui disponibili, da Euclide a Pecham. Ma nell'utilizzare le tradizioni medievali taglia via tutta una serie di questioni e di problemi sulla natura della luce, sui raggi visuali, sulla fisiologia della visione. L'interesse si concentra sulla matematizzazione dello spazio pittorico, per di più con una forte accentuazione in senso aritmetico. Nella trattazione del pavimento a mattonelle, per esempio, Piero cerca infatti di esporre in termini numerici le relazioni che legano le distanze fra gli oggetti e il punto di osservazione. È un tratto tipico della sua formazione abachistica, così come tipicamente abachistica è l'organizzazione del *De prospectiva pingendi*: assenza di una struttura deduttiva formale, presentazione della materia attraverso problemi, dai più semplici ai più complessi, in modo da introdurre gradualmente alle tecniche della prospettiva.

3.2 Fra scuole e corti

L'esempio che abbiamo qui sopra tratteggiato della nascita della prospettiva ci permette di osservare più concretamente alcuni aspetti della coevoluzione fra "scuole" e "corti". Bisogna mettere in evidenza, in primo luogo, il fatto che la diffusione — enorme — delle scuole d'abaco comporta la diffusione di un'alfabetizzazione matematica senza precedenti storici, un'alfabetizzazione che attraversa tutte le classi sociali. La società mercantile dei comuni e delle repubbliche del XIII e XIV secolo si evolverà in quella delle corti dei signori del XV e XVI segnata da questa impronta culturale nuova.

È così che si spiega come l'umanista Alberti, che si richiama a fonti classiche come Vitruvio per il *De re aedificatoria*, sia al tempo stesso figlio di questa cultura dell'abaco nel *De pictura* o nei *Ludi mathematici*. Certo, anche nei *Ludi* echeggiano temi e problematiche dovute alla sua formazione umanistica — Vitruvio, Columella, Euclide e Archimede — ma verso di essi si avverte l'imbarazzo e la difficoltà dell'autore. A conclusione dei *Ludi*, rivolgendosi a Meliaduso d'Este, dedicatario dell'opera, scrive:

Le misure de' corpi, come sono colonne quadre, rotunde e aguzze, di più faccie, sperice e simili, sono materie più aspre a trattare.

Infatti teme di

non poterle dire se non come le dissonano gli Antichi, e loro le dissonano in modo che con fatica e cognizione di matematica e appena si comprendano.

“Come le dissonano gli Antichi”. Espressione che ci sembra alludere al modello formale della matematica greca: modello che a parere di Alberti è a mal fatica comprensibile e che rinuncia a divulgare. La traiettoria di Alberti si intreccia con quella di Piero, cresciuto nelle botteghe d’abaco e in quelle degli artisti. L’incontro con la cultura “alta” delle corti umanistiche lo metterà in contatto con le fonti classiche che si vanno riscoprendo in quegli anni; e la meditazione su quelle fonti gli permetterà di andare oltre la loro semplice riproposizione, creando una disciplina geometrica nuova.

L’allentamento delle rigidità del modello della matematica greca — che a prima vista può parere un prezzo troppo alto per i modesti risultati matematici che si riscontrano nei trattati d’abaco — è invece un ingrediente cruciale di questa rivoluzione culturale. Non solo facilita una diffusione capillare di una cultura matematica; fornisce anche libertà di ricerca e innovazione. Questa disinvoltata apertura priva di scrupoli logico-formali verso il nuovo è chiarissima nelle ricerche algebriche che si dipanano nel Trecento e nel Quattrocento intorno alle equazioni di grado superiore al secondo ed è grazie a questo atteggiamento che si giungerà nel Cinquecento ai trionfi della scuola algebrica italiana.

Come abbiamo appena visto, tale atteggiamento è anche alla base della creazione della prospettiva geometrica. In questo caso, ciò che ci sembra di dover sottolineare è come i fattori che stiamo delineando si concentrino anche nella rimeditazione delle fonti classiche e medievali che Piero utilizza. Si tratta di un fenomeno più generale: quando nel corso del Quattrocento e del primo Cinquecento le corti umanistiche renderanno nuovamente disponibili i tesori della geometria greca, questi classici verranno letti e studiati con lo spirito nuovo della cultura dell’abaco. Seguiremo ora il destino di questa ibridazione nel caso cruciale del recupero della tradizione archimedea.

4 Archimede nelle corti: da Viterbo a Urbino

4.1 Guglielmo di Moerbeke

Si può dire che la storia della tradizione dei testi di Archimede nell’Occidente latino cominci veramente nel 1269, quando Guglielmo di Moerbeke (1215 c. –

1286 c.) traduce in latino quasi tutto il *corpus* archimedeo. Grande traduttore di opere filosofiche, Moerbeke operò per vari anni presso la corte papale di Viterbo. Fu proprio lo stimolo di questo ambiente attento alle cose matematiche che, probabilmente, portò Moerbeke a rivolgere la sua attenzione ad Archimede. Secondo quanto sostiene Clagett, l'autografo della sua traduzione è oggi conservato nel manoscritto *Ottob. Lat.* 1850 della Biblioteca Vaticana; lo designeremo nel seguito come codice O. Esso contiene la traduzione latina di quasi tutte le opere di Archimede oggi note e la traduzione del commento di Eutocio alla *Sfera e il cilindro* e all'*Equilibrio dei piani*.

La traduzione di Moerbeke assume per noi un'importanza inestimabile, per due motivi. In primo luogo, il suo stile, estremamente letterale e fedele al testo greco, permette di supplire almeno in parte alla perdita dei codici su cui Moerbeke aveva lavorato. Il secondo motivo è che il testo greco dei *Galleggianti* era presente in uno solo dei codici usati da Moerbeke che — a quanto pare — andò perduto dopo il 1311. Il lavoro di Moerbeke divenne così l'unico testimone del testo dei *Galleggianti*, fino all'inizio del XX secolo⁴.

Alla fine del 1269, dunque, praticamente tutta l'opera di Archimede, con l'eccezione dell'*Arenario* e del *Metodo*, era disponibile in lingua latina. Ci si potrebbe quindi aspettare che Archimede sia stato ampiamente letto e studiato nel corso del Medioevo. Non fu così.

Non si conoscono copie medievali dell'autografo moerbekiano, se si eccettua un manoscritto del XIV secolo che contiene il testo della traduzione delle *Spirali*: un forte indizio che la traduzione di Moerbeke rimase ben poco utilizzata fino al Cinquecento. Vale la pena di soffermarsi un attimo su questo silenzio. La matematica di Archimede poteva certo aver avuto successo alla corte di Viterbo, frequentata da personaggi come Campano (cui è attribuita una quadratura del cerchio) o Witelo. La *Perspectiva* di questo scienziato polacco (vera *summa* delle conoscenze ottiche del Medioevo latino) non solo è dedicata all'amico Guglielmo, *veritatis amator*, ma reca chiari segni del fatto che Witelo poté disporre della traduzione moerbekiana del commento di Eutocio. Lo stesso codice O reca annotazioni di una mano (probabilmente italiana) diversa da quella attribuita a Moerbeke, che testimoniano uno studio del testo forse già alla corte stessa di Viterbo⁵. Ma quel circolo di

⁴Come è noto, il testo greco dei *Galleggianti* è trådito solo dal codice C, il palinsesto ritrovato da J.L. Heiberg nel 1906, poi di nuovo perduto e tornato disponibile solo recentemente. Questo manoscritto, che contiene anche altre opere di Archimede — in particolare è l'unico testimone, del *Metodo*, in cui Archimede spiega i suoi procedimenti euristici — non sembra aver avuto alcuna influenza sulla tradizione del testo nel corso del Medioevo e del Rinascimento.

⁵Vedi lo studio di Robert WIELOCKX, *Quelques remarques codicologiques et paléographiques au sujet du Ms. Vaticano Ottob. Lat 1850*, in J. BRAMS e W. VANHAMEL (a cura di), *Guillaume de Moerbeke. Recueil d'études à*

scienziati aveva ben poche probabilità di sopravvivere agli eventi epocali che stavano per sconvolgere e trasformare la società della fine del Duecento: il trasferimento del papato ad Avignone, la guerra dei Cento anni in Francia, la peste nera che falciò buona parte della popolazione europea.

Ma, soprattutto, bisogna osservare che la matematica di Archimede — e specialmente quella delle *Spirali*, dei *Conoidi e sferoidi*, della *Quadratura della parabola* — è difficile e può essere intesa solo attraverso una meditazione sull'intero *corpus* della geometria greca: la teoria delle proporzioni euclidea, il XII libro degli *Elementi*, la conoscenza della teoria delle sezioni coniche. Gran parte di questi fondamenti mancavano ai matematici del XIV e XV secolo, e non solo a quelli che gravitavano intorno alla cultura dell'abaco. Campano aveva equivocato la stessa definizione di proporzionalità di Euclide e la sua edizione degli *Elementi* diede spazio a gravi e grossolani fraintendimenti. Il XII libro era assai poco studiato e nel *cursus* degli studi universitari ci si fermava generalmente ai primi quattro libri, necessari per intendere i rudimenti dell'astronomia. La teoria delle coniche (essenziale per la comprensione di molte opere di Archimede) era poi praticamente ignota e se ne conoscevano a mal fatica alcuni elementi derivati dalla tradizione arabo-latina. Inoltre, gli interessi matematici "alti" si erano andati spostando pesantemente sul versante filosofico: la filosofia dei *calculatores* che cercavano di trasformare la teoria delle proporzioni euclidea in uno strumento per lo studio delle qualità astratte (le *formae*). E la matematica archimedeica era assai lontana dagli interessi dei filosofi di Oxford e Parigi.

Bisognerà attendere il Quattrocento perché l'interesse verso Archimede e la matematica antica cominci veramente a concretizzarsi come fenomeno culturale. Nella prima metà del XV secolo due fenomeni vengono infatti a maturazione. Il primo è la creazione delle grandi biblioteche umanistiche in cui si accumulano i tesori della matematica greca. Riguardo a questo ci sembra da sottolineare il fatto che, date le condizioni dell'Italia, questo crearsi di biblioteche ricche di testi scientifici e il coagularsi di circoli di intellettuali che mettono al centro dei loro dibattiti la matematica antica e moderna sono fatti diffusi in molti centri della penisola, non più appannaggio di una grande corte come quella svevo-normanna o quella papale della fine del Duecento. Firenze, Venezia, Urbino, Roma; in misura minore Milano, Napoli, Bologna, Padova e altre decine di città: l'umanesimo vive ormai in tutta una civiltà di repubbliche e principati.

l'occasion du 700e anniversaire de sa mort, Leuven University Press, Leuven, 1989, pp. 113–133. Segnaliamo questo volume anche perché contiene la panoramica più aggiornata su questo importante studioso.

Il secondo elemento è rappresentato dall'affermarsi di una cultura matematica socialmente diffusa, diffusione sostenuta dal grande sviluppo delle scuole d'abaco. Come abbiamo più volte sottolineato si tratta certo di una cultura molto *sui generis*, rispetto al modello formale della geometria greca o anche araba. Ma non è questo il punto importante, come non lo è lo "pseudo-fatto", spesso citato, che fra il *Liber abaci* di Leonardo (1202) e la *Summa* di Luca Pacioli (1494), sembra non esser stata fatta alcuna scoperta di rilievo⁶. Ciò che invece conta è il diffondersi, trasversalmente a tutti gli strati sociali cittadini, di una cultura matematica: fenomeno nuovo per l'Occidente latino e che probabilmente non ha alcun riscontro nel mondo classico. Questa diffusione diviene uno dei fattori fondamentali per il crearsi di condizioni favorevoli per un processo di riappropriazione della matematica classica.

Si stabilisce così un intreccio profondo fra la cultura umanistica delle nuove corti quattrocentesche e quella degli artisti e dei tecnici che provengono dalla tradizione dell'abaco; un intreccio che ha dietro di sé tutta l'evoluzione della società dell'Italia centro-settentrionale fra XIII e XV secolo. Nel campo delle matematiche questo intreccio darà luogo a un processo di ibridazione culturale: processo indubbiamente lento e faticoso, almeno agli inizi, ma che riceverà un'accelerazione impressionante dopo l'invenzione e la diffusione della stampa. Lo stesso successo della *Summa* di Pacioli e il parallelo successo del *De expetendis* di Giorgio Valla testimoniano di questa domanda e curiosità nei confronti della matematica.

4.2 Iacopo da San Cassiano

Da questo punto di vista il percorso seguito dalla tradizione archimedeica nel Quattrocento è veramente esemplare. Inizia con Niccolò V, un papa umanista, il creatore della Biblioteca Vaticana — voleva farne la più grande biblioteca di tutti i tempi. Verso il 1449 Niccolò affida a Iacopo da San Cassiano (o Iacobus Cremonensis, c. 1405–c. 1453) l'incarico di tradurre Archimede⁷.

⁶In effetti la tradizione dell'abaco generò matematici di rilievo: basti citare i nomi di Antonio Mazzinghi (1350–1385) o di Maestro Benedetto da Firenze (1429–1479). Se l'influenza di questi matematici fu minima o, in ogni caso, molto lenta a dipanarsi, ciò dipese in gran parte dalla mancanza di un mezzo di diffusione quale sarebbe stata la stampa. In questo senso, l'operazione di Pacioli con la *Summa* (che allegramente saccheggia i risultati e i procedimenti dei suoi predecessori) permise alla cultura dell'abaco del Quattrocento di diffondersi e consolidarsi ben al di là degli orizzonti delle singole "botteghe" e scuole d'abaco.

⁷Nel presente paragrafo e nel successivo riassumiamo brevemente il contributo in corso di stampa di P. d'Alessandro e P.D. Napolitani, "Iacopo di San Cassiano e la traduzione di Archimede", nonché la relazione degli stessi autori "Diagrammi e figure tradotti dal greco in latino: l'*Archimede* di Iacopo da San Cassiano", tenuta al Congrès International *Texte et image. La transmission des données visuelles dans la littérature scientifique et technique*, Parigi, 4–7 maggio 2010, di prossima pubblicazione negli *Atti* del convegno.

Solo recentemente si è messo mano allo studio di questo personaggio la cui figura e la cui opera sono avvolte da non poche ombre. Nato fra il 1395 e il 1413, apparteneva all'ordine dei canonici regolari. Verso il 1432 ottenne da papa Eugenio IV la licenza di poter frequentare la "Giocosa", la scuola di Vittorino da Feltre a Mantova. Pochi anni dopo lo ritroviamo studente di Arti a Pavia, al seguito probabilmente di uno dei figli del marchese di Mantova, anch'egli allievo di Vittorino, il giovane Gianlucido. Verso il 1442, conseguito il dottorato in Arti, rientra a Mantova e nel 1446, alla morte di Vittorino, ne eredita i libri e gli succede nella direzione della "Giocosa". Tuttavia nella primavera del 1449 lascia Mantova e si reca a Roma alla corte di papa Niccolò V, latore di una lettera di raccomandazione del marchese Ludovico per il papa.

Non sono chiari i motivi del suo trasferimento; né è chiaro se nel recarsi a Roma portasse con sé anche il testo greco di Archimede o se ne avesse già intrapresa la traduzione. Sta di fatto che Niccolò V gli affidò il compito di tradurre insieme a Poggio Bracciolini e a Pier Candido Decembrio la *Bibliotheca historica* di Diodoro Siculo, di cui tradusse in effetti almeno i libri XI-XIII e parte del libro XIV. A riprova delle sue competenze matematiche sta il fatto che Niccolò gli affidò nel 1452 anche la revisione del commento all'*Almagesto* che Giorgio di Trebisonda (Trapezunzio) aveva scritto per accompagnare la sua traduzione del testo di Tolomeo. Le pesanti critiche che Iacopo fece a questo testo gli attirarono le ire del vulcanico studioso greco; ne nacque uno scandalo che, sommandosi ad altre inimicizie che Giorgio si era procurato fra gli umanisti della corte pontificia, portarono prima all'arresto e poi all'allontanamento da Roma del Trapezunzio nell'estate del 1452.

Iacopo, a quanto pare, morì poco dopo. Dobbiamo dire "a quanto pare" perché sembra che su di lui e sul suo lavoro — e in particolare sulla sua traduzione archimedea — si esercitasse una specie di congiura del silenzio, forse dovuta proprio allo scandalo che si era creato con la vicenda delle sue critiche al Trapezunzio. Il silenzio che cala su Iacopo è tanto più misterioso, ove si tenga conto che egli fu legato a molti umanisti dell'epoca: Francesco Filelfo, Giovanni Marliani, Giovanni Aurispa, Niccolò Perotti, Teodoro Gaza e molti altri che avevano frequentato la scuola di Vittorino. E tanto più fitto, se si pensa che nessuno dei manoscritti che ci sono pervenuti della sua traduzione reca il suo nome. Addirittura in uno di essi, (il *Nouv. Acq. Lat.* 1538 della Bibliothèque Nationale de France, che si è rivelato recentemente non solo autografo di Iacopo, ma anche l'archetipo di tutta la tradizione successiva) una mano recenziere attribuisce la traduzione a un conterraneo di Piero della Francesca, l'architetto e scrittore apostolico Francesco Cereo da Borgo San Sepolcro (morto nel 1468), personaggio di cui dovremo presto parlare.

Con tutto questo, la traduzione di Iacopo attirò subito molta attenzione nei circoli umanistici, in special modo in quelli legati al cardinal Bessarione, cui si deve l'incontro fra Archimede e un giovane studioso tedesco, Regiomontano (Iohannes Müller, 1436 – 1476), forse il maggiore matematico del Quattrocento. Entrato al seguito di Bessarione a Vienna, soggiornò in Italia fra il 1461 e 1467 e così ebbe modo di apprendere il greco e di usufruire dei codici che il cardinale andava raccogliendo. In particolare, verso il 1462, poté usufruire di una copia della traduzione di Iacopo e di una copia del testo greco, manoscritti che erano in possesso di Bessarione.

Dobbiamo fra l'altro proprio a Regiomontano se della traduzione di Archimede conosciamo oggi il nome dell' autore. Quasi certamente informato da Bessarione dei fatti avvenuti all'inizio degli anni '50 e delle vicende della traduzione, prima nell'*Oratio* che tenne all'università di Padova (1462), poi nel *Programma* editoriale che stampò nel 1470 il giovane matematico tedesco, infatti, indicava chiaramente Iacopo come autore della traduzione, sia pur soggiungendo: *sed non nusquam emendata*. In effetti Regiomontano corresse a fondo la traduzione di Iacopo, migliorandola in più punti in modo decisivo. Intuendo le enormi potenzialità della stampa, nel 1470 progettava di mettere mano a un'edizione archimedeica nel contesto di un vasto programma di pubblicazioni scientifiche che avrebbero dovuto diffondere i tesori della matematica greca e le sue stesse scoperte. La morte lo colse prematuramente nel 1476, impedendogli di portare a termine il suo progetto; tuttavia le sue fatiche archimedee non sarebbero risultate vane: nel 1544 usciva a Basilea l'*editio princeps* greco-latina delle opere di Archimede, dichiaratamente basata sul lavoro che Regiomontano aveva compiuto.

4.3 Piero e Archimede

Non si deve pensare però che l'opera di Archimede destasse interesse solo nei circoli umanistici, tutt'altro. Piero della Francesca fu tra i primi fruitori della traduzione di Iacopo. James Banker ha recentemente dimostrato che il codice 106 della Biblioteca Riccardiana di Firenze (che indicheremo con R), contenente la traduzione di Iacopo, è da attribuire alla mano di Piero⁸. È molto probabile che Piero lo abbia esemplato alla fine degli anni '50, mentre si trovava a Roma per lavorare alle Stanze Vaticane. Infatti il codice riccardiano mostra strette parentele

⁸J. BANKER, "A Manuscript of the Works of Archimedes in the Hand of Piero della Francesca", *Burlington Magazine*, 147 (2005) pp. 165–69. Il codice è stato riprodotto in facsimile (accompagnato da un volume di saggi) a cura di R. MANESCALCHI e M. MARTELLI, *L'Archimede di Piero*, Grafica European Center of Fine Arts, Firenze, 2007. L'articolo di BANKER è tradotto in italiano nel primo fascicolo della rivista "1492", (2009) della Fondazione "Piero della Francesca", pp. 15-25.

con il codice *Urb. Lat. 261* della Vaticana — circa 1458, appunto. Si tratta di un codice lussuosissimo, la cui finissima pergamena fu affidata alla mano di un ignoto copista (talora identificato a torto con il francese Michel Foresius) e poi forse al pennello del pittore e miniatore toscano Giuliano Amedei, fatto allestire da quel Francesco dal Borgo cui, come abbiamo appena visto, un'ignota mano attribuiva addirittura la traduzione di Iacopo. Lo indicheremo nel seguito con il *siglum* U.

Si è potuto dimostrare (sulla base di una collazione completa dell'intera tradizione della versione di Iacopo del testo della *Quadratura della parabola* e di sondaggi sugli altri testi archimedei) che il codice allestito da Piero è copia diretta di U *per quanto riguarda il testo*. Questo, a sua volta, si dimostra essere una copia diretta dell'autografo di Iacopo (il *Nouv. Acq. Lat. 1538, Na*) che si trovava in quel torno di tempo in possesso di Francesco. Come copista, Piero si dimostra piuttosto scarso, copiando supinamente gli errori contenuti in U e aggiungendovene altri suoi propri. Sembrerebbe dunque che un figlio della cultura dell'abaco quale Piero si trovasse piuttosto a disagio e ben poco avesse da dire nei confronti del problema, tipicamente umanistico, del recupero dei testi greci. Le cose tuttavia sono più complesse.

Infatti quando furono ultimate la trascrizione e la decorazione di U, restava ancora il problema di riprodurre le figure geometriche delle dimostrazioni. Francesco del Borgo — da architetto qual era — era ben consapevole che non poteva affidare un compito così delicato e di precisione a un copista qualunque, col rischio di rovinare il capolavoro librario che aveva fatto allestire. Come aveva fatto in altri casi, si dedicò personalmente alla riproduzione dei diagrammi.

O meglio, vi si dedicò in collaborazione con il suo parente e conterraneo Piero. Un'analisi dei disegni geometrici di R e di U mostra infatti che Piero e Francesco lavorarono in stretta collaborazione. Inoltre, cosa che più qui ci preme sottolineare, i due non furono affatto supini copisti dei disegni che trovavano nell'autografo di Iacopo, spesso sbagliati nelle lettere e nel tracciato in quanto riproducevano acriticamente quanto Iacopo trovava nell'esemplare greco da cui traduceva. Si può infatti dimostrare che i diagrammi geometrici di U e di R sono basati non solo sui disegni eseguiti da Iacopo, ma sull'analisi dell'esposizione del testo delle proposizioni, spesso addirittura proponendo figure radicalmente nuove.

Si potrebbe addirittura arrivare a supporre che Francesco affidasse a Piero il compito di ricostruire i disegni, limitandosi poi a un lavoro di copia sul suo lussuoso esemplare. Infatti le figure di U si interrompono bruscamente a metà del testo delle *Spirali*, probabilmente a causa della complessità dei disegni, e mancano del tutto nel caso della *Quadratura della parabola*; R invece le possiede tutte.

Piero utilizzò il suo studio di Archimede per ottenere vari risultati, anche originali, esposti nel *Libellus de quinque corporibus regularibus*: spicca tra gli altri

quello sul calcolo del volume e della superficie della volta a crociera⁹. Certo, a leggere le argomentazioni che Piero fornisce nei risultati archimedei del *Libellus* si rimane colpiti da quanto esse siano ancora lontane dallo stile della geometria greca. Per esempio, nel calcolo del volume della volta a crociera, nel più puro stile della matematica abachistica, Piero sembra ragionare per analogia con quanto era riuscito a capire dei *Conoidi e sferoidi* di Archimede, raggiungendo il risultato corretto più per intuizione che sulla base di un ragionamento dotato di un qualche rigore deduttivo.

Resta comunque il fatto che, di fronte alla traduzione di Iacopo, la tradizione dell'umanesimo e quella della cultura dell'abaco si intrecciano in maniera impressionante. E se è vero che solo un matematico di vaglia quale Regiomontano riuscì a venire almeno in parte a capo delle difficoltà di cui è irto il testo di Archimede, è vero anche che Piero si cimentò con quello stesso testo con risultati non disprezzabili.

5 *Archimede nella prima metà del Cinquecento*

5.1 Leonardo da Vinci e Luca Pacioli

Bisogna anche aggiungere che il lavoro svolto da Piero e da Francesco dal Borgo avrebbe avuto un peso sulla successiva diffusione di Archimede alla fine del Quattrocento.

Leonardo da Vinci cercò attivamente manoscritti di Archimede e, con ogni probabilità si imbatté proprio in almeno uno tra i codici U, R e Na. Nel codice Atlantico infatti scrive che Archimede “è intero appresso al fratel di monsignore di Santagusta ... era prima nella libreria del duca di Urbino, fu tolto al tempo del duca Valentino”; nel ms L dice che “Borges ti farà avere Archimede del vescovo di Padova e Vitellozo quello dail Borgo a San Sepolcro”. Sulla base degli studi di Clagett si può con una certa sicurezza affermare che Leonardo riuscì effettivamente a scovare i testi che cercava: ad esempio poté leggere l'*Equilibrio dei piani* nella traduzione di Iacopo (probabilmente o in U o in Na), ispirandosi ad esso per tentare una dimostrazione del centro di gravità del triangolo e della piramide.

Non c'è dubbio però che le “dimostrazioni” che Leonardo fa di queste determinazioni di centri di gravità nel *Codice Arundel* sembrano del tutto ingenuamente paragonate a quelle di Archimede. Così come Pacioli, che nella *Summa*, pur dimostrando di essere a conoscenza della traduzione di Iacopo della *Misura del*

⁹Per questo e altri risultati archimedei di Piero, cfr. Clagett, *Archimedes*, III.3, pp. 383–415.

cerchio e della *Sfera e il cilindro*, compie veri e propri salti logici (per esempio nella sua esposizione della dimostrazione della superficie sferica) o propone risultati addirittura peggiori di quelli della tradizione arabo-latina per quanto riguarda il rapporto fra circonferenza e diametro.

Ma potremmo ripetere quanto detto qui sopra a proposito di Piero: uno dei primi segni di comprensione e di riappropriazione dei risultati archimedei la si trova proprio nei rappresentanti piú significativi della cultura dell'abaco: un chiaro esempio del mescolarsi e intrecciarsi di tradizioni culturali.

E se è vero, come dicevamo nell'introduzione a questo contributo, che Archimede è quasi assente dalla grande enciclopedia di Pacioli, è però anche vero che è proprio nella tradizione dell'abaco che compaiono le prime allusioni *a stampa* all'opera del grande Siracusano. Come si è visto, infatti, le fatiche archimedee di Regiomontano erano destinate a rimanere inedite fino al 1544.

5.2 Tartaglia

Uno dei manoscritti archimedei menzionati da Leonardo era nelle mani del vescovo di Padova, Pietro Barozzi. In esso erano contenute alcune delle traduzioni di Moerbeke, ma non sappiamo con certezza se si trattasse dell'autografo del traduttore fiammingo, l'*Ottob. Lat.* 1850. Di certo una sua copia parziale (il codice *Matrit. Lat.* 1919 A a 30, databile agli ultimi anni del XV secolo), oggi indicata col *siglum* M, fu utilizzata da Luca Gaurico (1475–1558) — astrologo, astronomo, ed editore di testi matematici e astronomici — per la pubblicazione di un testo intitolato *Tetragonismus* che uscì a Venezia nel 1503. In quest'opera era contenuto il testo della *Misura del cerchio* e della *Quadratura della Parabola*, copiati fedelmente da M con tutti i loro errori, oltre ad altri aggiuntivi da Gaurico e dallo stampatore. Con tutto ciò, il 1503 resta l'anno in cui appare a stampa per la prima volta un lavoro di Archimede.

E sempre lo stesso codice M è all'origine dell'edizione archimedeica di Tartaglia del 1543. C'è bisogno di ricordare che Niccolò Tartaglia (1499/1500–1557) è, prima ancora che editore di testi, uno dei più alti prodotti della cultura dell'abaco? Proveniente da ambienti poverissimi, quasi autodidatta, maestro d'abaco nella "Casa de' Mercanti" di Verona alla fine degli anni Venti del XVI secolo, negli anni Trenta riscopre da solo la regola di Scipione Dal Ferro per ottenere le radici di un'equazione di terzo grado in funzione dei coefficienti; tenta di costruire un modello geometrico per la traiettoria dei proiettili (*Nova scientia*, 1537); traduce Euclide in volgare italiano lo stesso anno in cui pubblica la silloge di scritti archimedei (1543); propone di applicare le teorie archimedee sul galleggiamento

al recupero delle navi affondate (*La travagliata inventione*, 1551). I suoi interlocutori sono sí i “bombardieri” e i tecnici, ma anche personalità come Giovan Battista Memmo, che nel 1537 esegue una traduzione latina dei primi quattro libri delle *Coniche* di Apollonio o Diego Hurtado de Mendoza (1503–1575), ambasciatore di Carlo V, umanista, poeta e traduttore in spagnolo delle *Questioni meccaniche* aristoteliche.

La pubblicazione dei testi archimedei (contenente i due libri dell'*Equilibrio dei piani*, la *Quadratura della Parabola*, la *Misura del cerchio* e il primo libro dei *Galleggianti*) del 1543 costituiva un'avventura editoriale in cui Tartaglia cercava di accreditarsi come traduttore o, comunque, come cultore di lingue classiche in quegli ambienti umanistici che si trovava a frequentare. Una pubblicazione che era però destinata ad avere un peso notevole, dato che questa edizione resterà a lungo (fino al 1565) l'unica a presentare il testo dei *Galleggianti*. E non era la prima volta che l'autodidatta bresciano si accostava ad Archimede: nel 1531 era riuscito a procurarsi da un “salsizaro di Verona” una copia latina del primo libro della *Sfera e il cilindro*. Nel 1551, nei *Ragionamenti intorno alla sua travagliata inventione* avrebbe pubblicato una traduzione italiana del primo libro dei *Galleggianti*; nel 1557 sarebbe uscita, postuma, una sua parafrasi in volgare della *Sfera e il cilindro* nel terzo libro della quarta parte del *General trattato di numeri e misure*, vera enciclopedia di geometria e aritmetica pratiche.

Il caso di Tartaglia mostra quanto le varie tradizioni matematiche stessero ormai convergendo. Archimede è finalmente entrato nel mondo dei tecnici e degli ingegneri: la matematica greca si fa spazio nella vita quotidiana del Cinquecento. Se le tradizioni classiche e quella archimedeica in particolare vengono recepite e vantate nei confronti degli ambienti più dotti, al tempo stesso vengono riproposte come nuove “invenzioni diverse” a quello strato culturale da cui Tartaglia proveniva, accostate alle tradizioni, ai temi, agli interessi propri di quel mondo di tecnici e di mercanti.

Pur nella brevità degli accenni che abbiamo fatto a questi tre personaggi — Piero, Leonardo e Tartaglia — ci sembra che si possa cogliere la linea di sviluppo di questo processo di ibridazione culturale. Dai tentativi di Piero e Leonardo, di trasporre cioè i risultati archimedei nel linguaggio e nei modi di espressione della matematica abachistica, si passa con Tartaglia a un tentativo di recupero del modello formale greco. Un tentativo ancora acerbo, dato che in Tartaglia, più che a una vera fusione dell'ispirazione pratica e applicativa con il rigore dimostrativo della geometria classica, si assiste ad una sorta di giustapposizione di schemi: laddove non riesce ad elaborare una dimostrazione soddisfacente supplisce con appelli alla “commune scientia” o all'accostamento di argomentazioni piuttosto eterogenee.

Ma ormai un passo fondamentale è stato compiuto. Il testo di Archimede non è più lettera morta, sta divenendo una fonte viva di ispirazione.

Proprio in quegli stessi anni in cui Gaurico e Tartaglia pubblicano i loro tentativi, infatti, Francesco Maurolico riesce a ricostruire quasi tutta l'intera opera archimedea a partire da testi incompleti, se non decisamente frammentari. In particolare il suo *De momentis aequalibus* (elaborato fra il 1525 e il 1548 e ripreso nel 1565) rappresenta uno dei punti più alti raggiunti dalla matematica del primo Cinquecento. In questo testo assistiamo a una completa riappropriazione del modello formale della geometria greca: l'elaborazione di una teoria dell'equilibrio originale che integra temi cari alle tradizioni della meccanica medievale (quali la teoria della costruzione della stadera) con la formulazione di concetti matematici completamente nuovi quali quello di momento meccanico. Ma le meditazioni mauroliciane su Archimede conosceranno purtroppo una ben scarsa circolazione per tutto il Cinquecento.

Perché lo studio di Archimede potesse trasformarsi in uno dei fondamenti di una nuova matematica e di una nuova meccanica si sarebbe dovuto attendere la pubblicazione dell'*editio princeps* di Basilea e, soprattutto, le nuove traduzioni di Federico Commandino. Su queste basi, una nuova generazione di matematici — Cristoforo Clavio, Luca Valerio, Guidobaldo dal Monte, Francesco Barozzi, Giovan Battista Benedetti e altri ancora — avrebbero cominciato a modificare in modo radicale il paradigma della matematica greca e ad aprire la strada a una matematica del tutto nuova.

6 Riferimenti bibliografici

Dato il carattere di rassegna di questo contributo, non ho ritenuto opportuno appesantire il testo con note puntuali che avrebbero più che raddoppiato il numero di pagine. Senza alcuna pretesa di completezza, si forniscono qui alcuni suggerimenti di lettura per approfondire e precisare i temi affrontati nelle pagine precedenti.

Nel terzo volume delle *Archimedis opera omnia cum commentariis Eutocii*, iterum edidit J. L. HEIBERG, Teubner, Leipzig, 1910–1915 (reprint Stuttgart, 1972) si trovano informazioni tuttora fondamentali riguardanti la tradizione e la critica del testo e di conseguenza del suo impatto sulla cultura umanistica. Il riferimento d'obbligo per la storia del testo archimedeo nel Medioevo e nel Rinascimento è M. CLAGETT, *Archimedes in the Middle Ages*, vol. 1, University of Wisconsin Press, Madison Wisc., 1964; voll. 2–5, American Philosophical Society, Philadelphia, 1978–1984.

Sul "Rinascimento del XII secolo" è da vedere il classico testo di C. H. HASKINS

The Renaissance of the 12th Century, Creveland and New York The World Publishing company, 1958 (1927¹ trad. it. di P. MARZIALE BERTOLE, Bologna, Il Mulino, 1972). Su Moerbeke e gli ambienti scientifici della corte di Viterbo non si può mancare l'affresco che ne ha fatto A. PARAVICINI-BAGLIANI in *Medicina e scienze della natura alla corte dei Papi nel Duecento*, Centro italiano di studi sull'Alto Medioevo, Spoleto, 1991.

Un testo che offre uno sguardo di insieme e una massa ancora insuperata di informazioni sul tema qui trattato è P. L. ROSE, *The Italian Renaissance of Mathematics*, Genève, Droz, 1976. Sulla matematica del Cinquecento e le tradizioni classiche e medievali si trovano spunti interessanti in *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, a cura di E. GIUSTI, Sansepolcro, Fondazione Piero della Francesca – Peruzzi Editore, 1999. Sui rapporti fra tradizioni matematiche rinascimentali e la nascita della “nuova scienza”, si veda *Medieval and Classical Traditions and the Renaissance of Physico-Mathematical Sciences in the 16th Century*, a cura di P.D. NAPOLITANI e P. SOUFFRIN, Turnhout, Brepols, 2001.

Sulla matematica e la cultura dell'abaco si vedano i due volumi degli atti del convegno *Leonardo Fibonacci. Matematica e società nel Mediterraneo nel secolo XIII*, 2 voll.; *Bollettino di storia delle scienze matematiche* 23/2 (2003) e 24/1 (2004); fra i molti importanti contributi, nel secondo volume è contenuto il saggio di M. FOLKERTS sulle fonti euclidee di Fibonacci: “Leonardo Fibonacci’s Knowledge of Euclid’s Elements and Other Mathematical Texts”. Per una più agile, ma esauriente presentazione si può leggere *Un ponte sul Mediterraneo: Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente*, a cura di E. GIUSTI, con la collaborazione di R. PETTI, Firenze, Edizioni Polistampa, 2002.

Sulle scuole d'abaco si dovranno consultare i lavori di E. ULIVI; citiamo fra gli altri: “Benedetto da Firenze (1429-1479): un maestro d'abaco del XV secolo”, *Bollettino di storia delle scienze matematiche*, 22/1 (2002); “Maestri e scuole d'abaco a Firenze: La Bottega di Santa Trinita”, *ivi*, 24/1 (2004); “Raffaello Canacci, Piermaria Bonini e gli abacisti della famiglia Grassini”, *ivi*, 24/2 (2004); “Un documento autografo ed altri documenti inediti su Benedetto da Firenze”, *ivi*, 26/1 (2006); “Documenti inediti su Luca Pacioli, Piero della Francesca e Leonardo da Vinci, con alcuni autografi”, *ivi*, 29/1 (2009).

Sui trattati d'abaco, W. VAN EGMOND, *Practical Mathematics in the Italian Renaissance: A Catalog of Italian Abacus Manuscript and Printed Books to 1600*, Firenze, Istituto e Museo di Storia della Scienza, 1981 [Supplemento agli “Annali dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza”, 1980, fasc. 1, monografia n. 4]

Su Regiomontano resta fondamentale il lavoro di E. ZINNER, *Leben und Wirken des Joh. Müller von Königsberg*, Osnabrück 1968. (traduzione inglese di E. BROWN,

Regiomontanus: His Life and Work, Amsterdam 1990. Si veda però ora M. MALPANGOTTO, *Regiomontano e il rinnovamento del sapere matematico e astronomico*, Bari, Cacucci, 2008, che fornisce anche un'edizione critica dell'*Oratio* e del *Programma* del 1470.

Sulla prospettiva e il mondo culturale di Piero della Francesca, si veda K. ANDERSEN, *The Geometry of an Art. The History of the Mathematical Theory of Perspective from Alberti to Monge*, Springer, Berlin-Heidelberg-NewYork, 2007; J.V. FIELD, *The Invention of Infinity. Mathematics and Art in the Renaissance*, Oxford University Press, 1997; e *Piero della Francesca tra arte e scienza*, a cura di M. DALAI EMILIANI e V. CURZI, Venezia, Marsilio, 1994. Sui *Ludi* di Leon Battista Alberti, è consigliabile la lettura della traduzione francese curata da P. SOUFFRIN: *Divertissements mathématiques*, ("Sources du savoir") Paris, Seuil, 2002.

Sui contributi di Piero alla matematica, oltre alle pagine citate più sopra di CLAGETT, si veda la rassegna di E. GAMBA, V. MONTEBELLI e P. PICCINETTI, "La matematica di Piero della Francesca", *Lettera matematica PRISTEM* 59, Centro Eleusi, Università Bocconi, pp. 49-59 e il lavoro di E. GIUSTI, "L'algebra nel *Trattato d'abaco* di Piero della Francesca; osservazioni e congetture", *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche* 11/1 (1991) pp. 55-83.

